

## A EVOLUÇÃO DO CÁLCULO: O Período Medieval E Suas Contribuições

## THE EVOLUTION OF CALCULUS: The Medieval Period And Its Contributions

## LA EVOLUCIÓN DEL CÁLCULO: El Período Medieval Y Sus Contribuciones

### **Francisco de Assis Fialho**

Licenciado, Escola Gumercindo Dias Pinheiro, Brasil

E -mail: [fialhofi22@gmail.com](mailto:fialhofi22@gmail.com)

### **Agenilson Lima Negreiros**

Especialista, Escola Municipal São Francisco, Brasil

E -mail: [lima.negreiro.matematica@gmail.com](mailto:lima.negreiro.matematica@gmail.com)

### **José Milton Filho**

Especialista, Escola Profissional Professor Luis Filipe, Brasil

E -mail: [jfilho678@gmail.com](mailto:jfilho678@gmail.com)

### **Nayara Francisca Chaves Moura**

Especialista, Unidade Escolar Municipal Antônio Xavier, Brasil

E -mail: [nayarachaves@gmail.com](mailto:nayarachaves@gmail.com)

### **Pedro Felipe Pereira dos Santos**

Especialista, Centro Estadual de Tempo Integral Luís de Castro, Brasil

E-mail: [profpedro9@gmail.com](mailto:profpedro9@gmail.com)

### **Ezequias Matos Esteves**

Doutor, Instituto Federal do Piauí – IFPI, Brasil

E -mail: [ezequias@ifpi.edu.br](mailto:ezequias@ifpi.edu.br)

### **Roberto Arruda Lima Soares**

Doutor, Instituto Federal do Piauí – IFPI, Brasil

E-mail: [robertoarruda@ifpi.edu.br](mailto:robertoarruda@ifpi.edu.br)

### **Ronaldo Campelo da Costa**

Doutor, Instituto Federal do Piauí – IFPI, Brasil

E-mail: [ronaldocampelo@ifpi.edu.br](mailto:ronaldocampelo@ifpi.edu.br)

## **Resumo**

O presente artigo pretende investigar a importância da matemática do período medieval na evolução do cálculo, ressaltando os progressos teóricos e práticas desenvolvidos nesse tempo histórico. Para isso, teve-se a atenção de procurar o que a história menciona como principais fatores para o desenvolvimento do cálculo, de procurar obras e autores que demonstraram o avanço do cálculo ao

decorrer do tempo histórico. Aplicou-se uma abordagem qualitativa baseada na pesquisa bibliográfica e exploratória sobre a evolução do cálculo no período medieval, com foco na trajetória histórica da matemática, fundamentando-se em obras de referência na área. Entre os principais autores usados evidenciam-se Boher, Eves, Roque e D'Ambrosio, cujas pesquisas colaboraram de forma significativa para o entendimento do avanço do pensamento matemático com o passar do tempo. Desse modo, este estudo trouxe uma possibilidade para compreender o processo histórico do conhecimento matemático, permite um entendimento matemático sobre os conhecimentos moldados na Idade Média e sobretudo traz uma análise mais vasta das contribuições que antecederam o surgimento do cálculo, mas, acima de tudo, reforça a importância da história da matemática como instrumento para entender a evolução do pensamento matemático ao decorrer do tempo. Conclui-se, portanto, que o presente estudo permitiu um entendimento mais abrangente sobre a relevância da matemática medieval na evolução do cálculo. Ao investigar a trajetória história desse desenvolvimento, foi viável reconhecer que o cálculo não apareceu de maneira isolada, mas como resultado de um processo frequente de construção do conhecimento, abrangendo diversas culturas, autores e tempos históricos.

**Palavras-chave:** Cálculo; período medieval; conhecimento matemático.

## Abstract

This article aims to investigate the importance of medieval mathematics in the evolution of calculus, highlighting the theoretical and practical advances developed during this historical period. To this end, attention was paid to identifying what history mentions as the main factors in the development of calculus, and to seeking out works and authors who demonstrated the advancement of calculus throughout history. A qualitative approach was applied, based on bibliographic and exploratory research on the evolution of calculus in the medieval period, focusing on the historical trajectory of mathematics and grounded in reference works in the field. Among the main authors used are Boher, Eves, Roque, and D'Ambrosio, whose research significantly contributed to understanding the advancement of mathematical thought over time. Thus, this study offers a possibility for understanding the historical process of mathematical knowledge, allows for a mathematical understanding of the knowledge shaped in the Middle Ages, and above all provides a broader analysis of the contributions that preceded the emergence of calculus, but, above all, reinforces the importance of the history of mathematics as an instrument for understanding the evolution of mathematical thought over time. In conclusion, this study has provided a more comprehensive understanding of the relevance of medieval mathematics in the evolution of calculus. By investigating the historical trajectory of this development, it was possible to recognize that calculus did not appear in isolation, but as a result of a frequent process of knowledge construction, encompassing diverse cultures, authors, and historical periods.

**Keywords:** Calculus; medieval period; mathematical knowledge.

## Resumen

Este artículo tiene como objetivo investigar la importancia de las matemáticas medievales en la evolución del cálculo, destacando los avances teóricos y prácticos desarrollados durante este período histórico. Para ello, se prestó atención a la identificación de los principales factores históricos en el desarrollo del cálculo y a la búsqueda de obras y autores que demostraron su progreso a lo largo de la historia. Se aplicó un enfoque cualitativo, basado en una investigación bibliográfica y exploratoria sobre la evolución del cálculo en la Edad Media, centrándose en la trayectoria histórica de las matemáticas y fundamentado en obras de referencia en el campo. Entre los principales autores utilizados se encuentran Boher, Eves, Roque y D'Ambrosio, cuyas investigaciones contribuyeron significativamente a la comprensión del avance del pensamiento matemático a lo largo del tiempo. Así, este estudio ofrece la posibilidad de comprender el proceso

histórico del conocimiento matemático, permite una comprensión matemática del conocimiento configurado en la Edad Media y, sobre todo, proporciona un análisis más amplio de las contribuciones que precedieron al surgimiento del cálculo, pero, fundamentalmente, refuerza la importancia de la historia de las matemáticas como instrumento para comprender la evolución del pensamiento matemático a lo largo del tiempo. En conclusión, este estudio ha proporcionado una comprensión más completa de la relevancia de las matemáticas medievales en la evolución del cálculo. Al investigar la trayectoria histórica de este desarrollo, fue posible reconocer que el cálculo no surgió de forma aislada, sino como resultado de un proceso frecuente de construcción del conocimiento, que abarcó diversas culturas, autores y periodos históricos.

**Palabras clave:** Cálculo; periodo medieval; conocimiento matemático.

## 1. Introdução

A história da matemática representa um trajeto fascinantes que conduz o desenvolvimento intelectual da humanidade desde os tempos mais remotos. Ao decorrer dos séculos, diferentes civilizações colaboraram para a criação dos conhecimentos matemáticos, usando-os para resolver problemas direcionados ao comércio, a arquitetura, a navegação e, principalmente a organização social. Assim, a matemática transformou-se como um instrumento fundamental para o avanço das sociedades.

Ao decorrer desse longo caminho, diversos estudiosos destinaram-se à procura por interpretações e soluções para questões cada vez mais multifacetadas. Através das investigações e experimentações, esses intelectuais expandiram significativamente o conhecimento matemático, instituindo conceitos que se tornaram de base para gerações futuras. Seus achados colaboraram não somente para a matemática, mas também para o desenvolvimento de diferentes áreas do conhecimento.

Partindo desse pressuposto, percebe-se que a história da matemática foi marcada por frequentes mudanças que colaboraram para o progresso do conhecimento científico e tecnológico da humanidade. Entre os diferentes ramos matemáticos criados ao decorrer dos séculos, o cálculo torna-se como um dos instrumentos mais relevantes para o entendimento de fenômenos naturais e econômicos.

Apesar que sua validação tenha acontecido somente na Idade Moderna, com os trabalhos de matemáticos europeus, suas origens deriva de períodos

passados, abrangendo a Idade Média, quando várias contribuições estruturaram o percurso para seu desenvolvimento. Quando se reflete sobre o ocidente há um “gigantesco salto, recorrente nos livros de história da matemática, registrado entre o século III a.E.C., quando viveu Euclides, e o século XV, quando a matemática voltou a se desenvolver na Europa” (ROQUE, 2012, p. 174).

A Idade Média, habitualmente entendida como o período entre os séculos V e XV, foi constituída por profundas mudanças culturais, intelectuais e religiosas. Inversamente à percepção de que esse período simbolizou uma estagnação do conhecimento, diferentes estudiosos construíram ideias matemáticas importantes que impactaram gerações seguintes. Os progressos implementados por matemáticos europeus, árabes e outros povos proporcionaram a expansão e a difusão de conhecimentos essenciais para o surgimento do cálculo.

Conforme Eves (2004, p. 417), “com esta invenção, a matemática criativa entrou em um plano superior, e a história da matemática elementar essencialmente terminou”, ainda mais, os principais conceitos de cálculo “alcance e tanta influência no mundo moderno que, talvez, se possa dizer que, sem algum conhecimento delas, dificilmente alguém pode ser considerado alfabetizado hoje”.

Diante dessa perspectiva, este artigo tem como objetivo analisar a evolução do cálculo ao decorrer do período medieval, enfatizando as principais contribuições matemáticas que proporcionaram seu desenvolvimento. Procura-se entender como os conhecimentos criados nesse período e como as descobertas ajudaram para a formulação do cálculo. Ainda mais, pretende-se demonstrar a relevância das trocas científicas entre as diversas civilizações no desenvolvimento desse campo do conhecimento.

A escolha do tema justifica-se pela importância histórica e educacional do cálculo, bem como entender que o desenvolvimento da matemática acontece de maneira gradativa. Ao analisar as contribuições do período medieval, transforma-se viável reconhecer o papel atuado pelos diferentes povos e intelectuais para a criação dos conhecimentos matemáticos que permanecem impactando a sociedade atual.

Assim, compreende-se que a matemática é resultado de um desenvolvimento coletivo, constituída pelas colaborações de diferentes povos e culturas ao decorrer da história. Ao modo que o estudo pretende responder a seguinte questão problema: de que modo as contribuições matemáticas desenvolvidas ao decorrer do período medieval colaboraram para a evolução do cálculo?

Vale mencionar que, esta pesquisa é de caráter qualitativo, sendo que conforme Gerhardt e Silveira (2009, p. 31), “não se preocupa com representatividade numérica, mas sim, com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, etc.”. Isto é, este trabalho parte da análise de obras bibliográficas, dialogando com autores e relacionando suas percepções, buscando construir uma base teórica para o objeto em estudo.

Este estudo tem relevância acadêmica por colaborar para o entendimento histórico da evolução do cálculo, demonstrando que seu desenvolvimento não acontecer de maneira isolada, mas foi decorrência de um extenso processo de elaboração do conhecimento matemático ao decorrer dos séculos. Ao analisar as contribuições do período medieval, a pesquisa permite um olhar mais vasto da história da matemática, enfatizando a importância de diversas civilizações e intelectuais na construção dos conceitos que baseiam o cálculo.

## 1.1 Objetivos Gerais

- Investigar a importância da matemática do período medieval na evolução do cálculo, ressaltando os progressos teóricos e práticos desenvolvidos nesse tempo histórico;
- Analisar o cenário histórico, científico e cultural da Idade Média e seu impacto no desenvolvimento do conhecimento matemático;
- Examinar a relevância das contribuições medievais para o desenvolvimento das bases teóricas do cálculo moderno.

## 2. Revisão da Literatura

### 2.1 História da matemática

A matemática pode ser entendida por meio de diferentes contextos. Um deles aborda que o conhecimento matemático tem caráter universal, apesar do cenário histórico, cultural e social em que foi elaborada. Sob essa percepção, os conceitos e teoremas conserva sua validade independentemente do período ou até mesma da conjuntura em que foram desenvolvidos. Desse modo, os elementos externos ao conteúdo matemático se tornariam secundários, visto que a natureza da matemática continua inalterada ao decorrer do tempo.

Motivar, introduzir um conteúdo matemático, ou exemplificar; compreender as dificuldades de alguns conceitos; agregar elementos às concepções de uma Matemática elaborada por seres humanos, e, portanto, sujeita às condições sócio-culturais de produção, falível, sujeita a críticas; questionar a hegemonia dos estudos da história da matemática sob o ponto de vista somente de culturas dominantes (como a europeia), incentivando os estudos e investigações das produções matemáticas de outras culturas, como a nossa; articular a matemática com outras ciências; relacionar e unificar os ramos da matemática; mostrar a importância da notação simbólica (linguagem) na constituição das formas e estruturas matemáticas, no processo histórico de construção dos objetos matemáticos por diferentes culturas; saber situar a matemática cronologicamente: em relação aos produtores e à sua própria constituição, para poder compreender as condições de sua produção (SAD, 2004, p. 4).

Essa percepção encontra suporte no fato de que a matemática passou por diferentes reformulações ao decorrer da história, transformando-se por uma linguagem universal, usada em diversas culturas e áreas do conhecimento. Os progressos científicos e tecnológicos colaboraram para integrar esse caráter universal, proporcionando que conceitos matemáticos fossem usados em diferentes conjunturas sem que sua validade necessitasse de elementos históricos ou sociais específicos.

A história da matemática tem servido para alguns pesquisadores como motivação para o trabalho com o desenvolvimento de diversos conceitos matemáticos. Esta linha de trabalho parte do princípio que o estudo da construção histórica do conhecimento matemático leva a maior compreensão da evolução do conceito, enfatizando as dificuldades epistemológicas inerentes ao conceito que está sendo trabalhado. Essas dificuldades históricas têm se revelado as mesmas muitas vezes apresentadas pelos alunos no processo de aprendizagem. (D'AMBROSIO, B.S., 1989, p.19).

Hygino Domingues, em 1992, ao introduzir sua tradução da obra *Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula – Cálculo*, de Boyer, ressalta a seguinte consideração:

Nos últimos anos, vem se notando nos meios matemáticos preocupados com o ensino um certo empenho em valorizar a história da matemática como recurso didático. As manifestações nesse sentido são diversas, culminando com a inclusão de uma disciplina específica sobre o assunto nos currículos de vários cursos de licenciatura em matemática. Essa tendência nos parece sobremaneira auspiciosa, sendo de lamentar apenas não ter ocorrido bem antes. A matemática desde os seus primórdios entrelaça-se tão intimamente com a história da civilização, sendo mesmo uma das alavancas principais do progresso humano, que sua história é não só altamente motivadora em termos de ensino como também muito rica em aspectos culturais. (DOMINGUES in BOYER, 1992, p. 50)

A partir disso, percebe-se que o conhecimento matemático é resultante de influências econômicas, sociais e culturais de cada período histórico. Ao modo que, entender o percurso da matemática requer não somente o estudo dos seus conteúdos, mas também a análise das conjunturas que propiciaram ou restringiram a difusão desse conhecimento. Roque (2012) ressalta que existe duas faces da historiografia sobre a história da matemática, destacando que:

Não queremos desmerecer o trabalho desses pioneiros, que ajudaram a fundar a história da matemática como campo de pesquisa e motivaram o interesse de inúmeros jovens por essa área. A intenção aqui é ressaltar que suas obras continuam a ser citadas sem uma visão crítica, ainda que inúmeros trabalhos históricos, nas últimas décadas, tenham desmentido e questionado

grande parte das afirmações nelas reproduzidas. (ROQUE, 2010, p.478)

Partindo desta análise, percebe-se que a intenção não é demonstrar as falhas das obras clássica da história da matemática, mas entender como as diversas interpretações historiográficas impactaram a forma pela qual a evolução do conhecimento matemático é demonstrada. Valoriza-se que a produção histórica está sujeita a novas fontes e diferentes perspectivas metodológicas, o que resulta em leituras diversificadas sobre um mesmo fenômeno. De acordo com D'Ambrosio (1999, p. 97), “as ideias matemáticas comparecem em toda a evolução da humanidade, definindo estratégias de ação para lidar com o ambiente” e, ainda mais, “buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para a própria existência”.

Diante dessa perspectiva, percebe-se que a história da matemática passou por importantes modificações, principalmente no que diz respeito ao modo como o conhecimento matemático foi compreendido e analisado ao decorrer do tempo. Assim, entende-se que o desenvolvimento da matemática não aconteceu de forma isolada, mas foram influenciadas por cenários políticos, sociais e econômicos, que colaboraram para a construção dos saberes matemáticos em diversos períodos históricos.

A ideia não é reconstruir uma visão global, sintética, do desenvolvimento da matemática, vista como um saber unitário composto pela acumulação de resultados que iriam se encaixando para constituir uma arquitetura ordenada e sistemática. Ou seja, nosso objetivo principal é, partindo dos modos como a história da matemática foi escrita, recontar essa história. (ROQUE, 2012, p.18).

Portanto, tem-se em mente que as mudanças nas concepções de história e de historiografia da matemática demonstram concepções diferentes em relação ao desenvolvimento do cálculo e de outros conceitos matemáticos. Ainda mais, as distintas teorias entre os estudiosos podem complicar a estruturação do conhecimento, tornando preciso uma investigação crítica que proporcione entender a matemática não somente como um conjunto de resultados, mas também como uma criação história em frequente revisão.

## 2.2 As contribuições da matemática na Idade Média para o surgimento do cálculo

A Alta Idade Média compreende o período entre os séculos V e XV na Europa Ocidental, sendo marcada por intensas mudanças sociais, econômicas, políticas e culturais. Esse período teve início depois da queda do Império Romano do Ocidente, acontecida no século V, evidente que ocasionou a segmentação do poder político e o aparecimento de diferentes reinos germânicos. A inconstância originada por essas modificações impactou significativamente o desenvolvimento da sociedade europeia.

Com a fraqueza das estruturas romanas, muitas cidades desperdiçaram sua relevância econômica e administrativa, colaborando para o processo de ruralização da população. A economia tornou-se majoritariamente agrícola, estruturada em torno dos feudos, logo o comércio atravessou por uma substancial diminuição. Nessa perspectiva, o sistema feudal alicerçou-se como o principal modo de organização econômica e social.

Além das modificações políticas e econômicas, a produção e a conservação do conhecimento também foram impactadas. De acordo Eves (2011, p. 290), “durante esse período a civilização na Europa Ocidental atingiu níveis muito baixos, deixou de existir quase todo o saber grego desapareceu e muitas das artes e dos ofícios legados pelo mundo antigo foram esquecidos”. Esse prejuízo de conhecimentos antigos restringiu os progressos científicos e matemáticos em diferentes regiões europeias.

A Idade Média foi um período marcado por diferentes desafios para a conservação do conhecimento clássico e para a construção das atividades intelectuais, integrando a matemática. Com a queda do Império Romano do Ocidente, aconteceu um esgotamento das instituições responsáveis pela educação e pela transmissão do saber. Como resultado, a maior parte dos conhecimentos desenvolvidos pelos gregos e romanos tornou-se reduzida para a população europeia.

De acordo com Boyer (2010, p. 98), “no que se refere à história política é de costume designar a queda de Roma em 476 como o começo da Idade Média, e a queda de Constantinopla perante os turcos em 1453 como fim”. Ao decorrer desse longo período, a Europa passou por intensas mudanças políticas, sociais e culturais que impactaram diretamente a produção e a propagação do conhecimento. O sistema educacional romano entrou em decadência, diminuindo significativamente as possibilidades de estudo e aprendizagem.

Embora esses desafios, a educação não sumiu completamente. Os mosteiros exerceram um papel essencial na conservação do saber antigo, transformando-se relevantes centros de estudos e construção intelectual. Os monges empenhavam-se ao aprendizado do latim e do grego, línguas cruciais para o acesso aos textos clássicos da Antiguidade. Desse modo, colaboraram para a conservação de relevantes conhecimentos científicos, filosóficos e matemáticos.

Além de conservar obras antigas, os monges também efetuavam a cópia de manuscritos e criavam novos escritos, assegurando que grande parte da herança cultural greco-romana chegasse às gerações futuras. Essa tarefa foi fundamental para a preservação do patrimônio intelectual da humanidade e constituiu-se como base para o desenvolvimento cultural e científico que aconteceria subsequentemente, principalmente ao longo do Renascimento.

No centro do Império Bizantino, “Uma civilização que floresceu durante séculos, encontrou-se um ambiente propício para o desenvolvimento e a preservação do conhecimento clássico. Entre as várias áreas de destaque, a matemática exerceu uma tarefa vital” (BOYER, 2010, p. 98). Nesta conjuntura, percebe-se que o Império Bizantino buscou manter vivas as tradições filosóficas, científicas e matemáticas, assegurando que muitos conhecimentos não fossem esquecidos ao decorrer do período medieval.

Ao final do século V, podemos enfatizar que “A importância de Boécio (c. 475-524) na história da matemática se embasa no fato de seus livros de geometria e aritmética terem sido adotados, por muitos séculos, nas escolas monásticas” (EVES, 2011, p. 290). Severino Boécio foi um relevante estadista romano e filósofo,

constituindo-se como um dos principais estudiosos que colaboraram para a filosofia da matemática. Boécio traduziu e argumentou as obras de Aristóteles e contribuiu para o entendimento da lógica e da aritmética.

Porém, é essencial valorizar a colaboração de outros pensadores que exerceram um papel importante na construção do conhecimento matemático ao decorrer da Idade Média. Entre eles destaca-se “Gerbert, que mais tarde se tornou o Papa Silvestre II, estudou nas escolas muçulmanas da Espanha e, ao retornar à Europa, introduziu alguns conceitos matemáticos e científicos avançados, incluindo os numerais indo-arábicos” (EVES, 2011, p. 291).

A inserção dos numerais indo-arábicos favoreceu significativamente os cálculos e colaborou para a disseminação de novas práticas matemáticas no continente europeu. Esse sistema numérico demonstrou-se mais eficaz do que os numerais romanos usados anteriormente, proporcionando maior exatidão nas operações matemáticas e possibilitando o desenvolvimento de áreas direcionadas ao comércio e a educação. Desse modo, as colaborações de Gerbert fundamentaram um relevante passo para o progresso da matemática medieval.

A difusão do conhecimento grego e árabe para a Europa Ocidental simbolizou um marco essencial na história da matemática e no desenvolvimento das bases que futuramente colaboraram para o surgimento do cálculo. Esse processo permitiu a restauração de relevantes obras científicas da Antiguidade e estimulou o renascimento intelectual acontecido ao decorrer da Idade Média, principalmente entre os séculos XII e XIII.

Coisa semelhante acontece com outros centros mouros da Espanha e o século XII tornou-se, na história da matemática, um século de tradutores. Um dos primeiros intelectuais cristãos a se engajar nessa atividade foi o monge inglês Adelardo de Bath (c. 1120) que, segundo parece, esteve na Espanha entre 1126 e 1129 e viajou extensamente pela Grécia, Síria e pelo Egito. Atribuem-se a ele traduções latinas dos Elementos de Euclides e das tábuas astronômicas de Al-Khowârizmî. O matemático judeu Abraham bar Hiyya, conhecido como Savasorda, tem seu nome ligado ao de Platão. Seu livro Geometria Prática, escrito em hebreu, foi traduzido para o latim por Platão, provavelmente num trabalho conjunto com o autor. Foi através dessa obra que o Ocidente teve conhecimento, pela primeira vez, da solução completa da equação quadrática, o

que provocou grande impacto. (EVES, 2011, p. 292).

Entre os estudiosos que colaboraram para a disseminação do conhecimento matemático ao decorrer da Idade Média, evidencia-se Savasorda, matemático judeu que desempenhou relevante impacto na difusão de saberes entre diferentes culturas. Seu trabalho constituiu-se como uma ponte entre as tradições matemáticas do mundo islâmico e os centros de estudo da Europa Ocidental, possibilitando a movimentação de conhecimentos essenciais para o desenvolvimento da matemática medieval.

Vale mencionar que, uma de suas obras mais significativas foi Geometria Prática, texto que discutia diferentes problemas matemáticos e demonstrava métodos usados na resolução de questões geométricas. A obra teve grande destaque por unir conhecimentos avançados para o período, colaborando para o aprimoramento dos estudos matemáticos e expandindo o acesso a técnicas de cálculo e resolução de problemas.

A relevância da atividade de tradução teve uma influência significativa no desenvolvimento do conhecimento matemática na Europa Medieval. “Gerardo de Cremona foi um tradutor prolífico do período. Ele traduziu mais de 90 obras árabes para o latim, embora não tenha realizado todo o trabalho sozinho, ajudou a desempenhar um papel fundamental na disseminação do conhecimento árabe na Europa” (BOYER, 2010, p. 99). Ainda mais, é importante destacar que durante a Renascença Italiana,

As cidades comerciais italianas, como Gênova, Pisa, Veneza, Milão e Florença, tiveram relações mercantis com o mundo árabe, os mercadores italianos que negociavam com o Oriente tiveram a oportunidade de entrar em contato com a cultura árabe e adquirir informações aritméticas e algébricas valiosas. (EVES, 2011, p. 292).

Além de impulsionar a conservação e a disseminação do conhecimento matemático, as traduções desenvolvidas ao decorrer da Idade Média exerceram um papel essencial na inserção dos numerais indo-arábicos na Europa. Esse sistema numérico demonstrou-se muito mais eficaz que os antigos numerais

romanos, favorecendo a realização de cálculos e colaborando para a evolução dos estudos matemáticos. Sua adesão demonstrou um relevante passo para o desenvolvimento da matemática e, principalmente para a construção das bases do cálculo.

Em consonância a isso, Boyer (2010, p. 179) destaca o “Mestre Hermann traduziu muitas obras gregas e árabes sobre matemática e astronomia para o latim. Santo Alberto Magno, um erudito dominicano do século XIII, também foi um grande promotor da tradução de textos científicos árabes e gregos”.

Vale ressaltar que, a Universidade de Paris tornou-se como uma das mais fundamentais instituições de ensino da Europa medieval, exercendo um papel essencial na disseminação do conhecimento grego e árabe. Ao decorrer dos séculos XII e XIII, a universidade transformou-se como um dos relevantes centros de estudos, unindo estudiosos que procuravam entender e expandir os saberes herdados da Antiguidade e do mundo islâmico.

Esse contato com múltiplas tradições facilitou o desenvolvimento do raciocínio lógico e dos processos de cálculo. “O período de transmissão do conhecimento durante a Idade Média desempenhou papel chave na preservação e disseminação do conhecimento grego e árabe na Europa Ocidental” (EVES, 2011, p. 292). Essa partilha de conhecimento colaborou para o renascimento cultural e intelectual que representou o final da Idade Média e o início da Renascença na Europa.

Leonardo de Pisa, mais conhecido como Fibonacci, foi uma das representatividades mais relevantes da matemática medieval, destacando-se ao decorrer do século XIII por suas colaborações para a disseminação do conhecimento matemático na Europa. Visto que,

Ele é famoso por suas contribuições significativas para a matemática e a introdução dos números indo-arábicos na Europa Ocidental, o pai de Fibonacci estava envolvido em negócios mercantis, o que o levou a passar algum tempo na cidade de Bejaia, na Argélia, onde sua família estava envolvida em atividades alfandegárias. Foi durante essa estadia que Fibonacci teve a oportunidade de estudar a matemática árabe, que incluía o sistema de numeração indo-arábico. (EVES, 2011, p. 293).

Leonardo de Pisa trouxe a percepção do sistema de numeração indo-arábico que se tornou como um sistema que ajudou na realização de operações matemáticas de maneira mais simples e rápida, favorecendo significativamente no processo de cálculo. A obra Liber Abaci escrita por Fibonacci em 1202 foi crucial para a difusão dos numerais indo-arábicos na Europa Ocidental, representando-se como um importante progresso para o desenvolvimento da matemática medieval. Uma vez que, “a obra de Fibonacci explicava como usar esses números bem como usá-los nas operações aritméticas, mas parte significativa do livro é dedicada à defesa e à explicação dos números indo-arábicos, que eram pouco conhecidos na Europa na época” (EVES, 2011, p. 294). Ainda mais, é perceptível que:

Fibonacci argumentou vigorosamente a favor da adoção desses números em substituição aos algarismos romanos, demonstrando sua superioridade para cálculos matemáticos e comerciais. Fibonacci foi influenciado pela obra de AlKhowârizmî, um matemático árabe. O livro composto sobre cálculo por conclusão e balanceamento desempenhou um papel fundamental no desenvolvimento da álgebra. Fibonacci incorporou conceitos da álgebra árabe em seu próprio trabalho, promovendo assim a álgebra elementar na Europa. (BOYER, 2010, p. 180).

O Liber Abaci, publicado por Fibonacci em 1202, foi uma das obras matemáticas mais dominantes da Idade Média. O livro colaborou claramente para a popularização dos numerais indo-arábicos na Europa, mostrando seus benefícios no que diz respeito aos algarismos romanos. Ainda mais, a obra motivou o estudo da matemática ao demonstrar métodos de cálculo mais eficazes e usos práticos para o comércio e a administração. Visto que, a sequência de Fibonacci inicia-se com os números 0 e 1 e cada termo seguinte é alcançado pela soma dos dois termos anteriores, sendo que:

Esse problema célebre dá origem à “sequência de Fibonacci” 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,..., isto é em cada termo após os dois primeiros é a soma dos dois imediatamente precedentes. Verificou-se que essa sequência tem muitas propriedades belas e significativas. (BOYER, 2010, p. 182).

Outra obra de grande importância desenvolvida por Fibonacci foi A prática da Geometria, publicada em 1220. Nesse estudo, o matemático empenhou-se a pesquisa da geometria e da trigonometria, demonstrando-se como um dos métodos rígidos de resolução de problemas. A obra foi produzida com base nos princípios da geometria euclidiana, destacando o intenso domínio que Fibonacci tinha sobre o conhecimento matemática de seu tempo, porque “esses trabalhos estavam além da capacidade da maioria dos intelectuais da época” (EVES, 2011, p. 293). Ainda mais,

Ele abordou problemas de números inteiros que envolvem quadrados perfeitos e introduziu técnicas inovadoras para resolver equações envolvendo números inteiros, esse trabalho destacou Fibonacci como um matemático de destaque e o posicionou como uma figura importante nesse campo, entre os matemáticos como Diofanto e Fermat. (EVES, 2011, p. 293).

Vale mencionar ainda que, a difusão de obras aritmética ao decorrer do Renascimento refletiu as intensas mudanças econômicas, culturais e educacionais que acontecerem na Europa. Com o desenvolvimento das cidades e a ampliação das atividades comerciais, intensificou a necessidade de conhecimentos matemáticos capazes de ajudar na realização de cálculos direcionados ao comércio, as finanças e a administração. Nessa perspectiva, os livros de aritmética transformaram-se como relevantes ferramentas para a disseminação do saber matemático. Já que,

Muitos dos primeiros livros de aritmética eram escritos em latim por intelectuais com formação clássica, esses autores muitas vezes estavam ligados a escolas da igreja ou tinham uma educação acadêmica clássica, eles estavam interessados em preservar e transmitir o conhecimento clássico, incluindo as habilidades matemáticas. (EVES, 2011, p. 300).

Além das obras desenvolvidas por intelectuais acadêmicos, haviam também livros de aritmética escritos por professores. Esses autores empenhavam-se à formação de jovens para atividades comerciais e profissionais, construindo materiais mais acessíveis e direcionados para as necessidades do dia a dia. Por

serem escritos na língua falada pela sociedade, esses livros obtiveram um público mais vasto do que as obras redigidas em latim. Esses manuais demonstraram-se como técnicas matemáticas proveitosas para resolver problemas de cálculo de lucro e perda, juros e até mesmo medições de mercadorias. Desse modo, ajudavam comerciantes e trabalhadores a encarar situações práticas que requeriam conhecimentos numéricos e habilidades de cálculo. Como exemplo,

A Aritmética De Treviso é a mais antiga aritmética impressa conhecida, publicada em 1478 em Treviso, na Itália foi dedicado à explicação da escrita dos números, o que era essencial para a formação dos comerciantes e dos profissionais que lidavam com transações financeiras. (EVES, 2011, p. 300).

Ainda mais, Adam Riese, matemático alemão do século XVI, ganha destaque na história da matemática e da educação matemática na Alemanha. Suas obras de aritmética colaboraram de forma significativa para a disseminação dos conhecimentos matemáticos entre alunos, comerciantes e profissionais, transformando os métodos de cálculos mais acessíveis à sociedade. Além de suas colaborações para a aritmética, Riese era conhecido por sua habilidade de resolução de problemas matemáticos, sendo que um dos episódios mais marcantes foi quando ele competiu com um desenhista para decidir quem iria alcançar maior número de ângulos retos em um minuto. Ressalta-se que,

Ao que parece, certa feita, Riese e um desenhista entraram numa disputa amigável para ver qual dos dois desenharia mais ângulos retos num minuto, usando apenas régua e compasso. O desenhista traçou uma reta e a seguir, procedendo como se ensina hoje nas escolas elementares, começou a erguer perpendiculares à reta. Riese traçou uma semicircunferência sobre uma reta e então, em sequência rápida, traçou um grande número de ângulos retos inscritos. É óbvio que ele ganhou facilmente a disputa. (EVES, 2011, p. 300).

Adam Riese é um personagem simbólico da educação matemática na Alemanha e é lembrado até os dias atuais como sendo um especialista da aritmética, e a “sua influência nas técnicas de ensino e na cultura popular alemã persiste, e seu nome continua sendo associado à precisão e ao cálculo correto”

(BOYER, 2010, p. 199).

Vale ressaltar que, o aparecimento do simbolismo algébrico demonstra um relevante acontecimento na história da matemática, porque colaborou para transformar os cálculos e as expressões matemáticas mais simples e eficazes. Entre os estudiosos que atuaram desse processo evidencia-se Robert Recorde, matemático e médico inglês do século XVI.

Recorde foi reconhecido por sua vasta formação intelectual, a qual ele elaborou obras em diversas áreas do conhecimento, integrando matemática, geometria e medicina, colaborando de forma significativa para a disseminação do saber científico. Visto que, a geometria de Recorde é constituída pelo ideal de igualdade. “Ele justificou a adoção de um par de segmentos de reta paralelos como símbolo de igualdade alegando que, não pode haver duas coisas mais iguais” (EVES, 2011, p. 302).

Vale ressaltar ainda, o princípio de Cavalieri que foi considerado uma das colaborações mais importantes para o surgimento do cálculo. Ligado ao método da exaustão construída pelos matemáticos gregos, esse princípio possibilitou uma nova forma de entender áreas e volumes. Porém, distintamente do método da exaustão, que se fundamentava em demonstrações por redução ao absurdo, Cavalieri usou um enfoque mais direto para justificar os resultados matemáticos. Assim, Antônio Caminha Muniz Neto ressalta que:

No ensino da Geometria existem alguns resultados que não podemos demonstrar de forma satisfatória e que, naturalmente, causam incômodo ao professor. Os principais são os seguintes: o Teorema de Tales (das paralelas), a área do quadrado, o volume do paralelepípedo e o Princípio de Cavalieri. A sua demonstração envolve conceitos avançados de Teoria da Medida e portanto só podemos oferecer aos alunos alguns exemplos. Mas, cremos que esses exemplos sejam suficientes para que possamos adotar sem traumas o Princípio de Cavalieri como axioma. (MUNIZ NETO, 2013, p. 333).

Ainda mais, o símbolo radical transformou-se um fator essencial da notação matemática e continua vastamente aplicado até os dias de hoje, tendo em vista que sua introdução colaborou para a uniformização da linguagem matemática,

possibilitando a representação de operações referentes às raízes e tornando os cálculos mais evidentes para os alunos e pesquisadores.

A raiz quadrada, representada pelo símbolo  $\sqrt{\quad}$ , equivale à operação inversa da potenciação. Sendo que, ao calcular  $\sqrt{x}$  procura-se determinar o número que multiplicado por si mesmo resulta em  $x$ . Boyer enfatiza que, “a descoberta da solução algébrica das equações cúbicas e quárticas, foi um marco importante no desenvolvimento da matemática no século XVI e teve um impacto duradouro na teoria das equações e no avanço da álgebra” (BOYER, 2010, p. 200).

Desse modo, a construção e a implementação do símbolo radical demonstraram-se como um relevante avanço para o desenvolvimento da matemática. Ao descomplicar a escrita e o entendimento das operações envolvendo raízes, essa notação colaborou para o progresso dos estudos matemáticos, transformando-se como um instrumento fundamental para a criação de conceitos mais complexos que impactaram o avanço da álgebra, da geometria e do cálculo.

Partindo desse pressuposto, compreende-se que Roque destaca que a construção do cálculo não deve ser entendida de maneira isolada, mas, longe disso, o desenvolvimento dessa área da matemática deriva de um longo processo histórico, marcado por colaborações reunidas ao decorrer do tempo.

Diferentemente do que as narrativas tradicionais sugerem, o desenvolvimento das ideias fundamentais do cálculo não se deu no interior da matemática, como consequência dos trabalhos de uma comunidade imbuída em aperfeiçoar as lacunas formais de modo cumulativo. Durante os séculos XVII e XVIII, os métodos infinitesimais se inseriram em um domínio amplo que incluía não só a matemática, mas também a filosofia e a física. Além disso, as discussões acerca de sua natureza e legitimidade são inseparáveis do ambiente institucional em que aconteciam. (ROQUE, 2012, p.369).

Portanto, a evolução do cálculo não baseia somente em recontas as mesmas narrativas tradicionais da história da matemática, mas em aplicar um contexto crítica que proporcione reconhecer novas interpretações e pontos de vistas sobre esse processo histórico. Sendo assim, mais do que uma mera

sequência de achados, o desenvolvimento do cálculo deve ser entendido como uma construção multifacetada, marcada por diversas contribuições históricas, trocas culturais e processos de transmissão do saber matemático.

### 3. Considerações Finais

Nota-se que a Idade Média, apesar de que estivesse ligada a um período de estagnação intelectual, exerceu um papel essencial na conservação e no desenvolvimento do conhecimento matemático. Ao decorrer do século V e XV, mosteiros, universidades, árabes e estudiosos colaboraram para a preservação de obras clássicas e para a disseminação de novos conhecimentos, construindo as bases necessárias para o progresso científico europeu. Ainda mais, a inserção dos numerais indo-árabicos, o reconhecimento dos estudos de aritmética, álgebra e geometria, além do aparecimento de relevantes centros de ensino possibilitaram a evolução da matemática medieval.

Desse modo, o período medieval deve ser entendido como um período fundamental na história da matemática e no desenvolvimento dos fundamentos do cálculo. As contribuições de matemáticos como Fibonacci, Adam Riese, Robert Recorde e Cavalieri, dentre outros estudiosos, evidenciam que a matemática permaneceu progredindo mesmo em meio às mudanças políticas, sociais e culturais do período. Sendo assim, os conhecimentos conservados ao decorrer da Idade Média serviram de base para as grandes descobertas científicas do Renascimento e para o desenvolvimento do cálculo.

Ainda mais, foram investigadas os trajetos e contribuições de relevantes matemáticos que marcaram a história da matemática na Idade Média, como Boécio, Fibonacci e outros. Através de suas obras puderam impactar a construção de novos conceitos matemáticos, sendo que não refletiram somente o conhecimento, mas apresentavam bases sólidas para a evolução da matemática e o surgimento do cálculo.

Ao modo que encerro esta pesquisa, torna-se incontestável que o desenvolvimento na Idade Média foi um processo complexo e gradativo,

impactado por fatores econômicos, culturais e intelectuais. A conservação do conhecimento clássico, as contribuições dos estudiosos árabes e bizantinos, o aparecimento das universidades e o empenho de relevantes matemáticos proporcionaram que a matemática permanecesse avançando ao decorrer desse período, mesmo com as adversidades encaradas pela sociedade medieval.

Portanto, concluo esta pesquisa ressaltando que a evolução do cálculo perpassou toda o trajeto histórico da matemática, sendo resultado das colaborações reunidas por diferentes culturas, povos e estudiosos ao decorrer dos séculos. Os conhecimentos construídos na Antiguidade, conservados e expandidos durante a Idade Média e aprimorados no Renascimento foram essenciais para o desenvolvimento dos conceitos que deram origem ao cálculo. Assim, entende-se que o cálculo não deve ser entendido como um achado isolado, mas como o produto de um vasto processo de desenvolvimento matemático. Visto que, as contribuições direcionadas a álgebra, a aritmética, a geometria e aos métodos de determinação de áreas e volumes fundamentaram-se como fases fundamentais para que, em seguida, fosse viável a estruturação do cálculo.

## Referências

BOYER, Carl B. **Cálculo**. (Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula: v.6). Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992.

\_\_\_\_\_. **História da Matemática**. 3. ed. São Paulo: Editora Blucher, 2010.

D'AMBROSIO, B. S. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates SBEM, II, n. 2, p.15-19, 1989.

\_\_\_\_\_. **A História da Matemática**: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999, p. 97-115.

EVES, Howard. **Introdução à história da Matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.

\_\_\_\_\_. **Introdução à história da matemática**. 5 ed. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo. **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Editora da Ufrgs, 2009.

MUNIZ NETO, Antonio Caminha. **Geometria** – Coleção Profmat. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

ROQUE, T. **História da Matemática**: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2012.

SAD, L. A. **Educação Matemática**: Unidade na História e nos Objetivos Educacionais. In: VII ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - EPEM, São Paulo, SP, 2004. Anais... VII EPEM, São Paulo, SP, junho de 2004.

STEWART, Ian. **História da Matemática**. Tradução de Sergio Florence. 1ª ed. São Paulo: Editora Zahar, 2023