

A UTILIZAÇÃO DA CRIPTOGRAFIA NO ENSINO DE FUNÇÕES NA EDUCAÇÃO BÁSICA

THE USE OF CRYPTOGRAPHY IN TEACHING FUNCTIONS IN BASIC EDUCATION

Lucas Gabriel Lima Viana

Mestre, Instituto Federal do Piauí – Piauí, Brasil

E-mail: lucas54ga@gmail.com

Rui Marques Carvalho

Doutor, Instituto Federal do Piauí – Piauí, Brasil

E-mail: rui.marques@ifpi.edu.br

Roberto Arruda Lima Soares

Doutor, Instituto Federal do Piauí – Piauí, Brasil

E-mail: robertoarruda@ifpi.edu.br

Recebido: 01/05/2025 – Aceito: 15/05/2025

Resumo

A criptografia presente desde a antiguidade com o intuito do envio de mensagens que somente o remetente e o destinatário pudessem compreender, para tanto, a criptografia foi evoluindo, desde a cifra de César até os dias atuais com os computadores. Assim, o presente trabalho visa primordialmente a abordagem da matemática de forma contextualizada no estudo de funções por meio da utilização de conceitos de criptografia. Nesse sentido, a pesquisa tem como objetivo geral realizar um estudo sobre a implementação da criptografia no ensino de funções e verificar os possíveis resultados. O cenário da pesquisa de campo ocorrerá no IFPI no *campus* São João do Piauí com alunos do 3º ano dos cursos técnicos integrados ao médio em administração, para tanto foi aplicado questionário contendo questões sobre domínio, imagem, zero da função, posteriormente foi realizada uma proposta pedagógica de tais conteúdos por meio da criptografia a fim de analisar os possíveis resultados. Com tal proposta, esperasse uma melhoria no processo de ensino aprendizagem nas aulas de matemática nos conteúdos de funções.

Palavras-chave: Funções; Ensino contextualizado; Criptografia.

Abstract

Cryptography has been present since ancient times with the aim of sending messages that only the sender and the recipient could understand. To this end, cryptography has evolved, from Caesar's cipher to the present day with computers. Thus, this work primarily aims to approach mathematics in a contextualized way in the study of functions through the use of cryptography concepts. In this

sense, the research has as its general objective to carry out a study on the implementation of cryptography in the teaching of functions and to verify the possible results. The field research scenario will take place at IFPI on the São João do Piauí campus with students in the 3rd year of technical courses integrated with high school in administration. For this purpose, a questionnaire containing questions about domain, image, zero of the function was applied. Subsequently, a pedagogical proposal of such contents was made through cryptography in order to analyze the possible results. With such a proposal, an improvement in the teaching-learning process in mathematics classes in the contents of functions was expected.

Keywords: Functions; Contextualized Teaching; Cryptography.

1. INTRODUÇÃO

A criptografia é uma ciência antiga, presente desde os tempos dos egípcios e romanos, que a utilizavam para comunicar estratégias de batalha (TAMAROZZI, 2001). Assim, diante da necessidade militar da troca de informações sigilosas, em que o inimigo não poderia ter conhecimento, surgisse a criptografia (SILVA, 2000), na utilização da criptografia é possível perceber alguns tópicos de matemática, desde a elaboração da chave, como na escolha da melhor estratégia a ser utilizada para manter a mensagem segura.

Com o objetivo de proteger informações confidenciais, de forma que apenas o destinatário autorizado possa acessá-las, mas que ao longo do trajeto podem ser interceptadas por terceiros não autorizados. Nesse contexto, a criptografia tem avançado, impulsionada pela necessidade de tornar a troca de informações mais segura, dificultando assim o trabalho de indivíduos não autorizados que tentam decifrar esses dados.

Assim, em uma abordagem de uma aula contextualizada com a realidade do estudante, pode-se fazer uso de conceitos de criptografia no estudo de conteúdos de matemática de uma forma diferente de uma aula tradicional, que é restrita a exposição de conteúdos e na resolução de exercícios que pouco cativam a atenção do aluno. Para Oliveira e Kripka (2011, p. 12)

Acredita-se que a inclusão de atividades que envolvam conceitos de criptografia pode ajudar a diminuir a existência de aulas mecânicas, onde o professor, através de atividades práticas, poderá mostrar a aplicabilidade dos conceitos trabalhados em sala de aula, relacionando-os a fatos importantes ocorridos na atualidade.

Nessa perspectiva, o professor pode abordar conteúdos de matemática de modo que venha a convergir com a realidade do aluno, uma vez que tais aparelhos como: *smartphone*, jogos e *notebook* fazem usos de códigos, sendo presentes na vida dos estudantes.

Em sala de aula é possível perceber a dificuldade dos alunos nas resoluções de exercícios, por alguns motivos, a falta de compreensão do conteúdo, falta de interesse ou até mesmo na elaboração de uma estratégia que melhor se adeque ao exercício.

O estudo da matemática pode colaborar com o desenvolvimento do estudante além dos conceitos acadêmicos, como a elaboração de estratégias que melhor se adeque ao problema proposto, como também na iniciativa pessoal e trabalho coletivo, advindo da interação que a matemática proporciona, como enfatiza os nos Parâmetros Curriculares Nacionais:

[...] a matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios (BRASIL, 1998, p. 27).

Nesse sentido, é importante que o ensino se torne interessante aos alunos, uma vez que cativando sua atenção fica mais fácil de se transmitir o conteúdo, para isso, a criptografia tornasse uma alternativa de abordar a matemática de uma maneira contextualiza.

A utilização da criptografia no ensino de funções em matemática representa uma alternativa para o ensino de matemática. Visto que, a aplicação da criptografia como recurso didático no estudo de funções é uma maneira contextualizada, uma vez que esta envolve algumas características: interação entre alunos, cálculo mental, como também na aplicação de outros conteúdos que são trabalhados de maneira implícita. Nesse sentido, percebe-se a relevância da criptografia como meio facilitador no processo de ensino aprendizagem de funções.

O conteúdo de funções é bastante relevante para o aprendizado do aluno, uma vez que vai ser cobrado em vestibulares e concursos públicos, mas que para uma melhor assimilação é interessante que seja de maneira contextualizada. Assim, nosso trabalho tem a seguinte problemática: “Como aplicar criptografia no ensino de funções na educação básica?”

Afim de obtermos resposta para o problema que norteou essa pesquisa apresentado acima, tivemos como objetivo geral avaliar a implementação da criptografia no ensino de funções na educação básica.

E com objetivos específicos: Analisar o conhecimento dos discentes sobre funções; Aplicar atividades didáticas integrando criptografia e funções; Verificar a possível melhora no ensino de funções por meio da utilização da criptografia.

Para realização desse trabalho, foi feito primeiramente uma pesquisa de cunho bibliográfico em livros, artigos e dissertações que retratassem sobre o ensino de funções e criptografia na educação básica para um embasamento teórico, posteriormente sendo aplicado um pré-teste na sala do 3º ano do ensino médio do curso de administração. Após a aplicação do pré-teste aconteceram aulas contextualizadas sobre o criptografia e funções, posteriormente foi aplicado um pós-teste e com esses dados foi possível criar gráficos para verificar se teve um melhoria na compreensão no ensino de funções.

2. REVISÃO DA LITERATURA

O surgimento da criptografia se dá desde a escrita de romanos e egípcios que utilizaram com a finalidade troca de informações e estratégias de batalha (TAMAROZZI, 2001), com mensagens codificadas em alguns objetos, caso fosse interceptado por pessoas não autorizadas poderia ter o efeito de confundir ou obscurecer o significado.

Segundo Tamarozzi (2001), a palavra "criptografia", de raízes gregas (kripto = escondida, oculto; grapho = grafia), e tem como objetivo a prática ou estudo de codificar mensagens, garantindo que somente indivíduos autorizados tenham a capacidade de interpretá-las. Vale ressaltar que no trajeto em que é enviado a mensagem, esta pode ser interceptada, por pessoas por terceiros que

tenham interesse em tal informação, com o decorrer dos anos vem ocorrendo um aprimoramento de maneira a assegurar a segurança de informações confidenciais.

O dispositivo inicial de codificação usado pelo exército é denominado *citale* (bastão de madeira) espartano (SINHG, 2001), ou seja, um artefato em forma de bastão feito de madeira, enrolado em um couro, no qual está escrito uma mensagem.

Figura 1 - *Citale* Espartano



Fonte: Singh (2001, pg.24)

Na seguinte situação em que o emissor escreve uma mensagem em uma tira de couro que está em um *citale* e posteriormente retira e coloca em outro *citale* com diâmetro distinto do original fazendo com que as letras fiquem misturadas e as frases sem sentido, para o destinatário descubra a mensagem basta ter um *citale* de mesmo diâmetro do original e enrolar a tira de couro.

Um método empregado pelo imperador de Roma, Júlio Cesar, para enviar mensagens criptografadas era a utilização do alfabeto, de maneira que substituía cada letra por outra que ficasse três casas à frente (vide tabela 1), assim, constroíse um alfabeto cifrado, consistindo nas mesmas letras do alfabeto original, ficando conhecido como a Cifra de César. Segundo Suetônio (2002, p. 64) o método da codificação funciona da seguinte forma:

Caso tivesse algum segredo a lhes transmitir, escrevia-lhes em linguagem cifrada, isto é, dispondo as letras em tal ordem que se não podia formar com elas nenhuma palavra. Para decifrá-las, era necessário trocar a quarta letra do alfabeto pela primeira, ou seja, o d no lugar do a, e assim consecutivamente.

Dessa forma, temos que o método utilizado consistia em escolher um múltiplo que desencadearia toda a mensagem. Nesse caso para descobrir a

mensagem bastava descobrir uma correspondência entre duas letras, assim era possível descobrir o restante da mensagem.

Tabela 1 - Tabela do método de substituição utilizado por Júlio César

A.O	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
A.C	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c

Fonte: Adaptado de Singh (2003, p.27)

Nota: A.O: Alfabeto Original, A.C: Alfabeto Cifrado

Com base na tabela 1, a codificação da seguinte frase do alfabeto original: "TENHO PREFERÊNCIA POR MATEMÁTICA", assim pela Cifra de César a frase é equivalente a "WHQKRSUHIHUFHQFIDSRUPDWHPDWLD". Na tabela acima, verifica-se que cada letra fica três letras a frente, ou seja, múltiplo de três, assim pode-se construir tabelas de múltiplos diferentes da tabela da Cifra de César.

Em uma abordagem de uma aula contextualizada com a realidade do estudante, pode-se fazer uso da criptografia no estudo de conteúdos de matemática de uma forma diferente de uma aula tradicional, que é restrita a exposição de conteúdos e na resolução de exercícios que pouco cativam a atenção a atenção do aluno. Oliveira e Kripka (2011, p. 12).

Acredita-se que a inclusão de atividades que envolvam conceitos de criptografia pode ajudar a diminuir a existência de aulas mecânicas, onde o professor, através de atividades práticas, poderá mostrar a aplicabilidade dos conceitos trabalhados em sala de aula, relacionando-os a fatos importantes ocorridos na atualidade.

Nessa perspectiva, o professor pode abordar conteúdos de matemática de modo que venha a convergir com a realidade do aluno, uma vez que tais aparelhos fazem parte de suas vidas.

3. METODOLOGIA

Para o presente trabalho foi feita uma pesquisa bibliográfica sobre criptografia e o ensino de funções em uma perspectiva de abordagem

contextualizada no estudo de funções com a utilização da criptografia. Vale ressaltar que a pesquisa bibliográfica tal como definido por Lakatos e Marconi (1991, p. 183):

A pesquisa bibliográfica, ou de fontes secundárias, abrange toda bibliografia já tornada pública em relação ao tema de estudo, desde publicações avulsas, boletins, jornais, revistas, livros, pesquisas, monografias, teses, material cartográfico, etc. [...] Dessa forma, a pesquisa bibliográfica não é mera repetição do que já foi dito ou escrito sobre certo assunto, mas propicia o exame de um tema sob novo enfoque ou abordagem, chegando a conclusões inovadoras.

Posteriormente foi realizada uma pesquisa quantitativa que para a obtenção dos dados ocorreu de uma pesquisa de campo no IFPI *campus* São João do Piauí, em que os participantes foram alunos do 3 ano do ensino médio do curso técnico em administração, a escolha se deu pelo pesquisador trabalhar com os mesmos, sendo que estes alunos estavam se preparando em suma para participar do ENEM, de outros vestibulares e futuramente de concursos públicos, assim como o conteúdo de funções faz parte dessas provas, tornasse relevante para tais alunos.

ETAPAS DO DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

No desenvolvimento dessa pesquisa ocorreram as seguintes etapas:

- Elaboração do pré-teste diagnóstico sobre os conceitos e situações problemas de funções, assim como questões que retratassem sobre as dificuldades dos alunos sobre o assunto;
- Aplicação do pré-teste diagnóstico com abordagem quanti-qualitativo;
- Análise dos resultados obtidos a partir da aplicação do pré-teste;
- Elaboração de uma sequência didática que envolvesse conceitos de criptografia, desde o surgimento, desenvolvimento e importância para a sociedade, que seja aplicada ao conteúdo de funções;
- Aplicação da sequência didática como proposta de intervenção;
- Elaboração do pós-teste semelhante ao pré-teste, de modo a comparar os possíveis efeitos advindos da sequência didática;

- Aplicação do pós-teste diagnóstico;
- Análise e comparação com os dados obtidos no pré-teste e pós-teste.

Para a coleta de dados ocorreu por meio de uma pesquisa quantitativa em três momentos, no primeiro momento foi aplicado um pré-teste em forma de questionário contendo 7 questões de funções, e 1 questão relativa a compreender as dificuldades dos alunos nos conteúdos de função afim, como estes já tiveram contato com o conteúdo.

Assim, posteriormente foi ministrado aulas contextualizadas, desde o surgimento, a importância, a aplicabilidade da criptografia, sendo abordado por meio de aulas expositivas, filme e atividade em grupo. Além disso, com o intuito de uma melhor assimilação dos conteúdos de função afim, foram realizadas aulas sobre tópicos de funções com uma abordagem voltada a criptografia, afim de ter um ensino mais contextualizado.

Por fim, foi aplicado um pós-teste similar ao pré-teste com questões relativas a função afim, para analisar se houve uma melhoria na compreensão no conteúdo de funções. Com os dados obtidos foram tabulados, feitos gráficos e analisados no intuito de verificar os possíveis resultados da aplicação das aulas contextualizadas, dessa forma sugerir trabalhos futuros que possam colaborar com o processo de ensino aprendizagem por meio da utilização de criptografia.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nessa seção apresentaremos a descrição de cada uma das etapas das aplicações do pré-teste, proposta de intervenção e pós-teste, como também tecer comentários acerca das resoluções apresentadas pelos alunos em algumas etapas. E por fim, fazer o comparativo por meio de gráficos gerados dos resultados obtidos do pré-teste e pós-teste, mostrando se houve um resultado positivo ou não da aplicação da sequência didática sobre a utilização da criptografia no ensino de função afim.

APLICAÇÃO DO PRÉ-TESTE

Para a realização dessa pesquisa como mencionado anteriormente, foi feita em uma turma de 3º ano do curso técnico de administração integrada ao médio do IFPI, composta de 40 alunos matriculados. Na aplicação do pré-teste e pós-teste tivemos respectivamente 32 e 28 alunos que fizeram o testes, ou seja, no dia do pré-teste tivemos 08 alunos ausentes e no dia da aplicação do pós-teste tivemos 12 alunos ausentes. Vale ressaltar que o pré-teste e pós-teste aconteceram de maneira individual, mas caso surgisse dúvida relacionada a algum possível erro o docente estava presente para verificar, sendo feitos em 2 aulas de 1 hora cada aplicação.

Figura 01: Aplicação do pré-teste



Fonte: Autor (2024)

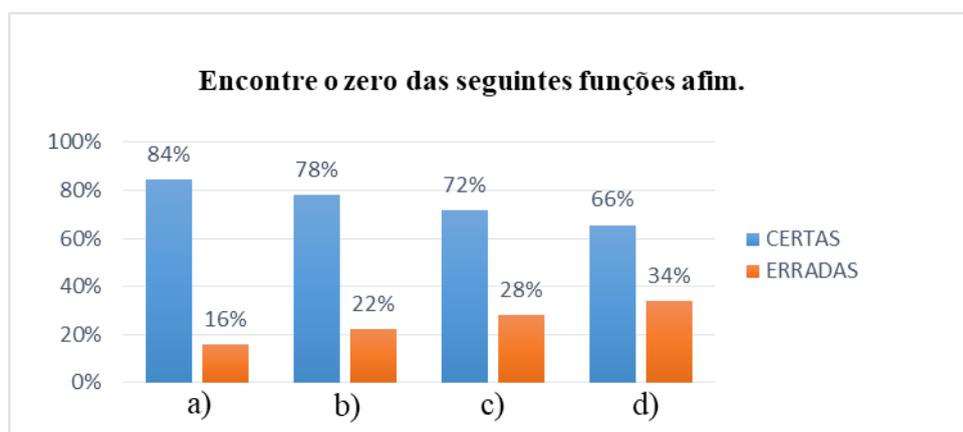
Com os dados obtidos na aplicação do pré-teste e pós-teste, foi possível tabular e criar gráficos. Com isso, tornou a análise das respostas dos participantes mais fácil de encontrar onde estavam errando com mais frequência, podendo assim traçar novas estratégias de ensino que favorecesse na compreensão dos conteúdos que se mostrasse com maior percentual de erros nos testes.

A fim de uma melhoria no conteúdo de função afim, teve como uma das etapas da sequência didática uma atividade em grupo que abrangia tanto uma criptografia simples, que se resumia a escolha inicial de uma palavra ou frase para depois substituir cada letra por seu correspondente na tabela dada, assim como uma função afim que servia como chave de criptografia que fazia com que a descoberta da frase ou palavra se tornasse mais difícil, sendo que na resolução da atividade proposta era de fundamental importância a colaboração dos participantes do grupo.

Para tanto, com intuito de verificar os conhecimentos prévios dos alunos, o teste inicial continha 8 questões, sendo desde calcular o zero da função afim, substituição de valores na função, descobrir a interseção de duas funções afins, de calcular o coeficiente angular, como também de resolver situações problemas e por último, uma questão de múltipla escolha que retrata as dificuldades que os alunos tem em relação ao estudo de função afim.

Nesse sentido, temos a primeira questão com o seguinte enunciado: “Encontre o zero das seguintes funções afim, deixando os cálculos que utilizou para justificar o resultado”, sendo composta de quatro itens a), b), c) e d), mas cada função de modo diferentes das demais, umas com números negativos ou até mesmo com frações, isto é, nessa questão tivemos algumas variações de funções afins. Respondido e tabulados os dados tivemos como elaborar o gráfico 01, que trata da questão 01 do pré-teste, assim podemos perceber onde tiveram mais acertos, como mostra o gráfico abaixo.

Gráfico 01 – Questão 01 do pré-teste



Fonte: Autor (2024)

Observando o gráfico 01 percebe-se que o item a) teve o maior percentual de acerto, sendo que 27 alunos acertaram e 5 alunos erraram, que correspondem a 84% e 16% respectivamente dos participantes, como se mostra logo acima.

Com base nos dados da questão 1, verificou-se que 84% dos alunos sabem calcular o zero de uma função afim no seguinte formato $f(x) = -4x + 232$, ou seja, com os coeficientes angular e linear assumindo valores de números inteiros.

Entretanto, 16% dos alunos ainda não sabiam como resolver esse tipo de função, talvez por não saberem ou por terem errado em alguma conta no decorrer da resolução.

A figura abaixo mostra algumas respostas relativas ao item a) da questão 01 no que diz respeito a encontrar o zero de uma função afim.

Figura 02: Respostas de alguns alunos da questão 01 do pré-teste

<p>a) $-4x + 232 = 0$ $0 = 232 : -4x$ $0 = 58x$</p> <p style="text-align: right;">E</p>	<p>a) $-4x + 232 = 0$ $x = \frac{232}{-4} = \frac{116}{2} = -58$</p> <p style="text-align: right;">E</p>
<p>a) $-4x + 232 = 0$ $-4x = -232$ $x = -232 + 4$ $x = -228$</p> <p style="text-align: right;">E</p>	<p>a) $-4x + 232 = 0$ $-x = \frac{232}{4} = 58$ $x = -58$</p> <p style="text-align: right;">E</p>

Fonte: Autor (2024)

Já o item d), foi a alternativa com a menor quantidade de acertos, que se tratava da seguinte expressão $7x - 9 = -2x + 15$ (i), que na verdade tratasse da função afim $f(x) = 9x - 24$, só que reescrita de outra forma. Pois, com base na expressão (i) o aluno tem que ter mais atenção para o jogo de sinais e na parte do isolamento da incógnita, em se tratando da quantidade de acertos nesse item, temos que 21 respostas certas e 11 respostas erradas, desse modo temos 66% e 34% respectivamente dos alunos de acordo com o gráfico 01.

APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A fim de facilitar no processo de ensino aprendizagem no conteúdo de função afim optamos por realizar uma sequência didática que envolvesse criptografia no ensino de funções, sendo explorado desde o surgimento, desenvolvimento e sua importância nos dias de hoje, tanto abordado por meio de aulas expositivas, filmes e atividade em grupo.

Com base na análise de dados feitas no pré-teste, como mencionado anteriormente, foi elaborada uma sequência didática com base em elementos de criptografia como meio de intervenção que tinha como objetivo colaborar por meios de aulas contextualizadas na melhoria do processo de ensino aprendizagem no conteúdo de função afim.

Para a proposta de intervenção foi feitas com base nas seguintes etapas: aplicação do filme “Enigma – O jogo da imitação” que aborda a importância da criptografia para o desenvolvimento da tecnologia; aulas expositivas que abordavam desde o surgimento até a atualidade, isto é, com o intuito de explorar o uso da criptografia nos dias atuais e a aplicação de uma atividade em grupo que aborda desde a criptografia por substituição com a tabela de Júlio César e a utilização da função afim para codificar palavras ou frases. Essas aulas sempre aconteciam nas segundas e terças-feiras, onde na segunda era duas aulas e na terça-feira uma aula e cada aula tinha a duração de uma hora.

APLICAÇÃO DE AULA EXPOSITIVA SOBRE CRIPTOGRAFIA

Ao iniciar nossa sequência didática, para introduzir aos alunos fizemos primeiramente uma introdução em forma de duas aulas expositivas de uma hora cada sobre o surgimento, desenvolvimento, aplicabilidade e importância da criptografia, sendo mostrado quais as formas que eram utilizadas anteriormente até a parte mais avançada como a criação de senhas bancárias. Nesse dia, estavam presentes 28 dos 40 alunos, que é equivalente a 70% do total de alunos.

Inicialmente na aula expositiva foi mostrada o surgimento da criptografia, sendo pela necessidade militar de enviar mensagens de forma seguras, onde se por ventura fosse interceptada apenas o emissor e o destinatário poderiam decifrá-las, como é mostrado na figura 07.

Figura 03: Registro da aula sobre surgimento da criptografia



Fonte: Autor (2024)

No decorrer da aula foi comentado sobre a Cifra de César, que consistia em uma tabela do alfabeto com 26 letras e cada uma com um correspondente numérico, com o detalhe de cada letra ser “três números a frente”, que tornava muito simples de decifrar, com isso houve a necessidade de tornar as mensagens mais seguras.

Nesse sentido, com o avanço da criptografia uma alternativa para o envio de mensagens era a utilização similar ao de Júlio César, mas com o detalhe de a chave ser uma função afim que admita uma inversa, conforme a figura 04.

Figura 04: Abordagem dos conceitos da criptografia nos dias atuais



Fonte: Autor (2024)

Com base na aula anterior que foi abordado sobre alguns aspectos da criptografia, foi passado o filme Enigma – O jogo da imitação, que retrata a história do criptonalista Alan Turing e “luta” para vencer a máquina Enigma, estando presente 26, do total de 40 alunos da turma conforme a figura 05. Com suas

contribuições durante a segunda guerra, foi possível salvar milhares de vidas e criando o primeiro computador, nessa etapa da pesquisa ocorreu em três aulas.

Durante a aplicação do filme percebemos que os alunos demonstraram bastante atenção, ao término do filme foi dado espaço para que estes retratassem sobre o filme, sendo a opinião da maioria favorável.

Figura 05: Filme Enigma – O jogo da imitação



Fonte: Autor (2024)

Com o intuito de prover uma interação entre os alunos, para favorecer a troca de informações entre os participantes sobre os tópicos vistos até o momento sobre criptografia, foi realizado uma aplicação prática de atividade a turma, sendo dividida em três grupos e que aplicassem os conceitos de criptografia por meio de função afim.

Nesse sentido, a proposta de atividade em grupo era composta de uma questão e seis itens, de a) até f), sendo a primeira questão: “Dado a função $f(x) = x + 7$, responda os seguintes itens:” , ou seja, foi disposta uma função que admite uma inversa e uma tabela com letras do alfabeto e cada item como pré-requisito para o próximo. Nessa etapa da pesquisa estavam presentes 25 alunos que representa 62,5% do total de alunos e aconteceu em duas aulas de uma hora cada.

APLICAÇÃO DA ATIVIDADE EM GRUPO

Na primeira questão, com a finalidade de introduzir o conceito de criptografia era dada uma função afim simples, na forma $f(x) = x + 7$, sendo que ela admite a inversa e uma tabela com alfabeto de 26 letras e com cada letra

correspondendo a um número natural, iniciando 0 ao 25, conforme a tabela 01. Que posteriormente são utilizados como base para responder os demais itens dessa questão.

Tabela 01: Alfabeto cifrado

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

Fonte: Autor (2024)

De maneira geral, nos itens seguintes da atividade, cada grupo ficou responsável de escolher uma palavra ou frase, para depois utilizar a tabela acima para substituir cada letra ao seu número correspondente, como também de usar a função afim dada na questão.

No item a) da primeira questão, como mencionando anteriormente, os grupos optaram por unanimidade por escolhas de palavras, onde as palavras escolhidas foram: *lua*, *mar* e *estudar*. Analisando a palavra *estudar* escolhida por um dos grupos, que no item b) tivemos a substituição das suas letras por seus respectivos correspondentes (vide figura 06).

Figura 06: Palavra cifrada

b) Frase aplicada na tabela 4-18-19-20-3-0-17

Fonte: Autor (2024)

Ao analisar com mais detalhe cada letra da palavra *estudar* como na tabela 04, temos nosso primeiro contato com a criptografia de maneira prática e simples, ocorrendo por meio da substituição, pois agora a palavra ESTUDAR corresponde a seguinte sequência numérica 4 – 18 – 19 – 20 – 3 – 0 – 17. Entretanto, com esse nível de segurança, a mensagem fica bem fragilizada, isto é, bastaria descobrir

apenas uma associação correta entre um número da sequência com a palavra *estudar* que é o suficiente para decodificar o restante da mensagem.

Tabela 02: Cifragem da palavra estudar

E	S	T	U	D	A	R
4	18	19	20	3	0	17

Fonte: Autor (2024)

Com a sequência de números resultante da substituição da palavra *estudar*, no item c) foi requisitado ao grupo que aplicassem em cada número da sequência anterior na função $f(x) = x + 7$, obtendo assim uma nova sequência de números, como podemos ver na figura 10. Nesse item, percebeu-se a interação entre o grupo de modo a cada integrante ficar responsável, tanto para fazer as contas, como também para corrigi-las.

Figura 07: Aplicação da função $f(x) = x + 7$

C) $f(x) = x + 7$
 $(4) = 4 + 7 = 11$ | $(18) = 18 + 7 = 25$ | $(19) = 19 + 7 = 26$ | $(20) = 20 + 7 = 27$ | $(3) = 3 + 7 = 10$
 $(0) = 0 + 7 = 7$ | $(17) = 17 + 7 = 24$

Fonte: Autor (2024)

Assim, com a utilização da função afim sugerida na questão tivemos como resultado a seguinte sequência $11 - 25 - 26 - 27 - 10 - 7 - 24$ (ii), que se fossemos tentar substituir na tabela dada na questão, teríamos como resultado a palavra: LZABKHY, ou seja, teríamos uma palavra ilegível que não faz sentido. Logo, para tentar descriptografar a nova mensagem da sequência obtida (ii), temos que descobrir primeiramente a inversa da função utilizada, como é requisitado no item d) da atividade.

Figura 08: Cálculo da função inversa

$y = x + 7$
 $x = y + 7$
 $x - 7 = y$

$f^{-1}(x) = x - 7$

Fonte: Autor (2024)

Calculada a função inversa no item d), conforme a figura 11, por outro lado no item e) se pede para aplicar a sequência **11 – 25 – 26 – 27 – 10 – 7 – 24** na função inversa calculada anteriormente que é $f(x)^{-1} = x - 7$. Para a resolução dessa alternativa (vide figura 09) vimos o trabalho em equipe feito pelo grupo, como um processo de trabalho mutuo em que grande parte dos participantes interagiam para resolver o que era proposto.

Figura 09: Resolução do item e)

$f^{-1}(11) = 11 - 7$
 $f^{-1}(11) = 4$

$f^{-1}(25) = 25 - 7$
 $f^{-1}(25) = 18$

$f^{-1}(26) = 26 - 7$
 $f^{-1}(26) = 19$

$f^{-1}(27) = 27 - 7$
 $f^{-1}(27) = 20$

$f^{-1}(10) = 10 - 7$
 $f^{-1}(10) = 3$

$f^{-1}(7) = 7 - 7$
 $f^{-1}(7) = 0$

$f^{-1}(24) = 24 - 7$
 $f^{-1}(24) = 17$

Fonte: Autor (2024)

Como resultado da aplicação da função inversa conforme a figura 12, tivemos como resultado a seguinte sequência numérica **4 – 18 – 19 – 20 – 3 – 0 – 17**, que por sua vez é a mesma sequência inicial, onde ao fazermos a associação de cada número com sua respectiva letra no alfabeto da tabela dada na questão temos como resultado a palavra ESTUDAR. Pois a chave de para descryptografar a mensagem, ou seja, em forma de palavra ou frase é a função inversa da função utilizada.

Na aplicação da atividade em grupo (vide figura 10) foi possível perceber a cooperação da maioria na resolução da atividade, de modo que as tarefas dos itens eram divididas entre os membros do grupo e caso existisse dúvidas estes tentavam sanar entre eles, caso não fosse suficiente a ajuda do grupo o docente intervia.

Figura 10: Aplicação da atividade em grupo



Fonte: Autor (2024)

Nessa atividade foi exigida dos alunos o uso de funções, na parte da substituição, como também de atenção para verificar se a sequência obtida como resultado estava de fato a correta, ou se teria tido algum erro nas contas, pois se acontecesse de não corresponder a palavra original, estes teriam de descobrir onde teriam errado juntamente o grupo.

VERIFICAÇÃO DA EVOLUÇÃO DOS SUJEITOS DA PESQUISA

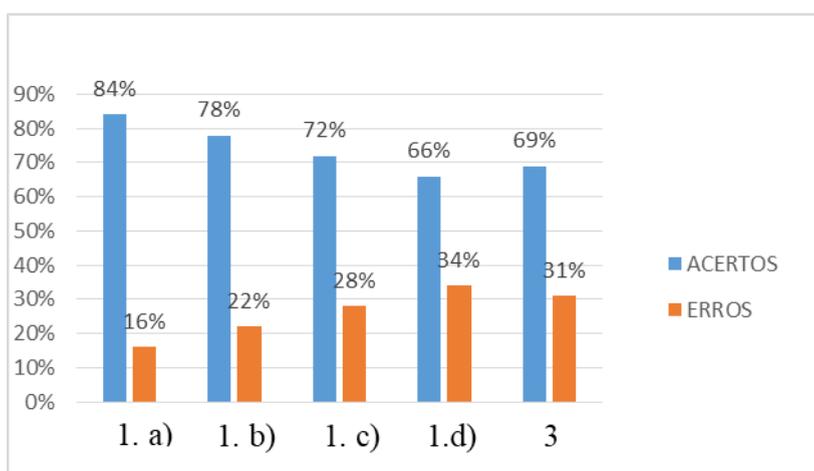
Nesse tópico apresentaremos os resultados da aplicação do pré-teste e pós-teste comparando-os a fim de verificar se houve uma melhoria ou não no processo de ensino aprendizagem em matemática, voltado aos conteúdos de função afim por meio da sequência didática que envolvia o uso da criptografia.

CÁLCULO DA RAIZ DE UMA FUNÇÃO AFIM

Nos gráficos 4 e 5 abaixo, estão associados ao pré-teste e pós-teste no que se diz respeito a questão 1 e 3, com os enunciados respectivamente: “Encontre o zero das seguintes funções afim, deixando os cálculos que utilizou para justificar

o resultado” e “Podemos afirmar que o zero da função $f(x) = -4/5x + 20$ é igual a:” e, que nessas questões é questionado sobre dado uma função, qual seria seu zero da função, ou seja, o valor que ao substituir na função faça com que ela assuma o valor nulo, deixando os cálculos como justificativa da resposta. Vale ressaltar que as questões 1 e 3 do pré-teste para pós-teste são similares.

Gráfico 02 – Percentuais das respostas do Pré-teste das questões 1 itens a), b), c), d) e questão 3



Fonte: Autor (2024)

Pelo gráfico 4 do pré-teste, percebeu-se que o percentual de acertos em todas as questões é superior a 50%, isto é, mais da metade da turma mostraram ter conhecimento prévio e domínio acerca do tópico de como encontrar o zero de uma função afim. E ainda, notou-se que foi primeira questão no item a) que teve o maior percentual de acertos, com 84% e por outro lado, foi na primeira questão item d) onde se teve a maior quantidade de erros, com cerca de 31%.

Tabela 03: Comparação das resoluções das questões 1 e 3 dos alunos A21 e A27

Aluno	Questão	Pré-teste	Pós-teste
A21	1	c) $10x - 522 = -2x$	c) $8x - 20 = 2x + 22$
		$c) 10x - 522 = -2x$ $10x = 522 - 2x$ $x = 520 : 10$ $x = 52$	$c) 8x - 20 = 2x + 22$ $8x - 2x = 20 + 22$ $6x = 42$ $x = 42/6 = 7$
A21	3	$f(x) = -\frac{4}{5}x + 20$	$f(x) = -\frac{10}{9}x + 50$
		$f(x) = -20x + 20$ $f(5) = -40$ $f = -40 : 5$ $f = 8$	$x = \frac{50}{\frac{10}{9}} = \frac{50}{1} \cdot \frac{9}{10} = \frac{450}{10} = 45$
A27	1	c) $10x - 522 = -2x$	c) $8x - 20 = 2x + 22$
		$c) 10x - 522 = -2x$ $x = \frac{522}{10} \quad x = 26,1$ $x = \frac{522}{-2 \cdot (-1)}$	$c) 8x - 20 = 2x + 22$ $8x - 2x = 20 + 22$ $6x = 42$ $x = \frac{42}{6} \quad x = 7$
A27	3	$f(x) = -\frac{4}{5}x + 20$	$f(x) = -\frac{10}{9}x + 50$
		4	$f(x) = -\frac{10}{9}x + 50 = 0 \rightarrow x = \frac{50}{\frac{10}{9}}$ $f(x) = -\frac{10}{9}x = -50 \cdot (-1)$ $\cdot \frac{10}{9}x = 50$ $x = \frac{50 \cdot 9}{10}$ $x = 9 \quad x = 45$

Fonte: Autor (2024)

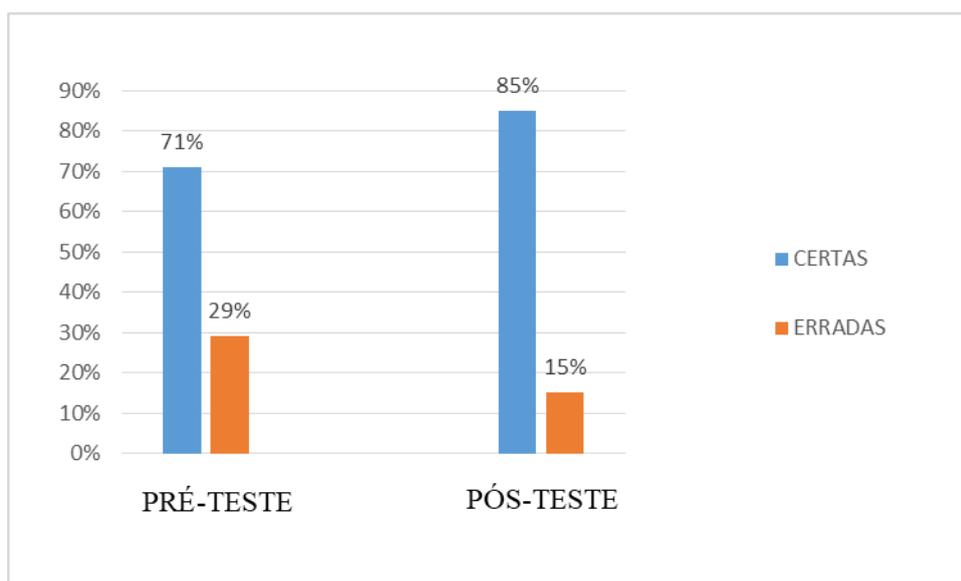
Como é mostrado na tabela 03, vimos uma melhoria na resolução dos alunos na parte de encontrar o zero de uma função afim, sendo encontrados alguns erros nos itens da primeira questão e que em seu correspondente no pós-teste estava correto. Além disso, teve também em itens que estavam em branco, mas que no pós-teste alguns alunos conseguiram resolver de maneira correta.

ANÁLISE GERAL

Para a análise de dados dos percentuais médios, é importante ressaltar a quantidade de participantes em cada etapa, pois em cada fase tivemos alguns alunos que faltavam. Na turma escolhida são 40 alunos matriculados, na primeira fase que foi a aplicação do pré-teste estavam presentes 32 alunos, já no pós-teste tivemos 28 alunos participando da pesquisa, ou seja, 4 alunos a menos em relação a etapa anterior. E ainda ocorreu o fato de alguns que responderam o pós-teste e não responderem o pré-teste conforme a tabela 08.

No gráfico 03 abaixo podemos observar que os percentuais médios aumentaram de 71% para 85% de pré-teste e pós-teste, respectivamente, tendo um aumento de 14%. Isso mostra que a turma apresentou uma melhoria no conteúdo de função afim.

Gráfico 03 – Percentuais médios do pré-teste e pós-teste



Fonte: Autor (2024)

Essa evolução da turma pode ser verificada de maneira mais detalhada na tabela 04, onde mostra todos os participantes que responderam o pré-teste e/ou pós-teste, uma vez que alguns alunos fizeram um, mas deixava de fazer o outro. Dessa forma, podemos ver a evolução ou não dos que fizeram os testes, assim como ver os que não fizeram.

Tabela 04: comparação individual dos alunos no pré-teste e pós-teste

Aluno	Pré-teste	Pós-teste
A1	60%	100%
A2	70%	90%
A3	80%	90%
A4	70%	80%
A5	70%	90%
A6	80%	NÃO
A7	70%	100%

A8	90%	90%
A9	90%	NÃO
A10	90%	NÃO
A11	80%	100%
A12	90%	NÃO
A13	90%	NÃO
A14	90%	100%
A15	80%	80%
A16	60%	100%
A17	80%	40%
A18	80%	90%
A19	80%	100%
A20	100%	NÃO
A21	40%	60%
A22	100%	70%
A23	50%	80%
A24	30%	50%
A25	70%	90%
A26	70%	90%
A27	30%	50%
A28	70%	70%
A29	70%	80%
A30	80%	80%

A31	60%	90%
A32	40%	60%
A33	NÃO	80%
A34	NÃO	80%

Fonte: Autor (2024)

Com base na tabela acima que mostra os percentuais dos alunos sobre a sequência didática aplicada na sala, temos como destaque os participantes que tiveram melhor desempenho na evolução do pré-teste para o pós-teste, sendo os alunos A1, A16 e A31, com melhorias de 40%, 40% e 30% respectivamente. Por outro, os alunos que não apresentaram um aumento percentual destacamos o aluno A22 e A17, que tiveram no caso uma diminuição de 30% e 40% na quantidade de acertos e os alunos A8, A15, A28 e A30 que não tiveram nem aumento nem diminuição no percentual.

5. CONCLUSÃO

O estudo de função afim é de suma importância para o desenvolvimento de habilidades dos alunos, como a exemplo do raciocínio lógico, construção de gráficos e de interpretação de situações problemas do cotidiano. Além disso, o estudo de função afim serve de base para o estudos em outras funções como função exponencial e quadrática, de fato, uma vez que esses conteúdos exigem alguns tópicos em comum como a aplicação desses conteúdos em situações do dia a dia.

Na aplicação do pré-teste na turma do terceiro ano notamos que mesmo uma quantia dos alunos responderem algumas questões corretamente, ainda assim existem vários com déficit em alguns tópicos de função afim, sendo o mais recorrente a intersecção de duas funções e de encontrar o zero da função.

Para tanto, em uma sala de aula ser formada por alunos que aprendem de forma heterogênea, ou seja, composta por alunos que tem facilidade para aprender matemática, mas também de alunos que possuem dificuldade em aprender matemática. Nesse sentido, é importante que o professor enquanto sujeito formador tenha algumas metodologias de ensino para que possa facilitar no aprendizado dos alunos que possuem dificuldades.

Assim, uma possibilidade de metodologia de ensino no conteúdo de funções é por meio do ensino contextualizado, como a aplicação da criptografia, sendo esta presente na vida do aluno, dessa forma com uma sequência didática que envolva esses tópicos podem favorecer na aprendizagem. Além disso, nas demais fases após o pré-teste foi possível perceber mais atenção, tanto na aula expositiva em que era mostrado alguns fatos curiosos de criptografia, ao assistirem o filme e também na atividade em grupo, pois houve uma troca de informações entre os participantes que veio a agregar no conhecimento de função afim.

Com a aplicação da sequência didática que envolvia diferentes maneira de abordar o conteúdo de funções, tivemos um resultado favorável como é possível perceber na tabela 04, onde os alunos em sua maioria tiveram um aumento percentual de 10% a 40%. Nesse sentido, espera-se que esse trabalho sirva para inspirar professores na busca de novas metodologias de ensino que melhore no processo de ensino aprendizagem dos alunos, sendo a criptografia uma alternativa para o ensino de funções.

REFERÊNCIAS

BRAGA, Guilherme Inácio Lemos. **A CRIPTOGRAFIA COMO RECURSO DIDÁTICO NO ENSINO MÉDIO**. 2020. Disponível em:

<<https://www.locus.ufv.br/handle/123456789/27731>> . Acesso em: 16 maio. 2024.

BRASIL, **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**, Brasília: MEC/SEF, 1998

OLIVEIRA, D.; KRIPKA, R. M. L. **O Uso da Criptografia no Ensino de Matemática**. 2011. Disponível em: < <https://docplayer.com.br/5004244-O-uso-da-criptografia-no-ensino-de-matematica.html> >. Acesso em: 09 maio. 2024.

ROSSETO, Cintia Kohori. **Criptografia como Recurso Didático: Uma Proposta Metodológica aos Professores de Matemática**. UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO” Campus de Presidente Prudente Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). Presidente Prudente 2018.

SBC HORIZONTES. **Alan Turing e a Enigma**. Disponível em: < <http://horizontes.sbc.org.br/index.php/2016/11/alan-turing-e-a-enigma/> > . Acesso em: 15 maio. 2024.

TAMAROZZI, Antônio Carlos. **Codificando e decifrando mensagens**. In Revista do Professor de Matemática 45, São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, 2001. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/veiculos_de_comunicacao/RPM/RPM45/RPM45_08.PDF>. Acesso em: 08 maio. 2024.

SILVA, A. A. **Números, Relações e Criptografia**. Departamento de Matemática - UFPB, Paraíba, 2000.

SINGH, Simon. **O livro dos códigos** / Simon Singh; tradução de Jorge Calife. - Rio de Janeiro: Record, 2001.

SUETÔNIO. A Vida dos Doze Césares. trad. Sady-Garibaldi. 2 ed. São Paulo. Ediouro. 2002.