REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 19/04/2026
Vol: 13.07
DOI: 10.66104/26hec410
Pages: 1-25

MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE GEOMETRIA: UMA ABORDAGEM INVESTIGATIVA A PARTIR DE PROBLEMAS DO ENEM

MATHEMATICAL MODELING IN GEOMETRY EDUCATION: AN INVESTIGATIVE APPROACH BASED ON ENEM PROBLEMS

MODELIZACIÓN MATEMÁTICA EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA: UN ENFOQUE INVESTIGATIVO A PARTIR DE PROBLEMAS DEL ENEM

Antonio Marcos de Lima Miranda
Mestrando, Instituto Federal do Piauí – IFPI, Brasil
E-mail: marcosipaporanga@gmail.com

André Luiz Ferreira de Carvalho Melo
Doutor, Instituto Federal do Piauí – IFPI, Brasil
E-mail: andreluiz@ifpi.edu.br

Ezequias Matos Esteves
Doutor, Instituto Federal do Piauí – IFPI, Brasil
E-mail: ezequias@ifpi.edu.br

Resumo

Este artigo analisa as contribuições da Modelagem Matemática para o ensino de Geometria Espacial, a partir da adaptação de questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). A pesquisa, de natureza qualitativa e apresentada como estudo de caso, foi desenvolvida com uma turma da 3ª série do Ensino Médio de uma escola pública. A intervenção pedagógica foi estruturada por meio de uma sequência didática fundamentada na Modelagem Matemática, organizada nas etapas de problematização, matematização, resolução, validação e socialização. Os dados foram produzidos a partir de registros escritos, modelos físicos construídos, observações em sala de aula e apresentações dos estudantes, sendo analisados com base na Análise de Conteúdo. Os resultados evidenciam que a utilização de modelos matemáticos associados à validação experimental contribuiu para o desenvolvimento do raciocínio espacial, da argumentação matemática e da compreensão dos limites dos modelos teóricos. As atividades possibilitaram aos estudantes estabelecer relações entre conceitos matemáticos e situações concretas, favorecendo uma aprendizagem mais significativa. Conclui-se que, no contexto investigado, a Modelagem

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 19/04/2026
Vol: 13.07
DOI: 10.66104/26hec410
Pages: 1-25

Matemática se configura como uma estratégia didática promissora para o ensino de Geometria, ao integrar teoria e prática e ao promover o desenvolvimento de competências alinhadas às exigências de avaliações como o ENEM.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Geometria Espacial; Ensino de Matemática; ENEM; Aprendizagem.

Abstract

This article analyzes the contributions of Mathematical Modeling to the teaching of Solid Geometry, based on the adaptation of problems from the Brazilian National High School Exam (ENEM). The research, qualitative in nature and designed as a case study, was conducted with a third-year high school class in a public school. The pedagogical intervention was structured through a didactic sequence grounded in Mathematical Modeling, organized into the stages of problematization, mathematization, resolution, validation, and socialization. Data were collected from written records, constructed physical models, classroom observations, and student presentations, and were analyzed using Content Analysis. The results indicate that the use of mathematical models associated with experimental validation contributed to the development of spatial reasoning, mathematical argumentation, and the understanding of the limitations of theoretical models. The activities enabled students to establish connections between mathematical concepts and real-world situations, promoting more meaningful learning. It is concluded that, within the investigated context, Mathematical Modeling is a promising didactic strategy for teaching Geometry, as it integrates theory and practice and fosters the development of competencies aligned with the demands of large-scale assessments such as ENEM.

Keywords: Mathematical Modeling; Spatial Geometry; Mathematics Education; ENEM; Learning.

Resumen

Este artículo analiza las contribuciones de la Modelación Matemática para la enseñanza de la Geometría Espacial, a partir de la adaptación de problemas del Examen Nacional de Enseñanza Media (ENEM) de Brasil. La investigación, de carácter cualitativo y presentada como estudio de caso, fue desarrollada con un grupo de estudiantes del tercer año de la educación secundaria en una escuela pública. La intervención pedagógica se estructuró mediante una secuencia didáctica basada en la Modelación Matemática, organizada en las etapas de problematización, matematización, resolución, validación y socialización. Los datos fueron obtenidos a partir de registros escritos, modelos físicos construidos, observaciones en el aula y presentaciones de los estudiantes, siendo analizados mediante Análisis de Contenido. Los resultados evidencian que el uso de modelos matemáticos asociado a la validación experimental contribuyó al desarrollo del razonamiento espacial, la argumentación matemática y la comprensión de las limitaciones de los modelos teóricos. Las actividades permitieron a los estudiantes establecer relaciones entre conceptos matemáticos y situaciones reales, favoreciendo un aprendizaje más significativo. Se concluye que, en el contexto investigado, la Modelación Matemática se configura como una estrategia didáctica prometedora para la enseñanza de la Geometría, al integrar teoría y práctica y promover el desarrollo de competencias alineadas con las exigencias de evaluaciones a gran escala como el ENEM.

Palabras clave: Modelización Matemática; Geometría Espacial; Enseñanza de las Matemáticas; ENEM; Aprendizaje.

REMUNOM
ISSN 2178-6925
Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 19/04/2026
Vol: 13.07
DOI: 10.66104/26hec410
Pages: 1-25

1. Introdução

O ensino de Geometria na Educação Básica brasileira ainda enfrenta desafios históricos, especialmente no que se refere à forma como esse conteúdo é organizado nos currículos e abordado em sala de aula. Frequentemente, a Geometria é posicionada nas partes finais dos livros didáticos, o que contribui para que seu estudo seja reduzido ou até negligenciado, principalmente diante das limitações de tempo ao longo do ano letivo. Conforme aponta Lorenzato (1995), essa organização aumenta as chances de o conteúdo não ser trabalhado de maneira adequada.

Além disso, observa-se que o ensino de Geometria, muitas vezes, ocorre de forma fragmentada e pouco integrada aos demais conteúdos matemáticos, dificultando a construção de relações e a compreensão mais ampla dos conceitos espaciais. Esse cenário impacta diretamente o desempenho dos estudantes em avaliações externas, como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), que exige não apenas o domínio de fórmulas, mas a capacidade de interpretar, modelar e resolver problemas contextualizados envolvendo conceitos geométricos.

Diante desse contexto, torna-se fundamental adotar práticas pedagógicas que superem abordagens mecânicas e favoreçam a construção de significados. O uso de materiais manipuláveis, atividades investigativas e situações contextualizadas contribui para aproximar a Matemática da realidade dos estudantes, promovendo maior engajamento e compreensão conceitual.

Os documentos oficiais reforçam essa necessidade. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) destacam a importância da resolução de problemas e da articulação entre conteúdos, enfatizando o desenvolvimento da visualização espacial e da interpretação de formas no espaço (BRASIL, 1998). De modo complementar, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) propõe o desenvolvimento da curiosidade intelectual, da investigação e da análise crítica como competências essenciais (BRASIL, 2018).

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 19/04/2026
Vol: 13.07
DOI: 10.66104/26hec410
Pages: 1-25

Nesse sentido, a Modelagem Matemática apresenta-se como uma abordagem promissora, pois possibilita trabalhar conceitos geométricos a partir de situações reais, como as frequentemente exploradas no ENEM. Ao adaptar essas questões para o contexto da sala de aula, cria-se um ambiente investigativo que favorece a construção do conhecimento e o desenvolvimento do pensamento crítico.

Assim, este estudo tem como objetivo analisar as contribuições da Modelagem Matemática no ensino de Geometria, a partir da transposição de questões do ENEM para atividades experimentais, evidenciando as relações entre teoria e prática e os limites dessa aproximação.

2. Revisão da Literatura

A Modelagem Matemática constitui uma abordagem que possibilita compreender, representar e analisar fenômenos da realidade por meio da linguagem matemática. O conceito de modelo está associado à ideia de representação, sendo entendido como uma forma de descrever e explicar situações reais de maneira simplificada. Nessa perspectiva, Almeida, Silva e Vertuan (2016, p. 12-13) definem modelo matemático como: “um sistema conceitual, descritivo ou explicativo [...] que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema [...], sendo uma representação simplificada da realidade”.

Essa concepção evidencia que a modelagem vai além da aplicação de fórmulas, envolvendo interpretação, tomada de decisões e análise crítica. Ao trabalhar com essa abordagem, o estudante assume papel ativo na construção do conhecimento, relacionando conceitos matemáticos com situações concretas.

O desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática favorece a articulação entre teoria e prática, aproximando o conhecimento escolar das experiências vivenciadas pelos estudantes. Nesse sentido, Schrenk e Vertuan (2022, p. 212) afirmam que “o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática permite ao estudante relacionar o conteúdo matemático com situações

REMUNOM
ISSN 2178-6925
Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 19/04/2026
Vol: 13.07
DOI: 10.66104/26hec410
Pages: 1-25

da sua vivência e potencializar esse sentido de práxis”, destacando a necessidade de uma participação consciente e ativa no processo.

Essa perspectiva reforça o caráter investigativo da modelagem, no qual o estudante atua como protagonista, enquanto o professor assume o papel de mediador. Conforme apontam Biembengut e Hein (2018), a adoção dessa abordagem implica a reorganização das práticas pedagógicas, exigindo abertura para metodologias que valorizem a experimentação, a interação e a construção significativa do conhecimento.

O processo de Modelagem Matemática envolve etapas interdependentes, como a compreensão do problema, a matematização, a resolução, a interpretação e a validação dos resultados. Trata-se de um movimento dinâmico e não linear, marcado por constantes revisões e ajustes, o que contribui para o desenvolvimento do pensamento crítico e da autonomia dos estudantes.

Nessa direção, Burak (1992, apud Pontes; Burak, 2016, p. 187) destaca que “o interesse do grupo e a obtenção de informações do ambiente onde se encontra esse interesse constituem princípios fundamentais para o desenvolvimento da atividade”. Tal perspectiva valoriza o contexto dos estudantes e reforça a importância de trabalhar com situações significativas, nas quais a Matemática se apresenta como ferramenta para compreender e intervir na realidade.

Complementando essa visão, Bassanezi (2002) destaca que a Modelagem Matemática permite explicar fenômenos, realizar previsões e subsidiar a tomada de decisões, aproximando o conhecimento matemático das situações do cotidiano. Nesse sentido, modelar implica não apenas resolver um problema, mas também avaliar a adequação do modelo construído e seus limites frente à realidade.

No ensino de Geometria, essa abordagem mostra-se particularmente relevante, uma vez que muitos conceitos envolvem níveis elevados de abstração e exigem o desenvolvimento da visualização espacial. Assim, metodologias que valorizam a ação, a experimentação e a representação concreta tornam-se fundamentais para a aprendizagem. Como destaca Franca (2023, p. 38), a aprendizagem tende a ser mais significativa quando o estudante participa

REMUNOM
ISSN 2178-6925
Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 19/04/2026
Vol: 13.07
DOI: 10.66104/26hec410
Pages: 1-25

ativamente do processo e consegue visualizar as situações estudadas, o que evidencia a necessidade de superar práticas centradas exclusivamente no livro didático.

Essa concepção dialoga diretamente com as demandas do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), no qual a Geometria Espacial ocupa papel de destaque por sua relação com a interpretação do espaço físico e com a resolução de problemas contextualizados. As habilidades associadas a esse campo estão fortemente vinculadas à Competência de Área 2, que envolve o uso do conhecimento geométrico para compreender e atuar sobre a realidade, e à Competência de Área 3, relacionada às grandezas e medidas.

Essas competências exigem dos estudantes a capacidade de visualizar objetos tridimensionais, interpretar representações bidimensionais, reconhecer propriedades geométricas e resolver problemas envolvendo áreas, volumes e escalas. Tais exigências reforçam a necessidade de abordagens que promovam a exploração concreta, a visualização e a construção de significados, como a Modelagem Matemática.

Além disso, ao trabalhar com situações inspiradas no ENEM, a modelagem amplia o potencial pedagógico dessas questões, transformando-as em contextos investigativos. Nesse processo, o problema deixa de ser apenas um instrumento avaliativo e passa a constituir um ponto de partida para a construção do conhecimento. Essa transposição didática permite evidenciar não apenas a aplicação dos conceitos matemáticos, mas também os limites dos modelos quando confrontados com a realidade física.

Dessa forma, a Modelagem Matemática se consolida como uma estratégia pedagógica promissora para o ensino de Geometria, ao integrar teoria e prática, favorecer a investigação e promover o desenvolvimento de competências essenciais, como autonomia, pensamento crítico e capacidade de resolução de problemas — habilidades fundamentais tanto para o contexto escolar quanto para avaliações em larga escala, como o ENEM.

REMUNOM
ISSN 2178-6925
Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 19/04/2026
Vol: 13.07
DOI: 10.66104/26hec410
Pages: 1-25

3. Metodologia

Este estudo caracteriza-se como uma pesquisa de natureza aplicada, com abordagem qualitativa e delineamento de estudo de caso, desenvolvida em uma turma da 3ª série do Ensino Médio de uma escola pública. A investigação teve como objetivo analisar as contribuições da Modelagem Matemática no ensino de Geometria, a partir da adaptação de questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) para o contexto escolar.

A escolha pelo estudo de caso justifica-se pela possibilidade de compreender, de forma aprofundada e contextualizada, os processos de aprendizagem, as estratégias adotadas pelos estudantes e as interações estabelecidas durante a implementação da proposta didática. Trata-se, portanto, de uma investigação que analisa o fenômeno em seu ambiente natural, considerando suas múltiplas dimensões.

A intervenção pedagógica foi realizada ao longo de cinco encontros, totalizando aproximadamente 10 horas/aula. Embora a turma fosse composta por 25 estudantes, com idades entre 16 a 18 anos, a atividade contou com a participação de 12 alunos que aderiram voluntariamente à proposta. Estes foram organizados em dois grupos de seis integrantes, visando favorecer a colaboração, a troca de ideias e a construção coletiva do conhecimento.

O professor atuou como mediador do processo, orientando as discussões, propondo questionamentos e auxiliando na sistematização das ideias, sem interferir diretamente nas estratégias de resolução dos estudantes, de modo a preservar o caráter investigativo da atividade.

A produção dos dados ocorreu por meio da implementação de uma sequência didática fundamentada na Modelagem Matemática, organizada em etapas interdependentes: problematização, matematização, resolução, validação e socialização dos resultados. Inicialmente, foi realizada uma abordagem introdutória

REMUNOM
ISSN 2178-6925
Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 19/04/2026
Vol: 13.07
DOI: 10.66104/26hec410
Pages: 1-25

com os estudantes, com o intuito de apresentar os fundamentos da modelagem e estimular a participação ativa no processo investigativo.

Na etapa seguinte, os estudantes foram organizados em grupos e convidados a desenvolver atividades a partir de situações-problema inspiradas em questões do ENEM, com ênfase em conteúdos de Geometria Espacial. Cada grupo realizou a análise de uma situação proposta, elaborando modelos matemáticos por meio de representações algébricas e geométricas.

Posteriormente, os estudantes construíram modelos físicos utilizando materiais alternativos, como papel cartão, tesoura, cola, tinta, isopor, recipientes plásticos, grãos e instrumentos de medição. Essa etapa teve como finalidade promover a validação experimental dos modelos matemáticos, possibilitando a comparação entre os resultados teóricos e os dados obtidos na prática.

Os dados da pesquisa foram constituídos a partir de diferentes fontes, incluindo registros escritos das resoluções, produções dos estudantes, modelos físicos construídos, observações realizadas durante as atividades e apresentações orais na etapa de socialização. A utilização de múltiplas fontes de evidência permitiu a realização da triangulação dos dados, conforme proposto por Denzin (2006), contribuindo para maior confiabilidade e consistência das análises.

Para o tratamento dos dados, adotou-se a Análise de Conteúdo, conforme Bardin (2011), desenvolvida em três etapas: (i) pré-análise, com organização e leitura flutuante do material; (ii) exploração do material, com definição das categorias de análise; e (iii) tratamento dos resultados, com interpretação e inferência. As categorias analíticas foram definidas a partir dos objetivos da pesquisa e das evidências empíricas, contemplando: compreensão conceitual, raciocínio espacial, articulação entre teoria e prática, argumentação matemática e análise crítica dos resultados.

A etapa final da intervenção consistiu na socialização dos resultados, na qual os grupos apresentaram suas produções e discutiram os processos desenvolvidos, as dificuldades enfrentadas e as estratégias adotadas. Esse

REMUNOM
ISSN 2178-6925
Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 19/04/2026
Vol: 13.07
DOI: 10.66104/26hec410
Pages: 1-25

momento favoreceu a construção coletiva do conhecimento, bem como o desenvolvimento da argumentação e da reflexão crítica.

Dessa forma, a metodologia adotada possibilitou não apenas a análise dos resultados obtidos, como também a compreensão do processo de aprendizagem dos estudantes, evidenciando as potencialidades da Modelagem Matemática como estratégia didática no ensino de Geometria.

4. Resultados e Discussão

Nesta parte, analisamos um estudo de caso desenvolvido por meio de uma sequência didática de Modelagem Matemática. O foco está em como os alunos construíram e validaram seus modelos, além das estratégias e avanços que surgiram durante a prática. Para abrir essa discussão, apresentamos um quadro-síntese que resume as produções dos grupos — cruzando os problemas investigados com os modelos matemáticos e físicos gerados —, servindo de base para o detalhamento que segue nos próximos tópicos.

Quadro 1 – Síntese das Produções dos Grupos

Grupo	Situação-problema (ENEM)	Modelo matemático explorado	Modelo físico construído	Estratégias e aspectos relevantes para análise
Grupo X	Empacotamento de objetos	Estimativa de volume e razão de ocupação	Recipiente com bolinhas representando empacotamento	Discussão sobre espaços vazios e eficiência do empacotamento; discrepâncias entre modelo teórico e experimental analisadas criticamente.
Grupo Y	Comparação de volumes de cilindros	Razão entre volumes e escalonamento	Conjunto de cilindros de diferentes dimensões	Boa compreensão das relações métricas; destaque para a análise comparativa e argumentação matemática durante a socialização.

Fonte: Elaboração dos autores, 2026.

A partir da visão geral das produções dos grupos, a análise concentra-se na etapa inicial da intervenção, em que foram definidos os encaminhamentos didáticos que orientaram o processo de modelagem. Esse momento mostrou-se fundamental

REMUNOM
ISSN 2178-6925
Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 19/04/2026
Vol: 13.07
DOI: 10.66104/26hec410
Pages: 1-25

tanto para mobilizar os conhecimentos prévios dos estudantes quanto para favorecer a compreensão da proposta metodológica, evidenciada nas discussões iniciais em sala e na organização dos procedimentos que sustentaram as etapas seguintes da sequência didática.

As oficinas tiveram início com uma discussão sobre Modelagem Matemática, buscando introduzir os estudantes à proposta e estimular sua participação. Em seguida, a turma foi organizada em dois grupos, e cada um ficou responsável por desenvolver uma prática a partir de uma questão distinta do ENEM. Ao longo do processo, os grupos realizaram a resolução analítica das situações-problema e, posteriormente, construíram modelos físicos — como maquetes e protótipos — para validar, na prática, os resultados obtidos. Para isso, receberam um kit de materiais (papel cartão, isopor, balança de precisão, grãos, entre outros) e a orientação de preparar uma apresentação final, na qual compartilharam suas descobertas com a turma.

4.1 O Problema do Empacotamento no Modelo de Imersão

REMUNOM
ISSN 2178-6925

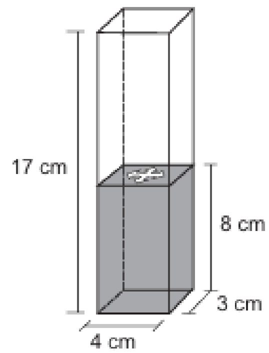
Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 19/04/2026
Vol: 13.07
DOI: 10.66104/26hec410
Pages: 1-25

Figura 1 - Questão 164 - ENEM 2020 – Caderno cinza

Questão 164 2020enem2020enem2020enem

Num recipiente com a forma de paralelepípedo reto-retângulo, colocou-se água até a altura de 8 cm e um objeto, que ficou flutuando na superfície da água.

Para retirar o objeto de dentro do recipiente, a altura da coluna de água deve ser de, pelo menos, 15 cm. Para a coluna de água chegar até essa altura, é necessário colocar dentro do recipiente bolinhas de volume igual a 6 cm³ cada, que ficarão totalmente submersas.



O número mínimo de bolinhas necessárias para que se possa retirar o objeto que flutua na água, seguindo as instruções dadas, é de

Ⓐ 14.
Ⓑ 16.
Ⓒ 18.
Ⓓ 30.
Ⓔ 34.

Fonte: INEP, 2020.

O grupo X desenvolveu sua atividade de modelagem a partir do fenômeno de deslocamento de volume causado pela imersão de objetos. A situação-problema proposta consistia em fazer com que o nível da água, contida em um recipiente, se elevasse o suficiente para permitir a retirada de um objeto sem que fosse necessário o contato direto com o líquido. Para isso, analisou-se um recipiente em forma de paralelepípedo reto-retângulo parcialmente preenchido com água, observando-se que a inserção de sólidos completamente submersos provoca o aumento do nível do fluido. Como ponto de partida, o grupo estabeleceu as dimensões envolvidas no sistema no quadro abaixo, buscando representar as informações do problema por meio de expressões algébricas.

Quadro 2 – Dimensões envolvidas no recipiente

Grandeza	Valor

REMUNOM
ISSN 2178-6925
Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 19/04/2026
Vol: 13.07
DOI: 10.66104/26hec410
Pages: 1-25

Base do Paralelepípedo	4 cm x 3 cm.
Altura total do recipiente (h_t)	17 cm
Altura inicial da água (h_i)	8 cm
Altura mínima necessária da água para retirar o objeto (h_f)	15 cm
Volume de cada bolinha (V_b)	6 cm³

Fonte: Elaboração dos autores, 2026.

Como as esferas ficam completamente submersas, cada uma desloca todo o seu volume de água. Assim, a variação no nível da água (Δ_h) é dada por:

$$\Delta_h = 15 - 8 = 7cm$$

Calculando o aumento do nível da água (V_n), com área da base A_b = 12 cm² e a variação do nível da água Δ_h = 7 cm,

$$V_n = A_b \cdot \Delta_h$$

Logo,

$$V_n = 12 \cdot 7 = 84\ cm^3$$

O volume encontrado é o deslocamento causado pelas bolinhas. Então, para encontrar o Número de bolinhas (n) necessários faremos a divisão entre o aumento do nível da água (V_n) e o volume de cada bolinha (V_b)):

$$n = \frac{84}{6} = 14$$

A aplicação do modelo matematicamente indicou que são necessárias 14 bolinhas para atingir a altura mínima de 15 cm. A atividade mostrou que a solução vai além de fórmulas, exigindo a integração entre Geometria e Álgebra e estimulando o raciocínio espacial. Os cálculos se mostraram coerentes com o problema, validando o modelo proposto.

4.1.1 O Modelo Físico e a Divergência Experimental

REMUNOM
ISSN 2178-6925
Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 19/04/2026
Vol: 13.07
DOI: 10.66104/26hec410
Pages: 1-25

Para validar o modelo, o grupo construiu protótipos físicos respeitando as dimensões da situação proposta. Para isso, utilizou materiais alternativos como garrafa PET (adaptada ao formato de paralelepípedo), bolas de gude, papel alumínio, pincel, cola, isopor, tinta, tesoura e régua.

Figura 2 – Construção do modelo físico do recipiente com esferas

Fonte: Elaboração dos autores, 2026.

As bolas de gude foram revestidas com papel alumínio para ajustar o diâmetro às dimensões desejadas. As esferas passaram a ter diâmetro de 2,25 cm (raio de 1,125 cm), medido com micrômetro. Essa escolha buscou aproximar o volume ao valor previsto de 6 cm³. Considerando π ≈ 3, o volume de uma esfera ficou:

$$V_e = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3 \cdot (1{,}125)^3 \approx 5{,}7cm^3$$

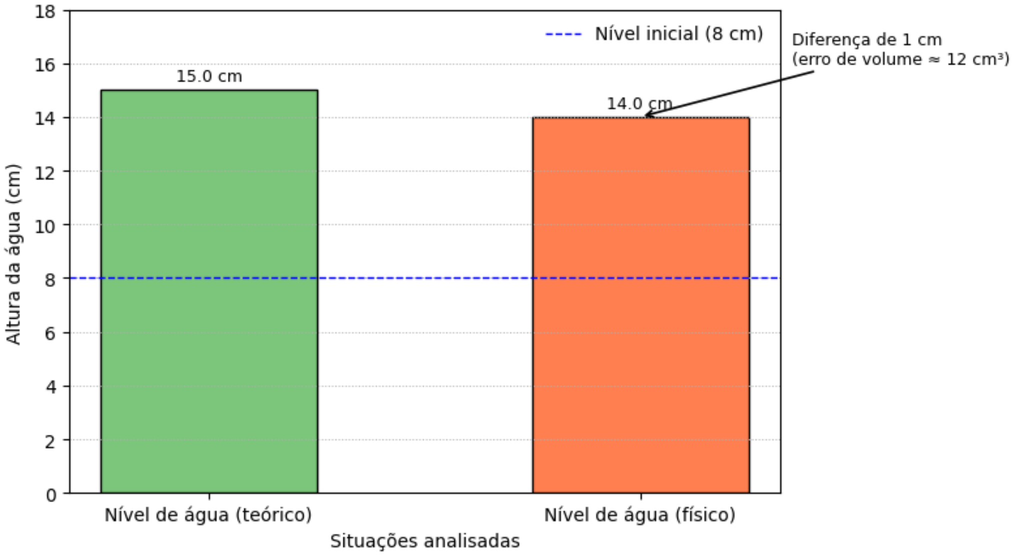
O valor obtido é bastante próximo de 6 cm³, indicando um erro pequeno que, por si só, não compromete o modelo. Ainda assim, buscando maior precisão, os alunos utilizaram o próprio recipiente para ajustar o volume das esferas: cada uma

REMUNOM
ISSN 2178-6925
Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 19/04/2026
Vol: 13.07
DOI: 10.66104/26hec410
Pages: 1-25

era inserida na água e, ao provocar uma elevação de 0,5 cm no nível do líquido, considerava-se que o volume estava adequado. Quando necessário, as esferas eram ajustadas com mais papel-alumínio até atingir esse valor.

Na prática, porém, ao inserir as 14 esferas, o nível da água chegou a 14 cm, abaixo dos 15 cm esperados. Essa diferença de 1 cm — equivalente a cerca de 12 cm³ — pode ser explicada por fatores físicos não previstos no modelo ideal. Como aponta Bassanezi (2002), mesmo quando bem estruturado, um modelo matemático pode não contemplar todas as variáveis da realidade.

Gráfico 1 – Comparação entre os níveis de água previsto pelos modelos matemático e físico



Fonte: Elaboração dos autores, 2026.

Um fator que pode ter influenciado o resultado é o empacotamento das esferas, que gera espaços vazios entre os sólidos. Embora ocupem volume de forma rígida, a água não atingiu o nível esperado, indicando que o modelo físico foi afetado por essas lacunas. Ainda assim, pelo Princípio de Arquimedes, apenas o volume efetivamente submerso contribui para o deslocamento do líquido.

O grupo também considerou possíveis interferências do recipiente de garrafa PET, que pode ter sofrido pequenas deformações, aumentando sua capacidade e exigindo mais volume para elevar o nível da água. Além disso, o revestimento com papel-alumínio pode ter deixado a superfície irregular, favorecendo a retenção de ar ou pequenas variações no tamanho das esferas.

REMUNOM
ISSN 2178-6925
Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 19/04/2026
Vol: 13.07
DOI: 10.66104/26hec410
Pages: 1-25

A atividade evidenciou que a modelagem matemática não se limita aos cálculos, exigindo a análise das condições reais do experimento. A diferença entre o resultado teórico e o observado não invalida o modelo, mas revela as limitações na transposição da teoria para a prática.

Do ponto de vista didático, o erro experimental foi produtivo, pois estimulou a reflexão sobre as simplificações do modelo. Como destaca Bassanezi (2002), modelos matemáticos são aproximações da realidade, e sua validade depende do contexto. Assim, a experiência contribuiu para o desenvolvimento do pensamento crítico dos estudantes.

4.2 A Diferença de Volumes em Cilindros de Mesma Área Lateral

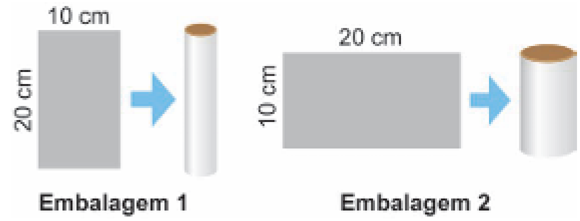
Figura 3 - Questão 175 - ENEM 2024 – Caderno Azul

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 19/04/2026
Vol: 13.07
DOI: 10.66104/26hec410
Pages: 1-25

QUESTÃO 175

Uma indústria faz uma parceria com uma distribuidora de sucos para lançar no mercado dois tipos de embalagens. Para a fabricação dessas embalagens, a indústria dispõe de folhas de alumínio retangulares, de dimensões 10 cm por 20 cm. Cada uma dessas folhas é utilizada para formar a superfície lateral da embalagem, em formato de cilindro circular reto, que posteriormente recebe fundo e tampa circulares. A figura ilustra, dependendo de qual das duas extensões será utilizada como altura, as duas opções para formar a possível embalagem.



Dentre essas duas embalagens, a de maior capacidade apresentará volume, em centímetro cúbico, igual a

A) $4\,000\,\pi$

B) $2\,000\,\pi$

C) $\frac{4\,000}{\pi}$

D) $\frac{1000}{\pi}$

E) $\frac{500}{\pi}$

Fonte: INEP, 2024.

O grupo Y investigou um problema de otimização em geometria espacial, analisando a construção de cilindros a partir de retângulos idênticos. A proposta, inspirada no ENEM, questiona a ideia intuitiva de que áreas laterais iguais geram volumes iguais, destacando a influência do raio na capacidade do cilindro.

Para isso, o grupo modelou algebricamente dois cenários distintos e comparou as embalagens obtidas. Foram utilizadas folhas retangulares de alumínio com dimensões de 10 cm × 20 cm, que formam a superfície lateral do cilindro, posteriormente fechada com duas bases circulares.

Para demonstrar o modelo matemático, temos que o volume de um cilindro é dado por: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

REMUNOM
ISSN 2178-6925
Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 19/04/2026
Vol: 13.07
DOI: 10.66104/26hec410
Pages: 1-25

Na Embalagem 1, o lado de 20 cm é tomado como a altura do cilindro (h_1), enquanto o lado de 10 cm representa o comprimento da circunferência da base. A partir disso, determina-se o raio (r_1):

$$2\pi r_1 = 10 \Longrightarrow$$

$$r_1 = \frac{10}{2\pi} = \frac{5}{\pi}$$

Calculando o volume 1 (V_1):

$$V_1 = \pi {r_1}^2 h_1$$

$$V_1 = \pi \cdot \left(\frac{5}{\pi}\right)^2 \cdot 20 \Longrightarrow$$

$$V_1 = \frac{500}{\pi}$$

Na Embalagem 2, o lado de 10 cm é considerado a altura do cilindro (h_2), enquanto o lado de 20 cm corresponde ao comprimento da circunferência da base. Assim, determina-se o raio da base (r_2):

$$2\pi r_2 = 20 \Longrightarrow$$

$$r_2 = \frac{20}{2\pi} = \frac{10}{\pi}$$

Calculando o volume 2 (V_2):

$$V_2 = \pi {r_2}^2 h_2$$

$$V_2 = \pi \cdot \left(\frac{10}{\pi}\right)^2 \cdot 10 \Longrightarrow$$

REMUNOM
ISSN 2178-6925
Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 19/04/2026
Vol: 13.07
DOI: 10.66104/26hec410
Pages: 1-25

$$V_2 = \frac{1000}{\pi}$$

Agora comparando os volumes obtidos:

$$V_1 = \frac{500}{\pi} \quad e \quad V_2 = \frac{1000}{\pi}$$

Percebemos que a razão entre os volumes: $\frac{V_2}{V_1} = 2{,}00$

Verificou-se que a Embalagem 2 possui o dobro do volume da Embalagem 1, mesmo sendo formada a partir da mesma folha retangular. Esse resultado evidenciou que o volume do cilindro depende do quadrado do raio da base, tornando a circunferência um elemento decisivo na capacidade da embalagem.

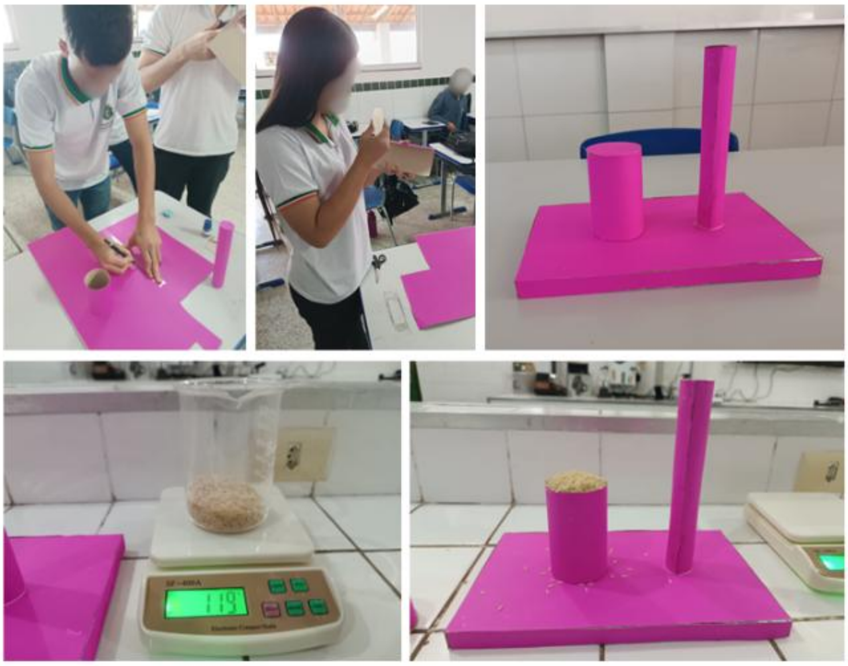
4.2.1 O Modelo Físico e Validação Experimental

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 19/04/2026
Vol: 13.07
DOI: 10.66104/26hec410
Pages: 1-25

A passagem para o modelo físico foi feita com papel cartão, régua, compasso e cola, simulando as folhas de alumínio. Os alunos montaram os dois cilindros com as dimensões propostas e utilizaram isopor como base de apoio.

Figura 4 – Construção dos modelos físicos dos cilindros a partir de superfícies laterais idênticas



Fonte: Elaboração dos autores, 2026.

Para validar o modelo, que indicava que o Cilindro II (mais largo) teria o dobro da capacidade do Cilindro I (mais alto), o grupo realizou testes práticos. Inicialmente, encheu o Cilindro I duas vezes e verificou que o volume preenchia completamente o Cilindro II. Em seguida, utilizou grãos de arroz para uma medição mais precisa, já que eles ocupam quase todo o volume interno.

Os resultados obtidos na balança confirmaram o modelo: o Cilindro I (20 cm de altura) comportou 119 g, enquanto o Cilindro II (10 cm de altura) comportou 239 g, evidenciando a relação esperada entre os volumes.

Quadro 3 - Modelo Teórico em relação ao Experimento Físico

Componente de Análise	**Cilindro I (Mais Alto)**	**Cilindro II (Mais Largo)**	**Razão (II / I)**
Dimensões da Folha	10 cm (base) x 20 cm (alt.)	20 cm (base) x 10 cm (alt.)	-

REMUNOM
ISSN 2178-6925
Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 19/04/2026
Vol: 13.07
DOI: 10.66104/26hec410
Pages: 1-25

Volume Teórico (aproximado)	159,1 cm³	318,3 cm³	2,0
Massa de Arroz (Experimental)	119 g	239 g	2,01

Fonte: Elaboração dos autores, 2026.

Considerando que o dobro de 119 g é 238 g, o valor experimental de 239 g indica alta precisão. A diferença de 1 g pode ser explicada por fatores como leve compactação dos grãos ou limitações da balança, reforçando a confiabilidade do experimento. Nesse sentido, a Modelagem Matemática envolve aproximações e interpretações da realidade, indo além da simples aplicação de fórmulas, como destacam Biembengut e Hein (2018).

O resultado, em que um cilindro mais baixo apresenta maior capacidade, se explica pela relação $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$: ao dobrar o raio (usando o lado de 20 cm como circunferência), o volume cresce de forma quadrática, compensando a redução da altura.

A experiência mostrou que sólidos com mesma área lateral podem ter volumes diferentes, evidenciando que o raio tem maior impacto que a altura. No ensino, isso contribui para a análise crítica de situações reais e para a compreensão de conceitos de otimização.

Do ponto de vista didático, a validação experimental aproximou teoria e prática, ajudando os alunos a compreenderem os limites e a aplicabilidade dos modelos matemáticos, além de fortalecer conceitos importantes para contextos como o ENEM.

4.3 Análise integrada e Socialização de Resultados

A análise dos resultados dos Grupos X e Y indica que a organização da sala de aula como espaço investigativo favorece o envolvimento dos estudantes e a vivência das diferentes etapas do processo de construção do conhecimento. A adaptação de questões do ENEM para atividades de modelagem com suporte em modelos físicos contribuiu não apenas para a validação de conceitos geométricos,

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 19/04/2026
Vol: 13.07
DOI: 10.66104/26hec410
Pages: 1-25

mas também para a problematização das diferenças entre a Matemática idealizada e sua aplicação em contextos reais.

A síntese dos resultados obtidos encontra-se sistematizada no Quadro 4, no qual se apresentam os fenômenos investigados, os materiais utilizados na validação e os principais resultados observados.

Quadro 4 - Síntese com Validação dos Modelos Físicos e Matemáticos

Grupo	Fenômeno Geométrico	Material de Validação	Resultado do Modelo Físico	Observação Técnica
X - (Recipiente e Esferas)	Princípio de Arquimedes	Água e Esferas	Discrepância de 1 cm	Ocorrida devido à maleabilidade da PET e espaços vazios.
Y - (Cilindros)	Otimização de Área Lateral	Grãos de Arroz	Razão exata de 2:1	Evidenciou queπ massa dobra quando o raio dobra (239g vs 119g).

Fonte: Elaboração dos autores, 2026.

Os resultados evidenciam coerência com os modelos matemáticos propostos, ainda que com limitações decorrentes das condições experimentais. No Grupo X, as discrepâncias observadas foram associadas a fatores físicos não contemplados no modelo teórico, como a maleabilidade do recipiente e o empacotamento das esferas. Essa percepção também foi expressa pelos próprios estudantes, como evidenciado na fala: *“No cálculo deu certo, mas na prática a água não subiu como a gente esperava.”* Tal registro indica a compreensão dos limites do modelo matemático quando confrontado com a realidade física.

Já no Grupo Y, os resultados apresentaram maior aproximação com os valores previstos, favorecendo a análise das relações entre as variáveis envolvidas. No experimento com cilindros, observou-se a revisão de concepções iniciais dos estudantes, especialmente a ideia de que áreas laterais iguais implicariam volumes equivalentes. Ao discutir os resultados, um dos participantes afirmou: *“Mesmo com a mesma área, o mais largo guarda mais, eu pensei que tivesse o mesmo volume.”*

REMUNOM
ISSN 2178-6925
Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 19/04/2026
Vol: 13.07
DOI: 10.66104/26hec410
Pages: 1-25

Essa fala evidencia a construção de um novo entendimento acerca da influência do raio no volume.

A etapa de socialização dos resultados, realizada por meio de um seminário integrador, constituiu um momento relevante para a consolidação da aprendizagem. Durante as apresentações, os estudantes explicitaram suas estratégias, discutiram as diferenças entre os resultados teóricos e experimentais e refletiram sobre os limites dos modelos construídos. Observou-se, nesse processo, o desenvolvimento da argumentação matemática e da colaboração entre os grupos, favorecendo a construção coletiva de significados.

5. Conclusão

A análise desenvolvida evidenciou que a Modelagem Matemática se apresenta como uma estratégia didática relevante para o ensino de Geometria, especialmente quando articulada a situações contextualizadas, como as propostas em questões do ENEM. No âmbito deste estudo de caso, a inserção dos estudantes em um ambiente investigativo favoreceu não apenas a mobilização de conceitos matemáticos, bem como a construção de significados a partir da articulação entre teoria e prática.

Os resultados, apoiados nas produções dos estudantes, nas observações realizadas e nas discussões ocorridas durante a etapa de socialização, indicam que a utilização de modelos matemáticos associada à validação experimental contribuiu para o desenvolvimento do raciocínio espacial, da argumentação e da compreensão dos limites dos modelos teóricos. As discrepâncias observadas, especialmente no experimento do Grupo X, foram interpretadas pelos próprios estudantes como indícios de que fatores físicos não contemplados no modelo interferem nos resultados, evidenciando uma compreensão mais crítica do processo de modelagem.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 19/04/2026
Vol: 13.07
DOI: 10.66104/26hec410
Pages: 1-25

Nesse sentido, a atividade possibilitou a superação de abordagens centradas na aplicação mecânica de fórmulas, ao promover uma aprendizagem mais ativa, investigativa e reflexiva. A interação entre os grupos e a socialização dos resultados favoreceram o desenvolvimento da argumentação matemática e da construção coletiva de significados, aspectos essenciais no processo de aprendizagem.

Entretanto, é necessário situar esses resultados nos limites do estudo realizado. Por se tratar de uma investigação conduzida em uma única turma, com número restrito de participantes e em condições específicas, não é possível generalizar as conclusões para outros contextos educacionais. Além disso, fatores como o tempo de intervenção, o uso de materiais alternativos e as condições físicas dos experimentos podem ter influenciado os resultados obtidos. Soma-se a isso o caráter predominantemente qualitativo da análise, que, embora permita aprofundamento interpretativo, limita comparações quantitativas mais amplas.

Diante dessas limitações, sugere-se que pesquisas futuras ampliem o escopo investigativo, contemplando diferentes contextos escolares e maior diversidade de participantes. Recomenda-se, ainda, a adoção de abordagens metodológicas mistas, que integrem dados qualitativos e quantitativos, bem como a incorporação de tecnologias digitais, como softwares de visualização tridimensional, que podem potencializar a exploração de conceitos geométricos. Também se mostra pertinente investigar a aplicação da Modelagem Matemática em outros conteúdos, ampliando sua contribuição no ensino de Matemática.

Assim, conclui-se que, no contexto investigado, a Modelagem Matemática se mostrou uma abordagem promissora para o ensino de Geometria, ao favorecer a integração entre teoria e prática e ao contribuir para o desenvolvimento de competências como autonomia, pensamento crítico e capacidade de resolução de problemas, fundamentais tanto para o ambiente escolar quanto para avaliações em larga escala, como o ENEM.

Referências

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 19/04/2026
Vol: 13.07
DOI: 10.66104/26hec410
Pages: 1-25

ALMEIDA, Lourdes Werle de; SILVA, Karina Pessoa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. *Modelagem matemática na educação matemática*. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.

BARDIN, Laurence. *Análise de conteúdo*. São Paulo: Edições 70, 2016.

BASSANEZI, Rodney Carlos. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. *Modelagem matemática no ensino*. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular (BNCC)*. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 10 abr. 2026.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Matriz de Referência do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM)*. Brasília, DF: INEP, 2012. Disponível em: http://portal.inep.gov.br/web/guest/enem/matriz-de-referencia. Acesso em: 10 abr. 2026.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) 2024: prova de Matemática e suas Tecnologias*. Brasília, DF: INEP, 2024. Disponível em: https://www.gov.br/inep. Acesso em: 10 abr. 2026.

BURAK, Dionísio. Modelagem matemática e ensino. In: BRANDT, Célia Finck; BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel (org.). *Modelagem matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações*. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016. p. 41–68.

DENZIN, Norman K.; LINCOLN, Yvonna S. Introdução: a disciplina e a prática da pesquisa qualitativa. In: DENZIN, Norman K.; LINCOLN, Yvonna S. (org.). *O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens*. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 15–41.

FRANCA, Paulo Batista. *Modelagem matemática e geometria espacial: uma investigação abordando poliedros convexos*. 2023. 89 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Estadual do Maranhão, São Luís, 2023. Disponível em: https://repositorio.uema.br/handle/123456789/3551. Acesso em: 10 abr. 2026.

LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar Geometria? *Educação Matemática em Revista*, São Paulo: SBEM, v. 3, n. 4, p. 3–13, 1995.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 19/04/2026
Vol: 13.07
DOI: 10.66104/26hec410
Pages: 1-25

SCHRENK, Maykon Jhonatan; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. Modelagem Matemática como prática pedagógica: uma possível caracterização em Educação Matemática. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 24, n. 1, p. 194–224, 2022. DOI: 10.23925/1983-3156.2022v24i1p194-224.