

MODELAGEM E ANÁLISE EXPERIMENTAL DO RESFRIAMENTO DE SISTEMAS TÉRMICOS UTILIZANDO O ARDUINO

MODELLING AND EXPERIMENTAL ANALYSIS OF THERMAL SYSTEM COOLING USING ARDUINO

MODELADO Y ANÁLISIS EXPERIMENTAL DE SISTEMAS DE REFRIGERACIÓN TÉRMICA MEDIANTE ARDUINO

Igor Alecrim Barbosa

Pós-Graduado em Building Information Modeling (BIM)

Escola Brasileira de Pós-Graduação

E-mail: eng.igoralecrim@gmail.com

Deborah Faragó Jardim

Doutorado em Física

Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri

E-mail: deborah.farago@ufvjm.edu.br

Jaqueline Maria da Silva

Doutorado em Modelagem Computacional

Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri

E-mail: jaqueline.silva@ufvjm.edu.br

Resumo

O estudo das equações diferenciais possui suma importância em diversas áreas de conhecimento, inclusive na Engenharia. Neste contexto, é possível verificar a viabilidade do uso das mesmas em inúmeras aplicações, colaborando para o avanço da ciência e da tecnologia. Desta forma, este trabalho propõe realizar uma aplicação das equações diferenciais, especialmente com a Lei do Resfriamento de Newton, em diferentes garrafas térmicas usando o Arduino como plataforma de prototipagem para a coleta de dados. Diante disso, apresenta-se uma abordagem prática da aplicação da Lei do Resfriamento de Newton em estudos de fenômenos termodinâmicos.

Palavras-chave: Lei do Resfriamento de Newton; Garrafas Térmicas; Capacidade Térmica; Arduino

Abstract

This study applies Newton's Law of Cooling to evaluate the thermal performance of vacuum flasks using an Arduino-based data acquisition system. In this context, their applicability can be verified in numerous scenarios, contributing to advancements in science and technology. Accordingly, Two

experiments monitored temperature decay over 24 hours, this work proposes an application of differential equations, particularly, revealing significant differences in heat retention among three flasks. Newton's Law of Cooling, to evaluate different vacuum flasks, employing Arduino as a prototyping platform for data acquisition. This approach provides a practical demonstration of Exponential fits yielded $R^2 > 0.996$, confirming model validity. Newton's Law of Cooling in the analysis of thermodynamic phenomena.

Keywords: Newton's Law of Cooling; Thermos Bottles; Thermal Performance; Arduino.

Resumen

El estudio de las ecuaciones diferenciales tiene una importancia fundamental en diversas áreas del conocimiento, incluida la Ingeniería. En este contexto, es posible evidenciar la viabilidad de su aplicación en múltiples situaciones prácticas, contribuyendo al avance de la ciencia y la tecnología. En este sentido, el presente trabajo propone una aplicación de las ecuaciones diferenciales, en particular de la Ley de Enfriamiento de Newton, en diferentes recipientes térmicos, utilizando Arduino como plataforma de prototipado para la adquisición de datos. De este modo, se presenta un enfoque práctico de la aplicación de la Ley de Enfriamiento de Newton en el estudio de fenómenos termodinámicos.

Palabras clave: Ley de enfriamiento de Newton; Termos; Capacidad calorífica; Arduino

1. Introdução

O estudo das equações diferenciais apresenta inúmeras aplicações em diversas áreas de conhecimento, especialmente na modelagem matemática de fenômenos físicos. Desde o século XVII, com os trabalhos de Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz, essas equações tem sido utilizadas para descrever matematicamente processos naturais, possibilitando transformar problemas do mundo real em modelos matemáticos capazes de auxiliar na compreensão e na análise desses fenômenos (Alves et al., 2018). Dentre as aplicações das equações diferenciais pode-se destacar a Lei do Resfriamento de Newton, que descreve a variação da temperatura de um corpo ao longo do tempo em função da diferença entre sua temperatura e a do meio à sua volta.

No ano de 1701 Newton publicou anonimamente um artigo intitulado *Scala Graduum Caloris*, o qual descreve o método para medir temperaturas de até

1000°C, algo improvável aos termômetros naquela época. Mais tarde, esse método foi denominado "Lei de Resfriamento de Newton" (Souza, 2007) e está fundamentado no fenômeno termodinâmico de equilíbrio térmico, um fenômeno natural de transferência de calor entre diferentes corpos e que é considerado como um dos principais conceitos da termodinâmica (Segobia *et al.*, 2013).

A Lei do Resfriamento de Newton possui diversas aplicações em diferentes contextos, como perícias criminais, análise de aquecimento e resfriamento em materiais como blocos cerâmicos e estruturas metálicas, e em estudos relacionados à eficiência de dispositivos de isolamento térmico, como as garrafas térmicas, que são recipientes amplamente utilizados com o objetivo de conservar a temperatura dos líquidos, (Bergman et al. 2020).

As garrafas térmicas são recipientes constituídos por camadas estruturais que funcionam como barreiras que buscam impedir a transferência de calor entre o fluido que está contido na garrafa e o ambiente externo. Mas, como não existe um isolante térmico perfeito, a perda de calor ao longo do tempo é inevitável. Com isso, o líquido que está armazenado, gradualmente, tende ao equilíbrio térmico com o ambiente (Diefenthäle e Avi, 2017). Portanto, quanto maior a eficiência térmica da garrafa, maior será o tempo necessário para que a condição de equilíbrio térmico ocorra.

Com base nessa perspectiva, o presente trabalho tem como objetivo analisar a eficiência térmica de diferentes garrafas térmicas mediante a aplicação da Lei do Resfriamento de Newton. Para isso, desenvolveu-se um sistema de aquisição de dados a partir do uso de uma plataforma de prototipagem eletrônica Arduino, que permite a coleta de dados acerca da temperatura ao longo do tempo de forma automatizada. O uso dessa ferramenta tecnológica possibilita maior precisão e continuidade na obtenção das medições experimentais, contribuindo para uma análise mais detalhada do fenômeno de resfriamento, (Lima, 2013; Atkin, 2016).

O presente artigo é um recorte do trabalho de Barbosa (2021). Inicialmente, são apresentados os fundamentos teóricos relacionados à Lei do Resfriamento de Newton e à utilização da placa de Arduino em experimentos de aquisição de dados, considerada uma ferramenta interessante para esse fim (De Lima, 2013).

No capítulo seguinte, descreve-se a metodologia experimental que foi adotada, incluindo o processo de coleta de dados realizado durante a calibração dos sensores, e a realização de dois experimentos distintos, o experimento 1 e o experimento 2. Para finalizar, são apresentados e discutidos os resultados obtidos na pesquisa, que permitiu identificar diferenças na eficiência térmica entre as três garrafas analisadas e estabelecer uma análise comparativa entre os experimentos realizados.

Para análise, os dados experimentais foram ajustados por meio de ajuste exponencial, em concordância com o modelo físico da Lei do Resfriamento de Newton. Para cada garrafa foram estimados os valores do coeficiente de resfriamento e do tempo característico, nos dois experimentos realizados. Foram apresentados, ainda, indicadores da qualidade do ajuste, ou seja, os coeficientes de determinação R^2 para cada conjunto de coleta de dados.

2. As Garrafas Térmicas e a Termodinâmica

A Lei do Resfriamento de Newton é uma das aplicações clássicas e fundamentais das equações diferenciais, sendo muito utilizada na resolução de problemas relacionados à variação de temperatura, como afirma Alitolef (2011).

De acordo com Silva (2014), um corpo com temperatura T , sem fonte de calor interna, quando em contato com o meio circundante com temperatura T_{amb} tende a atingir a temperatura ambiente T_{amb} com o decorrer do tempo. Nesse contexto, Zill (2003) afirma que a Lei do Resfriamento descreve que a taxa de variação temporal da temperatura de um corpo $T(t)$ é proporcional à diferença de temperatura entre o corpo e o meio circundante. Desta forma, a equação diferencial que descreve o problema (Figueiredo; Neves, 2000) apresenta as seguintes hipóteses:

- A temperatura T é a mesma em todo corpo e depende apenas do tempo t ;
- A temperatura do meio circundante é constante com o tempo e é a mesma em todo o meio;
- O fluxo de calor através das paredes do corpo é proporcional à diferença entre as temperaturas do corpo e do meio ambiente.

Essas hipóteses simplificam a realidade para criar um modelo de parâmetros concentrados, onde são ignoradas variações espaciais de temperatura dentro do objeto. Elas são os pilares que dão sustentação ao modelo matemático da Lei do Resfriamento de Newton.

Desse modo, a taxa de variação da temperatura T em relação ao tempo t é expressa pela equação diferencial de primeira ordem:

$$\frac{dT}{dt} = -k (T - T_{amb}) \quad (1)$$

em que T_{amb} representa a temperatura ambiente, suposta constante, e $k > 0$ é o coeficiente de resfriamento, que depende das propriedades do material e da área da superfície exposta ao meio circundante (Silva, 2014).

Para resolver, basta aplicar o método de separação de variáveis, onde o lado esquerdo da igualdade terá somente termos da temperatura, ficando a constante k e o elemento do tempo dt do lado direito. Com isso, é possível integrar ambos os lados da expressão, ou seja,

$$\int \frac{dT}{(T - T_{amb})} = \int -k dt$$

que resulta em:

$$\ln (T - T_{amb}) = -kt + C ,$$

onde C é a constante de integração. Ao aplicar a propriedade fundamental dos logaritmos aparece do lado direito o termo e^{-kt+C} , que é igual a $e^C e^{-kt}$. E fazendo $e^C = B$, obtém-se a solução:

$$T(t) = T_{amb} + B e^{-kt} , \quad (2)$$

em que B é uma constante determinada pelas condições iniciais. Na Seção 4 a Equação (2) será linearizada para que se proceda com a análise quantitativa dos dados experimentais.

De forma equivalente, fazendo $k = 1/\tau$, pode-se escrever:

$$T(t) = T_{amb} + B e^{-t/\tau} . \quad (3)$$

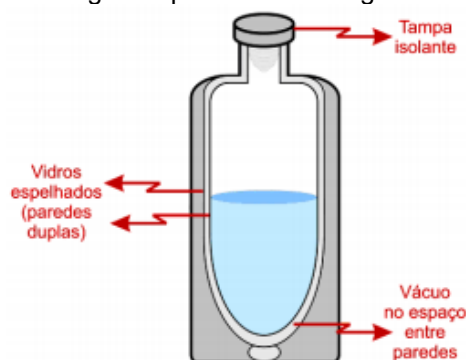
Nessa expressão, τ é o tempo característico do processo. Quando $t = \tau$, a diferença $T(t) - T_{amb}$ reduz-se a e^{-1} do valor inicial, ou seja, aproximadamente 36,8%.

De acordo com Diefenthäle e Avi (2017), a garrafa térmica consiste em um recipiente composto de um corpo externo (jarra ou garrafa fabricada em diferentes materiais como plástico, inox) e de uma parte interna constituída por uma ampola (geralmente de material de vidro).

A invenção das garrafas térmicas está diretamente associada à criação do *frasco de Dewar*, no século XIX, pelo físico-químico escocês James Dewar. Ao conduzir suas pesquisas sobre Criogenia (estudo de fenômenos com temperaturas muito baixas), Dewar notou que o vácuo é o melhor isolante térmico. Assim, iniciou-se a fabricação de garrafas com paredes duplas, deixando um espaço entre elas (vácuo) e revestindo seu interior com uma película de prata para refletir melhor a radiação (Diefenthäle e Avi, 2017).

Ademais, vale ressaltar que as garrafas térmicas possuem a finalidade de dificultar as trocas de calor do fluido com o ambiente externo e isso se dá devido os seus componentes estratégicos utilizados na composição. Segundo Veit (2009), esses constituintes são determinantes para o funcionamento dos recipientes, de modo a evitar três formas de transferência de calor: condução, convecção e radiação. Conforme Figura 1, os componentes das garrafas térmicas são constituídos da seguinte maneira:

Figura 1- Imagem representativa da garrafa térmica



Fonte: Adaptado de (VEIT, 2009)

- a) Paredes internas duplas de vidro, com a finalidade de reter trocas de calor por condução e convecção.
- b) Material de vidro das paredes internas são espelhadas, de forma que evite trocas de calor por irradiação.

c) Tampa isolante, com a finalidade de evitar trocar de calor por condução com meio externo.

De acordo com Incropera e Dewit (1999), a transferência de calor por condução é denominada pelo choque das partículas que constituem o sistema. Assim, nas ampolas a condução é evitada devido ao material, o vidro, considerado como um bom isolante térmico por possuir alta resistência térmica (R), propriedade obtida por meio da razão entre a espessura L de uma placa e a condutividade térmica k do material (Diefenthäle e Avi, 2017). Sabe-se que a condutividade térmica é uma característica específica que depende do material e que quantifica a habilidade de condução de calor. Desta forma, materiais que possuem condutividade térmica baixa possuem maior capacidade de conservação de calor, como por exemplo o vidro, com condutividade de aproximadamente $1,0 \text{ W/mK}$, (Halliday, 2016)

Ademais, é fundamental ressaltar a importância da região de vácuo entre as paredes duplas das ampolas, responsável por evitar a transferência de calor por condução e por convecção. De acordo com Halliday (2016), o processo de convecção que ocorre nos fluidos é ocasionado devido à diferença de densidade dos componentes do sistema, tem-se que o fluido mais quente se expande. Consequentemente, fica mais denso e é direcionado para cima enquanto o fluido mais frio tende a ficar mais denso e direcionar para baixo, gerando as correntes de convecção. Assim, a presença do vácuo é responsável por evitar esse contato entre fluido do sistema com o ambiente externo, de forma que não haja essa transferência de calor entre ambos.

Além disso, o material interno das ampolas são espelhadas e possui grande contribuição para amenizar as trocas por radiação. Esta forma de transferência de calor não necessita de meio para ocorrer e isto devido à energia térmica ocorrer a partir da emissão de ondas eletromagnéticas. Ou seja, os raios infravermelhos emitidos pelo fluido quente são refletidos internamente e a temperatura tende a se manter constante no interior do recipiente (Diefenthäle e Avi, 2017).

Desta forma, observa-se que as características das garrafas térmicas são determinantes para redução de transferência de calor e, consequentemente, para conservação da temperatura do fluido por mais tempo em seu interior. Assim, como

não há materiais isolantes perfeitos, tende a ocorrer troca de calor com o meio circundante, seja através da tampa ou até mesmo da própria ampola (Veit, 2009).

3. Metodologia e coleta de dados

A metodologia de pesquisa escolhida para este trabalho foi subdividida nas seguintes etapas: prototipagem simples inicial, calibração dos sensores e coleta de dados, em experimentos denominados de experimento 1 e experimento 2. Inicialmente, foi realizada uma prototipagem eletrônica simples com apenas um sensor e sem inserção de líquido, para fins didáticos. Posteriormente, para verificar a eficiência dos sensores foi realizada a calibração, com aplicação no processo de aquecimento e resfriamento.

Após verificar a eficiência dos sensores, foi realizada a coleta de dados dos experimentos 1 e 2 no processo de resfriamento, possuindo uma diferença entre ambos em relação ao preenchimento de líquidos nos recipientes. Para o experimento 1 foi utilizada a mesma quantidade de água (500ml) para todas garrafas, enquanto no experimento 2 utilizou-se o volume total do respectivo recipiente.

A coleta de dados foi realizada em duas etapas fundamentais: montagem do circuito eletrônico e programação na plataforma Arduino que tem se destacado pela sua flexibilidade, precisão (Badamasi, 2021) e de potencial ferramenta educacional de baixo custo (Atkin et al, 2020). Ambas as etapas foram realizadas para prototipagem de teste, calibração dos sensores e coleta de dados nos experimentos 1 e 2.

3.1 Montagem

Inicialmente foi realizado um teste em laboratório com uma prototipagem eletrônica simples. Para realizar tal teste, foram necessários os materiais listados na Tabela 1.

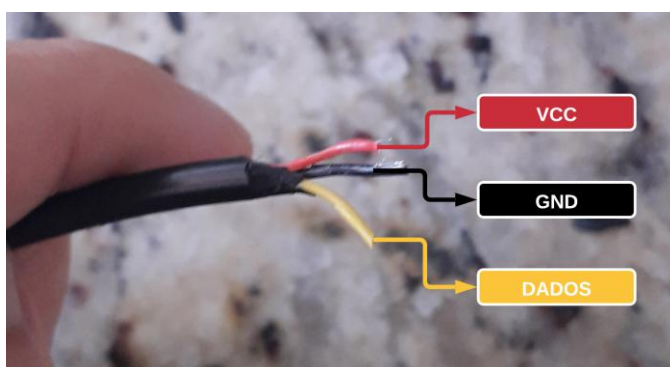
Tabela 1 - Materiais utilizados na prototipagem teste

Quantidade	Material
1	Arduino Uno
1	Protoboard
1	Sensor DS18B20
1	Resistor 10K Ω
Vários	<i>Jumpers</i>

Fonte: Elaborado pelos autores.

Na Figura 2 abaixo, observa-se a identificação de cada fio do Sensor de Temperatura DS18B20. Conforme indicado, o fio amarelo será responsável por realizar a leitura de temperatura. Por outro lado, o fio preto irá conectar no pino *graduated neutral density filter* (GND), muito conhecido como "terra" da placa Arduino. Enquanto o fio vermelho é responsável por conectar no pino de voltagem de corrente contínua (VCC), o qual é responsável por gerar a corrente contínua do sistema.

Figure 2 - Identificação fios do sensor de temperatura DS18B20



Fonte: Adaptado de (VEIT, 2009)

A principal vantagem deste sensor é a possibilidade de operar em projetos que envolvam medição de temperatura em ambientes úmidos ou, como no nosso caso, em recipientes com líquido. O sensor é revestido por um material à prova d'água e sua ponta é encapsulada em aço inoxidável. Além disso, o sensor possui uma excelente precisão e comunicação por meio de um único fio (*1-Wire*), o que

permite com que vários sensores de temperatura DS18B20 sejam utilizados em uma única saída do microcontrolador.

Além disso, para um bom desenvolvimento no decorrer da prototipagem, é importante ressaltar algumas especificações do sensor. Na Tabela 2 é possível observar a temperatura e tensão de operação do sensor, bem como outras características disponibilizadas pelo fabricante e que são fundamentais conhecer antes de iniciar o experimento.

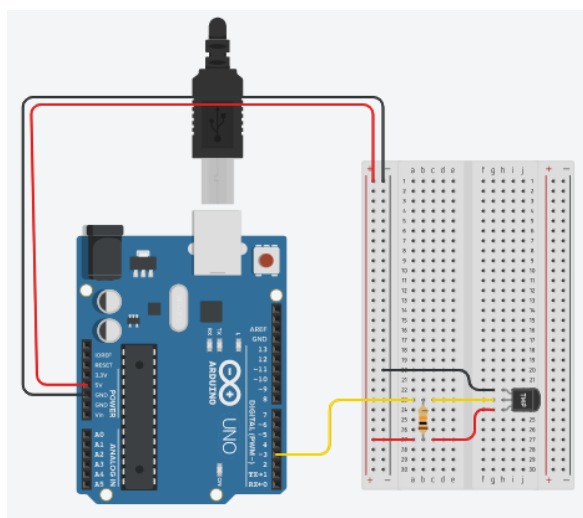
Tabela 2 - Especificações e características do Sensor de Temperatura DS18B20

Especificação	Valor	Unidade de Medida
Tensão de operação	3 a 5,5 (DC)	V
Temperatura de operação	-55 a 125	°C
Precisão	± 0,5	°C
Resolução	9 ou 12	bits
Período de atualização	< 750	ms

Fonte: Elaborado pelos autores.

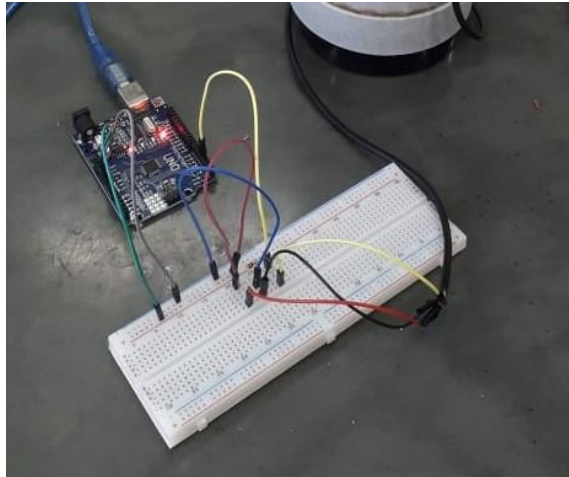
Após conhecer as características do sensor, é possível desenvolver o circuito que será utilizado para a coleta inicial. Na Figura 3 têm-se o esquema de ligação desenvolvido e na Figura 4 o circuito utilizado na prática, seguindo a abordagem de múltiplos sensores apresentada por Balogun et al., (2017).

Figura 3 - Protótipo de circuito



Fonte: Arquivo dos autores.

Figura 4 - Montagem na prática



Fonte: Arquivo dos autores.

3.2 Programação

Para que seja possível a realização do experimento, é necessário o desenvolvimento do código para que o Arduino Uno possa executar os comandos necessários. Desta forma, nesta seção serão demonstrados todos os passos para o desenvolvimento do código utilizado.

Inicialmente, é fundamental fazer a inclusão das bibliotecas necessárias para permitir que o sensor de temperatura DS18B20 seja executado corretamente pelo Arduino Uno. As bibliotecas utilizadas são: *OneWire.h* e a *DallasTemperature.h*. Para inclusão das bibliotecas basta digitar o código no início da *sketch*, conforme Figura 5.

Figura 5 - Bibliotecas do sensor de temperatura DS18B20

```
SensorTermometro  
#include <OneWire.h>  
#include <DallasTemperature.h>
```

Fonte: Arquivo dos autores

Posteriormente, é necessária a criação dos objetos das classes *OneWire* e *Dallas Temperature*. Primeiramente, deve ser feita a criação do objeto referente a

classe *OneWire*, relacionado ao pino que será utilizado para transmissão de dados. Em seguida, referente a classe *DallasTemperature*, deve ser criado o objeto que representará o barramento de sensores no código, ou seja, irá associar o mesmo ao objeto criado anteriormente. Além disso, também deve-se criar o objeto responsável por representar o endereço de temperatura em nosso código que, conseqüentemente, irá representar o sensor utilizado. É possível observar a representação de tais objetos e seus respectivos códigos de acordo com a Figura 6.

Figura 6 - Criação de objetos referentes às bibliotecas utilizadas

```
OneWire pino(3);  
DallasTemperature sensorDSB20(&pino);  
DeviceAddress sensor;
```

Fonte: Arquivo dos autores

Logo após a criação dos objetos anteriores, é possível definir as configurações iniciais na função *setup()*. Como padrão, inicialmente é definida a velocidade de comunicação do Monitor Serial através do código *Serial.begin(9600)*. Assim, posteriormente, através da sentença *sensorDS18B20.begin()* é possível iniciar o barramento de sensores e em seguida armazenar o endereço do sensor no objeto *sensor*, essencial para o monitoramento das garrafas Balogun et al., (2017). Pela Figura 7 é possível observar a representação do código acerca da função *setup()*.

Figura 7 - Função Setup

```
void setup() {  
    Serial.begin(9600);  
    sensorDSB20.begin();  
    sensorDSB20.getAddress(sensor, 0);  
}
```

Fonte: Arquivo dos autores

Para a aquisição das temperaturas obtidas, é necessário utilizar as sentenças dentro da função *loop()*. Inicialmente a sentença *sensorDS18B20.requestTemperatures()* é utilizada para obtenção das temperaturas conforme transmissão e a sentença *sensorDS18B20.getTempC()* é responsável por

selecionar o valor referente obtido e realizar a conversão na unidade pretendida (em graus Celsius, neste caso). Logo em seguida, esse valor é armazenado na variável *float temperatura* e posteriormente deve-se colocar o "tempo de espera" para executar a função *loop* novamente através da sentença *delay* (tempo em ms). Pela Figura 8 é possível observar a representação do código interno na função.

Figura 8 - Função Loop

```
void loop()
{
  sensorDSB20.requestTemperatures();
  float temperatura = sensorDSB20.getTempC(sensor);
  Serial.print(temperatura);
  delay (1000);
}
```

Fonte: Arquivo dos autores

Desta forma, foram apresentados os procedimentos do desenvolvimento da *sketch* para realização de medições de temperatura com um sensor DS18B20. Porém, como o objetivo principal do trabalho é comparar eficiência térmica entre três diferentes garrafas, é mais viável a coleta de dados simultaneamente com a utilização de três sensores. Assim, de maneira análoga, é possível desenvolver o protótipo com a utilização com mais de um sensor de temperatura com algumas pequenas mudanças no código, conforme será apresentado no decorrer do texto.

3.3 A Calibragem dos Sensores

A calibragem dos sensores de temperatura possui como objetivo identificar possíveis falhas em tais equipamentos ao longo do processo de medição. Este procedimento é realizado na primeira medição, antecedente ao experimento 1 e possui metodologia semelhante à dos experimentos posteriores. Para realização da calibragem serão necessários o materiais apresentados na Tabela 3:

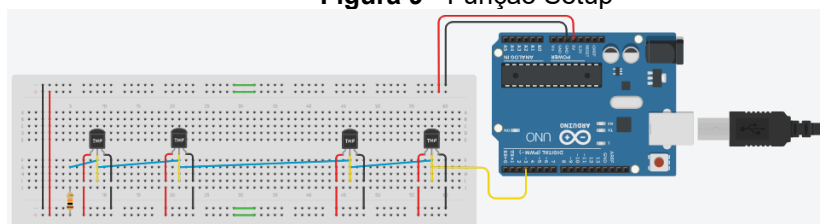
Tabela 3 - Materiais utilizados na calibragem

Quantidade	Material
01	Arduino Uno
01	Protoboard
04	Sensor DS18B20
01	Resistor 10K Ω
500 ml	Água
500 ml	Gelo

Fonte: Elaborado pelos autores.

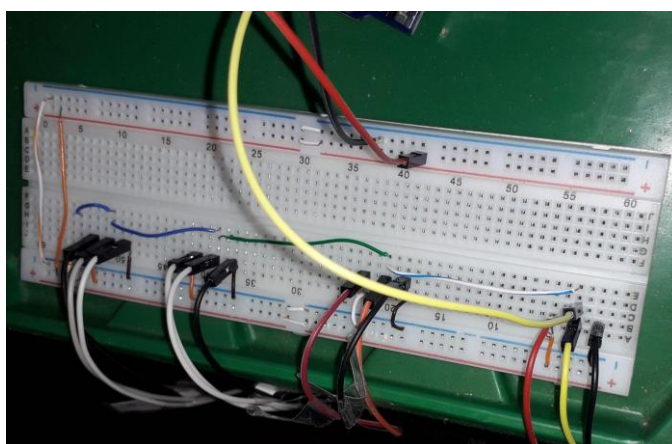
Para uma melhor obtenção de resultados nos experimentos posteriores, a calibração dos sensores de temperatura teve uma metodologia mais semelhante possível. A calibração dos três sensores foi realizada de forma simultânea na mesma plataforma de Arduino e no mesmo recipiente para observar possíveis diferenças. Na Figura 9 abaixo, observa-se o esquema de ligação do circuito utilizado com os 4 sensores de temperatura DS18B20, enquanto na Figura 10 é possível observar o circuito na prática.

Figura 9 - Função Setup



Fonte: Arquivo dos autores

Figura 10 - Função Setup



Fonte: Arquivo dos autores

Vale ressaltar que na calibração dos sensores foi utilizado o Parallax *Data acquisition tool* (PLX-DAQ), ferramenta mencionada na fundamentação teórica e que possibilita a transição de dados do Arduino para a planilha no Microsoft Excel, Balogun et al., (2017).

O processo da calibração dos sensores foi dividido em 2 etapas, uma acerca do aquecimento da água e outra acerca do resfriamento. Inicialmente os sensores foram identificados para facilitar caso ocorra possíveis falhas e seja possível apontar o sensor com erro. Posteriormente foi realizada a calibração com a etapa de aquecimento conforme os passos iniciais abaixo:

- Colocar 500ml de água (temperatura ambiente) no recipiente.
- Colocar sensores no recipiente.
- Ferver água, com sensores no recipiente.

Em seguida, foi realizada a etapa do resfriamento. Inicialmente o fogo foi desligado e houve a espera da queda da temperatura até estabilizar com a temperatura ambiente. Após estabilização, houve a introdução do gelo para iniciar a etapa de resfriamento conforme os passos abaixo:

- Desligar fogo.
- Deixar a temperatura estabilizar em (temperatura ambiente).
- Introduzir cerca de 500mL de gelo no recipiente.
- Deixar a temperatura estabilizar (temperatura ambiente).

No contexto de coleta de dados de forma contínua, o arduino se apresenta como uma ferramenta eficiente, como apresentado em outros experimentos similares em Física, (Lima 2013; Atkin, 2016).

3.4 Experimentos 1 e 2

Os experimentos 1 e 2 foram cerca de 15 dias após realização da calibração, com o intuito de avaliar a eficiência das garrafas térmicas. Ambos os experimentos tiveram os mesmos materiais, *sketch* e metodologia, possuindo como diferença apenas a quantidade de líquido no recipiente em estudo. Além disso, as análises

referem-se à lei de resfriamento, ou seja, a fase de aquecimento do líquido não estará em observação.

Portanto, para a realização de ambos os experimentos, foram necessários os seguintes materiais listados na Tabela 4.

Tabela 4 - Materiais utilizados nos experimentos 1 e 2

No	Ano
01	Arduino Uno
01	Protoboard
03	Sensor DS18B20
03	Garrafas Térmicas
01	Cola silicone
01	Resistor 10K Ω
Vários	Jumpers
Variável	Água

Fonte: Elaborado pelos autores

Em seguida, identificou-se cada sensor de acordo com a respectiva garrafa, conforme Figura 11. Esta identificação é essencial para a verificação e análise correta posterior dos dados correlacionados. As 3 garrafas utilizadas no experimento tinham capacidades volumétricas diferentes, sendo a garrafa 1 de 850 mL, a garrafa 2 de 1.000 mL e a garrafa 3 com capacidade de 750 mL.

Figura 11 - Identificação Garrafas



Fonte: Arquivo dos autores

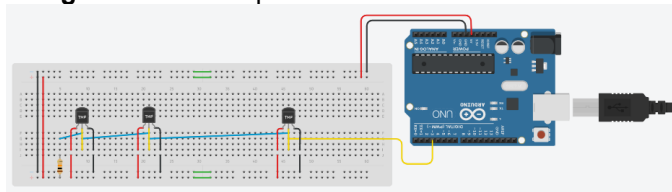
Para o experimento 1 foram utilizados 500 mL de água em cada garrafa, ou seja, todas as garrafas receberam o mesmo volume de água. Para o experimento 2 o objetivo foi o de completar o volume de líquido total para cada garrafa. Desse modo, após a identificação dos sensores, iniciou-se a etapa de inserção da água nas garrafas térmicas para realização do experimento 1.

Primeiramente, aproximadamente três litros de água foram aquecidos num recipiente que foi colocado no fogo. Quando a fervura foi atingida, encheu-se a primeira garrafa, colocando o volume definido para o experimento 1, de 500 mL por garrafa. Em seguida, a garrafa foi fechada e o mesmo procedimento foi adotado para colocar a água na segunda garrafa e, posteriormente, na terceira. Desse modo, a água despejada em cada garrafa estava, no momento da colocação, na temperatura aproximada da fervura.

Para a realização do experimento 2 replicou-se o mesmo procedimento metodológico do experimento 1, com a diferença do volume de líquido despejado, que, neste caso, buscou preencher completamente cada garrafa.

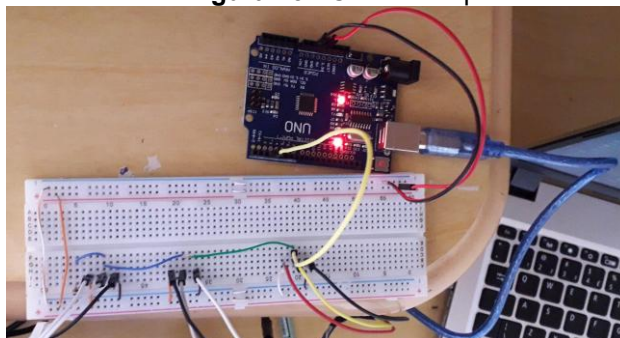
A coleta de dados nas 3 garrafas térmicas foi realizada de forma simultânea na plataforma de Arduino. Na Figura 12 tem-se o esquema de ligação do circuito utilizado em ambos experimentos, enquanto na Figura 13 é possível observar o circuito na prática.

Figura 12 - Protótipo de circuito desenvolvido no *tinkercard*.



Fonte: Arquivo dos autores

Figura 13 - Circuito na prática



Fonte: Arquivo dos autores

De forma semelhante ao processo da calibração, também foi utilizado o *Parallax Data acquisition tool* como ferramenta para transição de dados para a planilha no Microsoft Excel.

Após o esquema de ligação no circuito e código concluídos, é possível prosseguir na execução com o experimento. Inicialmente as tampas das garrafas foram perfuradas com a furadeira para que os sensores de temperatura fossem introduzidos nos recipientes. Para que não ocorra transferência de calor da água interna através da tampa de vedação das garrafas, utilizou-se cola silicone, conforme mostra a Figura 14.

Figura 14 - Identificação Garrafas



Fonte: Arquivo dos autores

4. Resultados e Discussão

4.1 Resultados experimentais

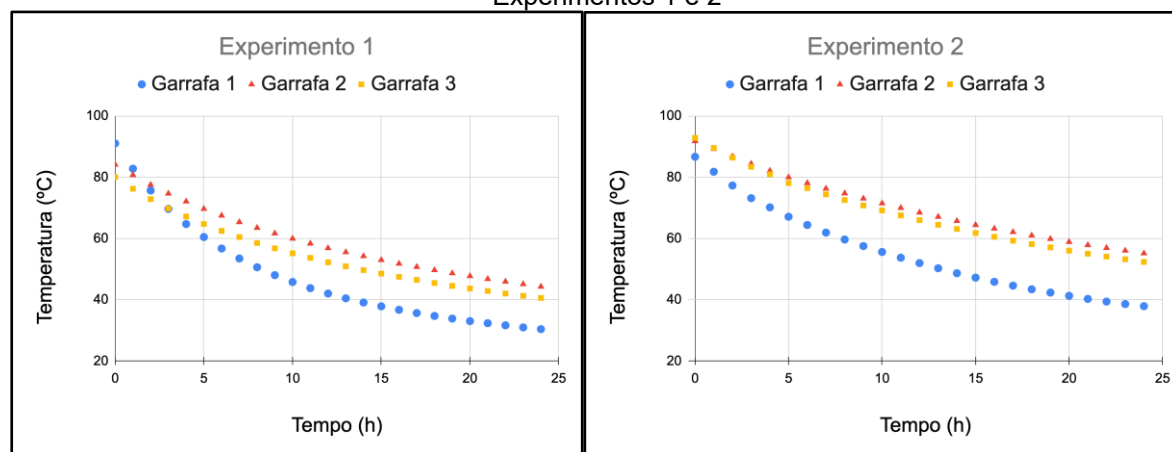
Os experimentos realizados neste trabalho tiveram como objetivo analisar o comportamento térmico de diferentes garrafas térmicas ao longo do tempo, a partir do resfriamento de uma porção de água que havia sido aquecida inicialmente. Foram

conduzidos dois experimentos distintos, nos quais a temperatura do líquido foi monitorada continuamente, a cada segundo, ao longo de 24 horas. O monitoramento ocorreu com o auxílio de um sistema de aquisição de dados baseado na plataforma Arduino.

No experimento 1, foi utilizado um volume fixo de 500 mL de água em cada garrafa térmica, mantendo-se as condições iniciais semelhantes entre os recipientes. A temperatura ambiente considerada, medida no início do experimento, foi de 25,20°C. Já no experimento 2, o procedimento foi repetido, porém com diferença entre os volumes de água adicionados, de modo a utilizar o volume total de cada garrafa. Para esse experimento, a temperatura ambiente, que também foi medida no início do experimento, foi de 26,75°C.

A Figura 15 apresenta dois gráficos, ambos de $T \times t$, sendo o da esquerda relativo ao experimento 1 e o da direita referente ao experimento 2.

Figura 15 - Variação da temperatura em função do tempo para as garrafas térmicas nos Experimentos 1 e 2



Fonte: Arquivo dos autores

De maneira geral, observa-se que todas as garrafas apresentaram comportamento típico de resfriamento, caracterizado por uma diminuição gradual da temperatura ao longo do tempo, com tendência de aproximação da temperatura ambiente. Esse comportamento é esperado para sistemas que não possuem isolamento térmico ideal, nos quais ocorre troca de calor com o meio externo.

No experimento 1, observa-se que a taxa de resfriamento varia entre as garrafas analisadas. A garrafa 1 apresentou uma queda de temperatura mais acentuada ao longo do tempo, enquanto as garrafas 2 e 3 demonstraram maior capacidade de retenção do calor, com redução de temperatura mais lenta. Esse comportamento indica diferenças na eficiência térmica dos recipientes, possivelmente associadas às suas características de construção, inclusive em relação ao material utilizado pelos fabricantes de cada garrafa.

No experimento 2, observa-se comportamento semelhante, porém com diferenças quantitativas nos perfis de resfriamento. De modo geral, as curvas de temperatura apresentam declínio mais gradual em comparação ao experimento 1, sugerindo influência das condições experimentais adotadas, especialmente no que se refere ao volume de líquido, que no caso 2 adotou a estratégia de encher as garrafas completamente.

Além disso, verifica-se que, em ambos os experimentos, as curvas de temperatura apresentaram formato compatível com um decaimento não linear, indicando que a taxa de variação da temperatura não é constante ao longo do tempo. Esse comportamento é consistente com a Lei do Resfriamento de Newton, que prevê um decaimento exponencial da diferença de temperatura com o tempo.

Portanto, os resultados experimentais obtidos fornecem base para a aplicação de um modelo matemático mais rigoroso, que será explorado na subseção seguinte, por meio do ajuste exponencial dos dados experimentais.

4.2 Ajuste exponencial e modelagem matemática

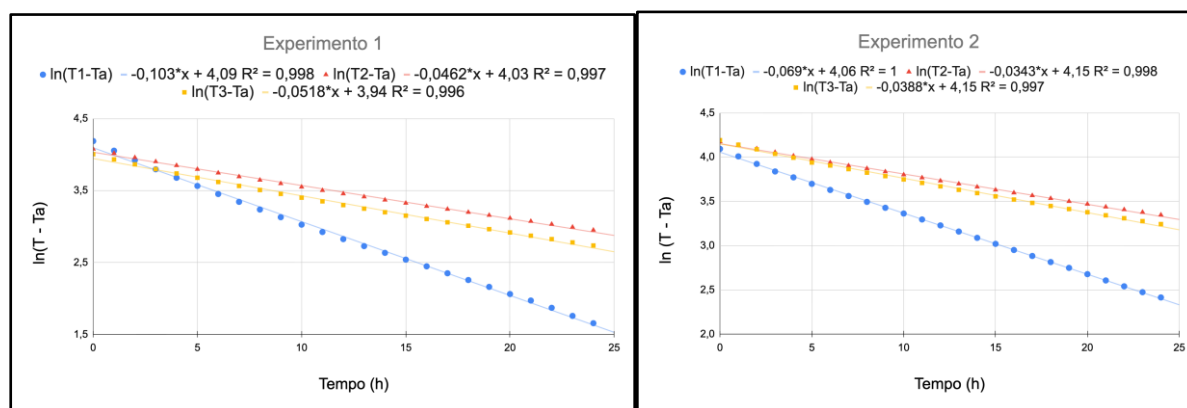
Com o objetivo de descrever quantitativamente o comportamento térmico observado nos experimentos, foi adotado o modelo da Lei do Resfriamento de Newton, segundo o qual a taxa de variação da temperatura de um corpo é proporcional à diferença entre sua temperatura e a temperatura do ambiente. Linearizando a Equação 1, obtém-se:

$$\ln(T - T_{amb}) = \ln B - kt . \quad (4)$$

Com essa equação é possível estimar os valores do coeficiente de resfriamento k , a partir do ajuste dos dados experimentais por meio de regressão linear, sendo o coeficiente angular da reta igual a $-k$.

Os gráficos apresentados na Figura 16 mostram a relação entre $\ln(T - T_{amb})$ e o tempo para cada garrafa, nos experimentos 1 e 2, respectivamente.

Figura 16 - Gráficos linearizados de $\ln(T - T_{amb})$ versus tempo para as garrafas térmicas nos Experimentos 1 e 2.



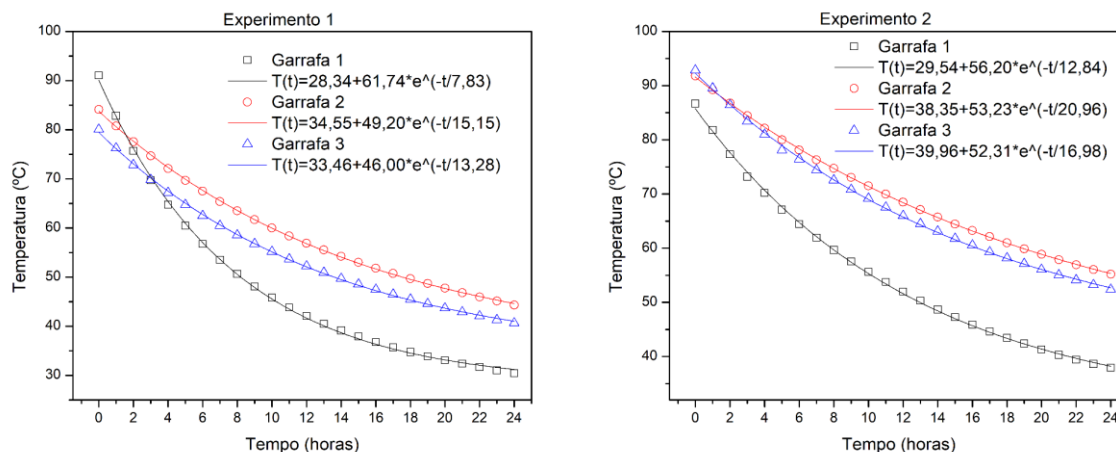
Fonte: Arquivo dos autores

Observa-se que os dados experimentais apresentam comportamento aproximadamente linear em todos os casos, com coeficientes de determinação R^2 elevados, acima de 0,996, indicando excelente concordância com o modelo exponencial previsto pela teoria.

A partir dos parâmetros estimados, foram construídas as curvas exponenciais ajustadas aos dados experimentais. A Figura 17 apresenta a comparação entre os dados medidos e as curvas ajustadas para os dois experimentos realizados.

Observa-se que as curvas ajustadas reproduzem adequadamente o comportamento das temperaturas ao longo do tempo para todas as garrafas analisadas, evidenciando a capacidade do modelo em descrever o fenômeno físico observado.

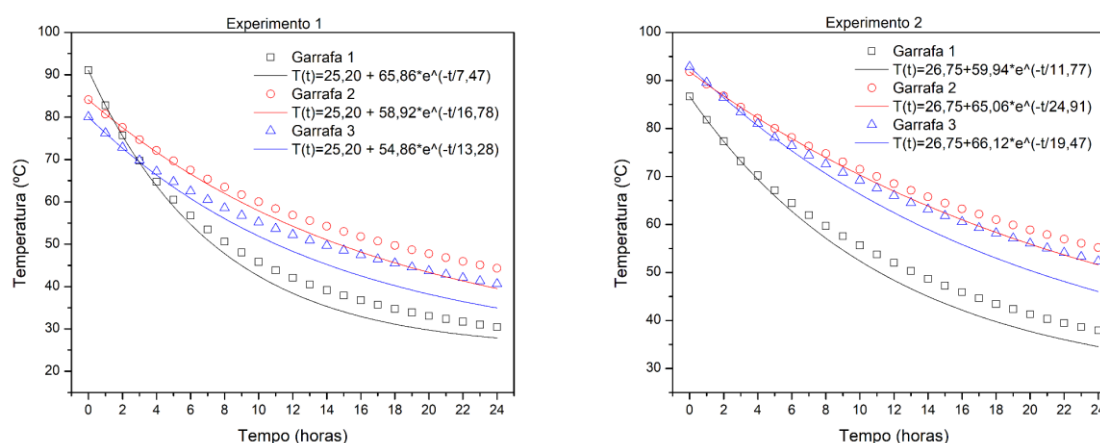
Figura 17 - Comparação entre dados experimentais e modelo exponencial ajustado nos Experimentos 1 e 2



Fonte: Arquivo dos autores

Para avaliar a consistência do modelo, a Figura 18 apresenta a comparação entre os dados experimentais e as previsões obtidas a partir da Lei do Resfriamento de Newton. Observa-se boa concordância entre os valores experimentais e as curvas teóricas, reforçando a validade do modelo matemático adotado para a descrição do processo de resfriamento.

Figura 18 - Comparação entre dados experimentais e previsões do modelo da Lei do Resfriamento de Newton nos Experimentos 1 e 2



Fonte: Arquivo dos autores

A Tabela 5 apresenta os valores estimados do coeficiente de resfriamento k , do tempo característico $\tau = 1/k$ e do coeficiente de determinação R^2 para cada garrafa, nos dois experimentos realizados, por meio da regressão linear apresentada no gráfico da Figura 19.

Tabela 5 - Valores estimados das constantes k , τ e R^2 nos experimentos 1 e 2 através da regressão linear.

Experimento	Garrafa	$k(h^{-1})$	$\tau(h)$	R^2
1	1	0,1026	9,75	0,998
	2	0,0462	21,65	0,997
	3	0,0518	19,30	0,996
2	1	0,0690	14,49	0,999
	2	0,0343	29,15	0,998
	3	0,0388	25,77	0,997

Fonte: Arquivo dos autores

Os valores obtidos evidenciam diferenças significativas no comportamento térmico das garrafas analisadas. Nos dois experimentos, a garrafa 2 apresentou os menores valores do coeficiente de resfriamento k , indicando menor taxa de perda de calor. A garrafa 3 apresentou desempenho intermediário, enquanto a garrafa 1 apresentou os maiores valores de k , caracterizando maior taxa de resfriamento.

Além disso, observa-se que os valores de k no experimento 2 são inferiores aos obtidos no experimento 1 para todas as garrafas, indicando influência das condições experimentais na dinâmica de resfriamento.

A consistência dos resultados entre os dois experimentos, aliada aos elevados coeficientes de determinação obtidos, reforça a confiabilidade das medições e a adequação do modelo exponencial para a descrição do fenômeno estudado.

Acerca da análise de incertezas experimentais, uma limitação importante do presente estudo está associada às medições de temperatura. O sensor DS18B20 utilizado apresenta precisão de aproximadamente $\pm 0,5^\circ\text{C}$, conforme especificações do fabricante. Essa incerteza afeta diretamente a variável $T(t)$ e, conseqüentemente,

a quantidade $(T - T_{amb})$ utilizada na linearização do modelo. Como a análise do coeficiente de resfriamento k baseia-se na regressão linear da expressão $\ln(T - T_{amb})$, pequenas variações na temperatura podem resultar em variações amplificadas no domínio logarítmico, especialmente em instantes nos quais a diferença de temperatura é reduzida.

Apesar disso, considerando que a variação total de temperatura ao longo dos experimentos foi significativamente maior que a incerteza instrumental, o impacto relativo do erro pode ser considerado limitado. Além disso, os elevados coeficientes de determinação obtidos nos ajustes indicam que as incertezas experimentais não comprometem a validade global do modelo adotado.

4.3 Discussão física dos resultados

Os resultados obtidos nos dois experimentos evidenciam diferenças significativas no comportamento térmico das garrafas analisadas, refletidas nos valores do coeficiente de resfriamento k e nos tempos característicos τ associados.

A partir dos valores estimados do coeficiente de resfriamento k , observa-se que a garrafa 2 apresentou consistentemente os menores valores em ambos experimentos, indicando menor taxa de perda de calor. Por outro lado, a garrafa 1 apresentou os maiores valores de k , caracterizando maior rapidez no processo de resfriamento. A garrafa 3 apresentou comportamento intermediário entre as outras duas.

Essa diferença de desempenho térmico pode ser explicada por fatores relacionados à construção dos recipientes. Entre os principais mecanismos de transferência de calor envolvidos no processo, destacam-se a condução térmica através das paredes; as trocas térmicas através da tampa; a convecção interna do fluido e as perdas térmicas por radiação.

A condução térmica através das paredes do recipiente é dependente da condutividade térmica dos materiais utilizados. Garrafas com materiais menos condutivos ou com maior espessura tendem a apresentar menor taxa de transferência de calor.

Sobre as trocas térmicas através da tampa, região que representa, em geral, menor isolamento térmico, é preciso considerar que a condução de calor através da tampa e as possíveis perdas associadas à vedação podem contribuir significativamente para a dissipação de energia térmica. Neste sentido, como os fabricantes das garrafas são diferentes, é possível que as vedações sejam diferenciadas por sua construção e material utilizado nas borrachas de vedação e na própria tampa.

Acerca da convecção interna do fluido, que é resultado de gradientes de temperatura no interior da garrafa, sabe-se que esses movimentos podem favorecer a transferência de calor do líquido para as paredes do recipiente.

Por último, as perdas térmicas por radiação, que, embora sejam menos significativas que condução e convecção, também contribuem para o balanço térmico do sistema e também podem ser apontadas no processo de resfriamento.

Além dos fatores construtivos, os resultados obtidos também indicam influência das condições experimentais adotadas. Observa-se que, no experimento 2, os valores do coeficiente de resfriamento foram inferiores aos obtidos no experimento 1 para todas as garrafas analisadas. Esse comportamento sugere que o aumento do volume de líquido no interior das garrafas contribui para maior inércia térmica do sistema, reduzindo a taxa de variação da temperatura ao longo do tempo. Essa interpretação é consistente com princípios básicos da termodinâmica, uma vez que sistemas com maior quantidade de massa térmica tendem a apresentar variações de temperatura mais lentas sob condições semelhantes de troca de calor.

A consistência dos resultados entre os dois experimentos, aliada aos elevados coeficientes de determinação obtidos nos ajustes, reforça a confiabilidade das medições realizadas e a adequação do modelo matemático adotado. Além disso, a boa concordância entre os dados experimentais e as curvas ajustadas indica que a Lei do Resfriamento de Newton é capaz de descrever de forma satisfatória o comportamento térmico das garrafas analisadas nas condições estudadas.

Por fim, embora o modelo adotado tenha apresentado excelente desempenho, o experimento está sujeito a limitações inerentes às condições de medição, como possíveis variações da temperatura ambiente ao longo do tempo e incertezas

associadas aos sensores utilizados. Além disso, o processo de preparação experimental, especialmente no que se refere à inserção manual de água nas garrafas, pode ter introduzido pequenas diferenças nas condições iniciais entre os ensaios. Tais fatores podem gerar pequenas discrepâncias entre os dados experimentais e o modelo teórico, mas não comprometem as conclusões gerais do estudo.

5. Conclusão

O presente trabalho teve como objetivo analisar o comportamento térmico de diferentes garrafas térmicas a partir da aplicação da Lei do Resfriamento de Newton, utilizando um sistema de aquisição de dados baseado na plataforma Arduino.

Os resultados experimentais evidenciaram que o modelo exponencial associado à Lei do Resfriamento de Newton descreve de forma bastante adequada o fenômeno observado, conforme aponta (Santos, 2024) e que foi confirmado pelos elevados coeficientes de determinação obtidos nos ajustes, tal que $R^2 > 0,996$. A linearização dos dados permitiu a estimativa do coeficiente de resfriamento k e do tempo característico τ possibilitando uma análise quantitativa do desempenho térmico das garrafas avaliadas.

A partir desses parâmetros, verificou-se que a garrafa 2 apresentou os menores valores de k , indicando menor taxa de perda de calor e, portanto, maior eficiência térmica. A garrafa 3 apresentou comportamento intermediário, enquanto a garrafa 1 apresentou maior taxa de resfriamento em ambos os experimentos. A consistência desses resultados reforça a confiabilidade das medições realizadas e a robustez do modelo adotado.

Além disso, observou-se que as condições experimentais influenciam diretamente o comportamento térmico do sistema, uma vez que, no experimento 2 foram obtidos menores valores de k para todas as garrafas, indicando maior inércia térmica associada ao aumento do volume de líquido.

Do ponto de vista metodológico, o uso do Arduino mostrou-se uma alternativa eficiente e de baixo custo para a coleta automatizada de dados, permitindo medições

contínuas e maior controle experimental, (Atkin, 2016). Essa abordagem evidencia o potencial da integração entre modelagem matemática, experimentação e instrumentação eletrônica no estudo de fenômenos físicos.

Como limitações do estudo, destacam-se as incertezas associadas às medições de temperatura, decorrentes da precisão dos sensores utilizados, bem como possíveis variações da temperatura ambiente ao longo dos experimentos e pequenas diferenças nas condições iniciais de preparação. Embora tais fatores possam introduzir discrepâncias pontuais, os resultados obtidos indicam que não comprometem as conclusões gerais do trabalho.

Acerca da capacidade térmica das garrafas, é importante destacar que essa grandeza não foi diretamente determinada. A análise desenvolvida baseia-se na Lei do Resfriamento de Newton, na qual o coeficiente de resfriamento k está relacionado não apenas à capacidade térmica do sistema, mas também às condições de troca de calor com o ambiente, como área de contato e propriedades dos materiais. Dessa forma, os parâmetros estimados refletem o comportamento térmico global do sistema, não sendo possível, a partir dos dados obtidos, isolar exclusivamente a capacidade térmica das garrafas. Assim, o termo “capacidade térmica” é utilizado neste trabalho em um sentido qualitativo, associado à eficiência de conservação de calor observada experimentalmente.

Como perspectiva futura, sugere-se o monitoramento contínuo da temperatura ambiente, o controle mais rigoroso das condições iniciais e a investigação experimental das propriedades térmicas dos materiais, de modo a aprofundar a análise quantitativa do sistema.

Referências

ALITOLEF, S. d. S. Algumas aplicações das equações diferenciais. Ji Paraná: UNIR, 2011.

ALVES, T. D. B., et al. Utilização das equações diferenciais para modelagem de sistemas de engenharia da ufersa campus caraúbas, 2018.

ATKIN, Keith. Using the Arduino with MakerPlot software for the display of resonance curves characteristic of a series LCR circuit. In: Physics Education, v. 51, n. 6, 2016.

ATKIN, K.; OUARIACH, A.; HADI, M. El; MOUSSAOUY, A. El; HACHMI, A.; MAGREZ, H.; BRIA, D. Development of an educational low-cost teslameter by using arduino and Smartphone application. In: Physics Education, v. 55, n. 3, 2020.

BADAMASI, Y. A. The working principle of an Arduino. In: 2014 11th International Conference on Electronics, Computer and Computation (ICECCO). Anais [...]. Abuja: IEEE, 2014. p. 1-4. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/ICECCO.2014.6997578>. Acesso em: 25 mar. 2026.

BARBOSA, I. A. Aplicação da Lei do Resfriamento em garrafas térmicas utilizando arduino. Trabalho de Conclusão de Curso, UFVJM, Campus Mucuri, 2021.

BERGMAN, T. L. et al. Fundamentals of Heat and Mass Transfer. 8. ed. New York: Wiley, 2020.

DE LIMA, G. F. Controle de temperatura de um sistema de baixo custo utilizando a placa arduino. Em: IX Congresso de Iniciação Científica do IFRN, 2013.

DIEFENTHALE, A. T., AVI, P. C. Determinação da curva de resfriamento da água em ampolas de garrafas térmicas. Revista Mundi Engenharia, Tecnologia e Gestão (ISSN: 2525-4782), 1(2), 2017.

FIGUEIREDO, D. G.; NEVES, A. F. Equações diferenciais aplicadas. Coleção Matemática Universitária, IMPA, 2000.

HALLIDAY, D. Fundamentos de Física, v.2 gravitação, ondas e termodinâmica.

recurso online ISBN 9788521632078, Rio de Janeiro LTC, 2016.

INCROPERA, F. P., DEWITT, D. P. Fundamentos de transferência de calor. Pearson Educación, 1999.

Pei-Wen Li, Cho Lik Chan, Chapter 8 - Thermal Insulation of Thermal Storage Containers, Editor(s): Pei-Wen Li, Cho Lik Chan, Thermal Energy Storage Analyses and Designs, Academic Press, 2017, Pages 219-222,

SANTOS, Andrés. Mpemba meets Newton: Exploring the Mpemba and Kovacs effects in the time-delayed cooling law. Physical Review E, College Park, v. 109, n. 4, p. 044149, abr. 2024. Disponível em: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.109.044149>. Acesso em: 25 mar. 2026.

SEGOBIA, P. B., SUSIN, R., Cargnelutti, J. Aplicação da lei do resfriamento de Newton em blocos cerâmicos: Modelagem, resolução analítica e comparação prática dos resultados, 2013.

SILVA, J. S. F. Sobre o problema da variação de temperatura de um corpo. Connection Line-Revista Eletrônica do Univag, (5), 2014.

SILVA, T. G. da, LOYOLA, G. V., OLIVEIRA, K. G. Propagação do calor – utilização do Arduino no processo de ensino e aprendizagem com a aplicação da metodologia ativa Team Based Learning (TBL). Caderno Pedagógico, 21(6), 2024.

SOUZA, L. F. Um experimento sobre a dilatação térmica e a lei de resfriamento. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2007.

VEIT, E. A. Textos de apoio ao professor de física, v. 20 n. 5. Instituto de física–ufrgs programa de pós-graduação em ensino de física mestrado profissional em ensino de física, 2009.

ZILL, D. G. Equações diferenciais com aplicações em modelagem. Cengage Learning Editores, 2003.