Revista Multidisciplinar do Nordeste Mineiro, v.05,2024
ISSN 2178-6925

VALIDAÇÃO DO MÉTODO GUM USANDO O GUM-S1 PARA AVALIAR A INCERTEZA DE MEDIÇÃO ASSOCIADA A DUREZA BRINELL

VALIDATION OF THE GUM METHOD USING MONTE CARLO METHOD TO EVALUATE THE MEASUREMENT UNCERTAINTY ASSOCIATED WITH BRINELL HARDNESS

Wellinton de Assunção

Doutor em Engenharia Mecânica, Universidade Estadual do Maranhão, Brasil.

E-mail: wellinton@cct.uema.br

Raí Dias Almeida

Graduando em Engenharia de Produção, Universidade Estadual do Maranhão, Brasil.

E-mail: raialmeida@aluno.uema.br

Wellington Pereira Gomes

Graduando em Engenharia de Produção, Universidade Estadual do Maranhão, Brasil.

E-mail: wellingtongomes1@aluno.uema.br

Samuel Victor dos Santos Araújo

Graduando em Engenharia de Produção, Universidade Estadual do Maranhão, Brasil.

E-mail: samuelaraujo1@aluno.uema.br

RESUMO

O conhecimento preciso da incerteza de medição é fundamental para a obtenção de resultados confiáveis, sendo crucial para a rastreabilidade e o controle regulatório dos processos de medição. O Guia para a Expressão da Incerteza de Medição (GUM) é amplamente reconhecido pelos metrologistas como o principal método para a avaliação da incerteza de medição. No entanto, devido às limitações identificadas no guia, a ISO (*International Organization for Standardization*) desenvolveu um método suplementar para a avaliação da incerteza de medição baseado na propagação de Funções de Densidade de Probabilidade (PDF) por meio da Simulação de Monte Carlo (SMC). Este suplemento apresenta também uma metodologia para validar o método GUM, utilizando os intervalos de abrangência fornecidos pela SMC. O objetivo deste estudo é validar o método GUM utilizando o método de Monte Carlo em um teste de dureza Brinell. Os resultados demonstraram que a metodologia proposta pelo GUM não foi aprovada no processo de medição da dureza Brinell, para um limite de tolerância de 0,5 HB. Verificou-se, a partir dos resultados, que o método de Monte Carlo demonstrou

ser mais robusto e confiável para a avaliação da incerteza de medição, sugerindo sua preferência em situações semelhantes.

Palavras-chave: Incerteza de Medição. Método GUM. Simulação de Monte Carlo.

ABSTRACT

The precise knowledge of measurement uncertainty is crucial for obtaining reliable results, being essential for traceability and regulatory control of measurement processes. The Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM) is widely recognized by metrologists as the primary method for evaluating measurement uncertainty. However, due to identified limitations in the guide, the International Organization for Standardization (ISO) has developed a supplementary method for assessing measurement uncertainty based on the propagation of Probability Density Functions (PDF) through Monte Carlo Simulation (MCS). The supplement also presents a methodology for validating the GUM method based on coverage intervals provided by MCS. The aim of this study is to validate the GUM method using the Monte Carlo method in a Brinell hardness test. The results demonstrated that the methodology proposed by GUM was not approved in the Brinell hardness measurement process, for a tolerance limit of 0.5 HB. It was found from the results that the Monte Carlo method proved to be more robust and reliable for evaluating measurement uncertainty, suggesting its preference in similar situations.

Keywords: Measurement Uncertainty. GUM Method. Monte Carlo Simulation.

1. INTRODUÇÃO

Ao relatar o resultado de uma medição de uma grandeza física, é obrigatório fornecer alguma indicação quantitativa da qualidade do resultado. Sem tal indicação, os resultados de medição não podem ser comparados, nem entre si nem com valores de referência fornecidos em uma especificação ou padrão (GUM, 2008). Posto isto, quando se relata o valor de uma medição, é crucial fornecer a melhor estimativa do seu valor, juntamente com uma avaliação adequada da incerteza de medição.

A incerteza de medição, tal como definida no Vocabulário Internacional de Metrologia (VIM, 2012), representa a característica metrológica do resultado de medição que mais precisamente quantifica a componente de precisão associada à exatidão da medição. Dessa forma, a palavra incerteza, no contexto metrológico, significa dúvida (Incerpi, 2008).

O principal método, reconhecido internacionalmente pela comunidade metrológica, para a avaliação da incerteza de medição é apresentado no Guia para a Expressão da Incerteza de Medição (GUM), comumente referido na literatura como ISO-GUM (INMETRO, 2008). O GUM estabelece regras gerais para expressar e

avaliar a incerteza de medição do mensurando, baseadas na lei de propagação de incertezas. Esta consiste em propagar as estimativas, as incertezas padrão e os coeficientes de correlação das grandezas de entrada através de uma aproximação linear da função, que relaciona matematicamente o mensurando (a grandeza de saída) com as grandezas de entrada (Martins *et al*., 2010).

Apesar da robustez e eficácia do modelo proposto pelo GUM, o método de propagação de incertezas exige o cumprimento de certas condições de validade, como a linearidade do modelo matemático para avaliar as incertezas e a normalidade da distribuição da variável aleatória que representa os valores possíveis do mensurando. Devido a essas exigências, a aplicabilidade do método não é tão abrangente quanto desejado.

O Suplemento 1 do Guia ISO (ou GUM-S1) apresenta um método numérico alternativo para a avaliação da incerteza de medição, chamado Simulação de Monte Carlo (SMC) ou método de Monte Carlo. Esse método é baseado na propagação das Funções de Densidade de Probabilidade (FDPs) atribuídas às grandezas de entrada, através de uma simulação numérica da função de medição para determinar a FDP do mensurando (Martins, 2010). Dentre as vantagens da SMC, destaca-se a capacidade da ferramenta ao lidar com dados de entrada de qualquer tipo de distribuição, permitindo analisar cenários de forma ágil apenas alterando os dados de entrada. Além disso, devido à ausência de um algoritmo único para SMC, é possível ajustar o procedimento de simulação de acordo com a situação de forma mais oportuna (Riechi; Tormos; Hillebrand, 2017).

Para a comparação dos resultados de incerteza do mensurando, avaliados pelo método GUM e GUM-S1, o Suplemento 1 do GUM recomenda um procedimento baseado no número de algarismos significativos que será utilizado na expressão da incerteza expandida de medição (Oliveira; Aguiar, 2009). O intuito é validar o método GUM adequado dentro de uma tolerância numérica estipulada, utilizando o método GUM-S1 como referência.

O presente trabalho tem como objetivo utilizar o método de Monte Carlo para validar a incerteza de medição estimada pelo método GUM em um processo de medição de dureza Brinell. A análise comparativa entre os resultados obtidos pelos

dois métodos permitirá avaliar a confiabilidade e efetividade do GUM para o sistema de medição em questão.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

A revisão teórica deste estudo aborda os temas que fundamentam a problemática da pesquisa em questão. No tópico 2.1, é discutida a versão JCGM (*Joint Committee for Guides in Metrology*) 100:2008 do guia, que foi traduzida pelo INMETRO (Instituto Nacional de Metrologia) em 2012 e emprega o método de propagação de incerteza para a avaliação da incerteza de medição. No tópico 2.2, apresenta-se uma síntese da versão JCGM 101:2008, também traduzida pelo INMETRO em 2014, a qual utiliza o método de Monte Carlo para propagar as distribuições das fontes de entrada na avaliação da incerteza.

2.1 Método de propagação de incertezas

O método proposto pelo GUM baseia-se na propagação das incertezas das grandezas de influência por meio de um modelo matemático (Equação 1) (Donatelli; Konrath, 2005).

$$Y = f(X_1, X_2, X_{3\ldots} X_n) \quad (1)$$

A função de medição, representada pela Equação 1, define a relação matemática entre a grandeza de saída ou mensurando Y e as diversas grandezas de entrada X_n. Essa relação funcional é crucial, pois o mensurando Y não é diretamente medido, mas é determinado a partir de n outras grandezas de entrada X_n, por uma relação funcional (Martins, 2010). As grandezas de entrada X_n também podem ser consideradas mensurados, já que dependem de outras grandezas que influenciam sua variabilidade experimental (GUM, 2008). Landgraf e Stempniak (2004) salientam que, em certos casos, a função f assume a forma de uma expressão analítica. No entanto, ressaltam que há situações em que ela pode ser descrita por um conjunto de

expressões envolvendo correções e fatores de ajuste para considerar efeitos sistemáticos.

Conforme Gonçalves e Peixoto (2015), cada incerteza da grandeza de entrada X_n é caracterizada por uma Função de Densidade de Probabilidade (FDP), também conhecida como Probability Density Function (FDP). A Figura 1 ilustra as principais FDP's utilizadas nesse método.

Figura 1 – Funções de Densidade de Probabilidade (FDP)

Informação disponível	FDP atribuída e ilustração (escala arbitrária)
Limites inferior e superior a, b	Retangular: $\mathrm{R}(a, b)$
Limites inferior e superior não exatos $a \pm d, b \pm d$	Trapezoide curvilíneo: $\mathrm{CTrap}(a, b, d)$
Soma de duas grandezas com distribuições retangulares atribuídas com limites inferiores a_1, b_1 e limites superiores a_2, b_2	Trapezoidal: $\mathrm{Trap}(a, b, \beta)$ com $a = a_1 + a_2$, $b = b_1 + b_2$, $\beta = \lvert(b_1 - a_1) - (b_2 - a_2)\rvert/(b - a)$
Soma de duas grandezas com distribuições retangulares atribuídas com limites inferiores a_1, b_1 e superiores a_2, b_2 e mesma semi-largura ($b_1 - a_1 = b_2 - a_2$)	Triangular: $\mathrm{T}(a, b)$ com $a = a_1 + a_2$, $b = b_1 + b_2$
Sinusoidal entre limites inferior e superior a, b	Arco seno (formato de U): $\mathrm{U}(a, b)$
Melhor estimativa x e incerteza-padrão associada $u(x)$	Gaussiana: $\mathrm{N}(x, u^2(x))$

Fonte: GUM (2008)

De acordo com o GUM (2008), as incertezas podem ser classificadas em dois tipos:

1. Avaliação tipo A da incerteza padrão da grandeza de entrada. Esta é obtida por meio da análise estatística, utilizando o desvio padrão *σ* amostral dos *n* resultados experimentais obtidos. A Equação 2 ilustra o cálculo da incerteza do tipo A.

$$u_1 = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (2)$$

2. Avaliação tipo B (Equação 3) da incerteza padrão da grandeza de entrada. Obtida por outros meios, que não a análise estatística, e baseada nas informações disponíveis.

$$u_2 = \frac{E_m}{div} \quad (3)$$

Onde:

u_2 = A incerteza padrão do tipo B;

E_m = O erro máximo do instrumento medido;

div = Divisor aleatório.

O foco principal do Guia é quantificar o resultado de uma medição (mensurando) e sua incerteza-padrão combinada, com base nas várias grandezas de entrada a partir de um modelo de medição previamente estabelecido (Marcio, 2010). Para calcular a incerteza-padrão combinada do mensurando, representada por $u_{c(y)}$, quando as grandezas de entrada não estão correlacionadas, utiliza-se a Equação 4, obtida através do desenvolvimento da série de Taylor até a primeira ordem do modelo de medição *f* (Diniz; Alves; Perdigão, 2015).

$$u_{c(y)} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\partial y}{\partial x\,(i)}\,.u(xi)\right]^2 . \sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n}\frac{\partial y}{\partial x\,i}.\frac{\partial y}{\partial x\,j}.u(xi).u(xj).r(xi.xj)} \quad (4)$$

Onde $u_{c(y)}$ é a incerteza-padrão combinada; *u(xi)*, a incerteza de uma grandeza de influência; *xi∂y/∂xi*, é o coeficiente de sensibilidade da grandeza *xi* e *r(xixj)*, é o coeficiente de correlação *xi* e *xj* (Coral, 2018). Donatelli e Korath (2005) questionam o uso da incerteza-padrão combinada na avaliação de incertezas de medições que

respondam a modelos não lineares ou apresentem variáveis preponderantes não normais, afirmando que isso pode resultar em incertezas inadequadas.

No contexto de aplicações práticas, é imperativo apresentar uma medida que estabeleça um intervalo com maior probabilidade de abranger os dados de saída do modelo. De acordo com Donatelli e Konrath (2008), a medida adicional de incerteza que atende a esse requisito é referida como incerteza expandida, simbolizada por *U*.

A incerteza expandida *U* é definida como a grandeza que estabelece um intervalo em torno do resultado de uma medição, esperando-se que englobe uma grande fração da distribuição de valores que podem ser razoavelmente atribuídos ao mensurando (VIM, 2012). Incerpi (2008) aponta que essa fração pode ser interpretada como a probabilidade de abrangência ou nível de confiança do intervalo. Para obtê-la, multiplica-se a incerteza padrão combinada $u_{c(y)}$ por um fator de abrangência *k* (GUM, 2008).

$$U = k.u_{c(y)} \tag{5}$$

O Guia propõe também que os graus de liberdade efetivos V_{eff}, sejam calculados usando a fórmula de Welch-Satterthwaite (Equação 6) (Donatelli; Konrath, 2005). Os graus de liberdade efetivos são uma medida da incerteza de $u_{c(y)}$, e é um fator chave na determinação da abrangência *k* (Frenkel, 2006).

$$v_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^{n} Vre_i^{-1} \cdot \left(\frac{dy}{dx\,i}.u(xi)\right)^4} \tag{6}$$

Onde:

Vre = Graus de Liberdade;

$u_{c(y)}$ = Incerteza-padrão combinada;

xi = Grandeza de influência.

A utilização da Equação 6 requer uma abordagem cuidadosa, uma vez que essa fórmula apresenta limitações em sua aplicação para estimar os graus de

liberdade efetivos V_{eff}. Conforme ressaltado por Ballico (2000) e Liu (2005), todas as grandezas de entrada do modelo de medição (Equação 1) e suas incertezas padrão devem ser mutuamente independentes.

Com base no exposto acima, pode-se afirmar que o método de propagação de incerteza possui algumas limitações. O uso desse método na avaliação da incerteza de medições que respondam a modelos não lineares, ou apresentem grandezas de influência não normais dominantes, pode resultar em incertezas pouco realistas (Donatelli; Konrath, 2005).

2.2 Método de propagação de distribuições e Simulação de Monte Carlo

A abordagem proposta pelo Suplemento 1 do Guia (GUM-S1) baseia-se na lei de propagação de distribuições. Segundo Martins (2010), esta lei considera uma base probabilística generalizada para a avaliação da incerteza de medição, utilizando diretamente as Funções Densidade de Probabilidade (FDP) atribuídas às grandezas de entrada X_n ao invés do uso de suas estimativas *xi* e suas respectivas incertezas padrão *u(xi)*. Uma vez que a FDP das grandezas de entrada tenha sido atribuída, essa é propagada através da função de medição para gerar a FDP do mensurando *Y*. A Equação 7 ilustra a FDP $g_y(n)$ para a grandeza de saída *Y*.

$$g_y(n) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta\left(n - f(\xi_1, \ldots, \xi n)\right) g_{x_1}, \ldots, X_n(\xi_1, \ldots \xi n) d\xi_1 d\xi_n \qquad (7)$$

Em que δ denota a função delta de Dirac. Os valores possíveis das grandezas de entrada X_n são simbolizados por $g_{xi}(\xi i)$, logo, a FDP para a grandeza de entrada é simbolizada por g_{xi}. Enquanto os valores possíveis para esperança de *Y* e sua FDP são simbolizados por *n* e $g_y(n)$.

A Equação 7 é conhecida como fórmula de Markov, e uma generalização dessa fórmula pode ser obtida para mais de uma grandeza de saída. Segundo Martins (2010), devido à impossibilidade da solução analítica da fórmula de Markov, na maioria das funções de medição um procedimento numérico deve ser usado para solucionar

a Equação 7. Um dos métodos possíveis para solucionar essa fórmula é o método de Monte Carlo, também conhecido como Simulação de Monte Carlo (SMC).

Para a avaliação da incerteza de medição por meio da SMC, consiste em retirar *M* amostras da FDP conjunta g_{xi},..., X_n (*ξ1*, . . ., *ξn*) das grandezas de entrada X_n e propagar esses valores, através da função de medição, para produzir *M* amostras da grandeza de saída *Y* (Martins, 2010). Dessa forma, é construída uma FDP empírica ou amostral para *Y*, a qual representa uma estimativa da FDP do mensurando $g_y(n)$ (Marcio *et al.*, 2010).

Uma vez que a FDP da grandeza de saída está disponível, o resultado de medição é igual à sua esperança, sendo o desvio padrão dessa FDP a incerteza padrão associada ao resultado de medição (Pereira *et al.*, 2022). Para Cox e Harris (2006), o conhecimento da FDP do mensurando também pode fornecer um intervalo de abrangência associado a esse resultado de medição para uma dada probabilidade de abrangência.

Em resumo, a grandeza de saída na técnica de Monte Carlo é a resposta numérica prevista por um modelo matemático ou sistema físico, obtida através de simulações aleatórias e repetidas do modelo. Em outras palavras, é o resultado da execução de várias simulações do modelo, onde cada simulação é realizada com um conjunto diferente de valores aleatórios para as variáveis de entrada do modelo.

2.3 Validação do modelo

Segundo Oliveira e Aguiar (2009), para a comparação de resultados de incerteza calculados pelos métodos do ISO GUM e de Monte Carlo, recomenda-se, pelo JCGM 101, a utilização de um procedimento que leva em consideração o número de algarismos significativos presentes nos cálculos. O procedimento de comparação é baseado na seguinte premissa: determinar se os intervalos de abrangência obtidos pela lei de propagação de incerteza e SMC concordam com o grau estipulado de aproximação (Oliveira; Aguiar, 2009).

De acordo com o Suplemento 1 do Guia ou JCGM 101 (2008), o passo a passo para esta comparação consiste em:

1. Calcular a incerteza expandida de acordo com a metodologia do ISO GUM;

2. Aplicar os procedimentos de cálculo de incerteza segundo o método de Monte Carlo;
3. Determinar o número de algarismos significativos *n* que se deseja ter na incerteza padrão combinada, geralmente *n* = 1 ou *n* = 2;
4. Expressar o valor da incerteza padrão combinada pelo método do GUM como ($c \times 10^{-\bar{r}}$), onde *c* é um número com *n* algarismos inteiros e $\bar{r}$ um número inteiro;
5. Calcular a Equação 8 para determinar um valor crítico de diferenças entre as incertezas.

$$\delta = \frac{1}{2} 10^{-\bar{r}} \tag{8}$$

Posteriormente, compara-se as incertezas de acordo com as Equações 9 e 10.

$$d_{inf} = |\mu - U(y) - I_{inf}| \tag{9}$$

$$d_{sup} = |\mu + U(y) - I_{sup}| \tag{10}$$

Onde d_{inf} e d_{sup} representam as diferenças absolutas dos respectivos pontos finais dos dois intervalos de cobertura; μ é a estimativa da média obtida pelo método de Monte Carlo; *U* denota a incerteza expandida calculada pelo método ISO GUM para um determinado nível de confiança; I_{inf} e I_{sup} são os valores obtidos pelo método de Monte Carlo nos percentis correspondentes, com base no nível de confiança estipulado no cálculo pelo método ISO GUM (Oliveira; Aguiar, 2009).

Portanto, caso essa comparação seja favorável ($d_{inf} < \delta$ e $d_{sup} < \delta$), a metodologia do GUM pode ser usada nesta ocasião e em problemas futuros suficientemente semelhantes. Caso contrário, deve-se considerar o uso da Simulação de Monte Carlo ou de outra abordagem apropriada (JCGM 101, 2008).

3. METODOLOGIA

O presente trabalho classifica-se, quanto à sua natureza, como pesquisa aplicada, pois tem como objetivo produzir conhecimento voltado para a resolução de problemas específicos relacionados à metrologia. Quanto à abordagem, a pesquisa é qualitativa e quantitativa, fazendo uso de técnicas matemáticas para avaliar um modelo específico e fornecer dados quantitativos (Silva; Menezes, 2005). Ademais, incorpora uma revisão bibliográfica para estabelecer a fundamentação teórica, buscando embasamento na literatura para uma compreensão mais completa dos conceitos e abordagens relevantes ao contexto estudado.

A pesquisa é estruturada por meio de um estudo de caso, demonstrando a determinação das incertezas em um modelo de medição. De acordo com Yin (2004), o estudo de caso é um método de investigação que se caracteriza pela análise aprofundada de uma determinada realidade. Em relação aos estudos de caso, representam a estratégia preferida quando se colocam questões do tipo “como” e “por que”, quando o pesquisador tem pouco controle sobre os eventos e quando o foco se encontra em fenômenos contemporâneos inseridos em algum contexto da vida real (Deus; Vaccarro, 2009).

Quanto às ferramentas, emprega-se a *Uncertainty Machine* para conduzir a Simulação de Monte Carlo. A Uncertainty Machine (disponível em https://uncertainty.nist.gov/), é uma ferramenta desenvolvida em colaboração pelo governo dos Estados Unidos e pelo *National Institute of Standards and Technology* (*NIST*), codificada em linguagem R.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

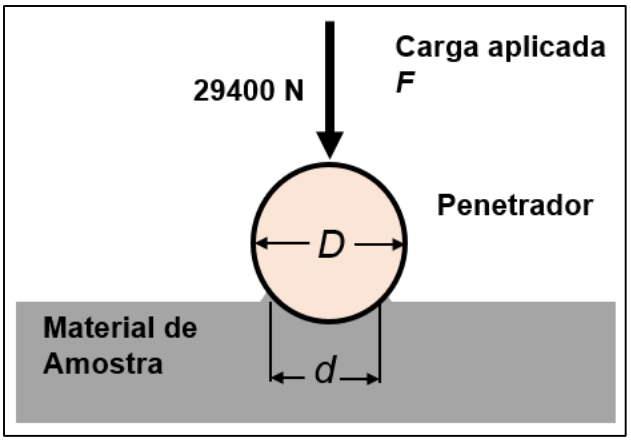
Para a aplicação da metodologia proposta pelo GUM e seu Suplemento, será apresentado um estudo de caso. No tópico 4.1, é abordado o estudo de caso relacionado à medição da dureza Brinell; no tópico 4.2, é aplicada a metodologia da Simulação de Monte Carlo (SMC) para avaliar a incerteza de medição; por fim, no

tópico 4.3, são realizados os cálculos das incertezas de medição pelo método proposto pelo GUM, seguido de sua avaliação.

4.1 Estudo de caso

O objetivo deste estudo consiste em avaliar a incerteza de medição associada à medição da dureza Brinell. A Figura 2 Ilustra a representação do teste de dureza Brinell.

Figura 2 – Teste de dureza Brinell



Fonte: Elaborado pelos autores (2024)

Conforme demonstrado na Figura 2, o teste é conduzido aplicando-se uma carga de 29400 N sobre uma esfera feita de material duro sobre a superfície da amostra. Durante o teste, a esfera penetra na amostra, deixando uma marca indentada após a descarga da carga. O diâmetro dessa marca é inversamente proporcional à dureza do material da amostra.

De acordo com o Guia ISO e o Suplemento 1 do Guia, para a avaliação da incerteza de medição, o procedimento inicial consiste em estabelecer a função de medição do sistema. Em seguida, realiza-se a avaliação da função metrológica das grandezas de entrada, que, neste caso, corresponde à dureza Brinell. Neste contexto, o modelo matemático para a medição da dureza Brinell *HB* (*Hardness Brinell*) é representado na Equação 11.

$$HB=\frac{0,204F}{\pi D\left(D-\sqrt{D^2-d^2}\right)} \quad (11)$$

Onde:

F = É o valor da carga aplicada em Newton (N);

D = O diâmetro do penetrador;

d = é o diâmetro da impressão.

4.2 Simulação de Monte Carlo

Conforme a metodologia descrita no Suplemento 1 (tópico 2.2) do Guia, a seleção das Funções de Densidade de Probabilidade (FDPs) mais apropriadas é necessária para cada componente das grandezas de entrada do modelo matemático.

O certificado da máquina de dureza, que aplicou a carga *F,* indica uma incerteza de 2%, com k = 2 e uma probabilidade de cobertura de 95%. A melhor distribuição a ser utilizada neste caso é uma distribuição normal (PDF gaussiana) com média de 29400 N e desvio padrão de U / k = (0,02 × 29400 N) / 2 = 294 N.

A esfera utilizada no diâmetro do penetrador *D* possui um certificado de medição para seu diâmetro com o valor de 10 mm. Sua incerteza expandida, conforme indicado no certificado, é de 0,01 mm, para k = 2 e uma probabilidade de cobertura de 95%. A distribuição adotada para este caso é uma distribuição gaussiana, com média de 10 mm e desvio padrão de U / k = 0,01 mm / 2 = 0,005 mm.

O diâmetro da impressão *d* indentada foi medido 5 vezes com o auxílio de um microscópio óptico e um micrômetro de estágio. O valor médio foi de 3 mm, com um desvio padrão de 0,079 mm. Assim, neste caso, uma distribuição normal (PDF gaussiana) com média de 3 mm e desvio padrão de 0,079 mm / 10 = 0,035 mm representaria melhor o diâmetro da marca.

A Tabela 1 apresenta as fontes de entrada e as Funções de Densidade de Probabilidade (FDPs) associadas com seus respectivos parâmetros para a estimativa da incerteza do teste de dureza Brinell.

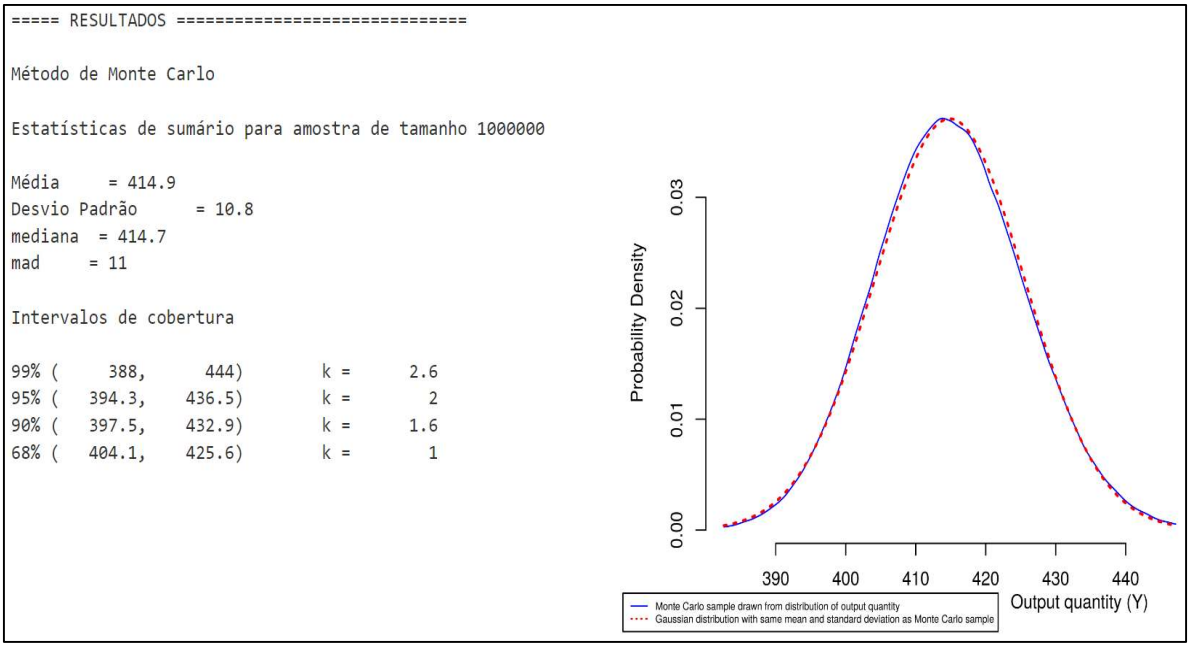
Tabela 1 – Parâmetros para a análise da incerteza de medição

Variáveis de entrada	Tipo de incerteza	PDF	Parâmetros das PDFs
Carga *(F)*	B	Gaussiana	Média: 29400N; Desvio Padrão: 294N
Diâmetro do penetrador *(D)*	B	Gaussiana	Média: 10 mm; Desvio Padrão: 0,005 mm
Diâmetro da impressão *(d)*	A	Gaussiana	Média: 3 mm; SD: 0,035 mm

Fonte: Elaborado pelos autores (2024)

A Simulação de Monte Carlo foi executada utilizando a *Uncertainty Machine* do NIST (*National Institute of Standards and Technology*) com base nos dados apresentados na Tabela 1. A Figura 2 demonstra a FDP assumida pelo mensurando após a simulação para as incertezas associadas ao processo de medição da dureza Brinell.

Figura 2 – Relatório de dispersão gerado para o teste de dureza Brinell



Fonte: Elaborado pelos autores (2024)

Ao analisar os resultados da simulação da Figura 2, percebe-se que o intervalo de cobertura ou nível de confiança de 95% (k = 2), para o limite inferior I_{pinf} e superior I_{psup}, foram de 436,5 HB e 394,3 HB, respectivamente. A simulação obteve como média 414,9 HB e desvio padrão de 10,8 HB. Como a FDP do mensurando é

aproximadamente simétrica, a incerteza expandida para esse caso pode ser obtida pela diferença entre os limites superior e inferior dividido por 2, resultando em 21 HB.

4.3 Validação do Método GUM

Para realizar a validação da metodologia tradicional, descrita no tópico 2.1, a Tabela 2 apresenta os resultados obtidos pelo método GUM. O número de graus de liberdade efetivos obtidos é 5, o que resulta em um fator de abrangência de 2,57, para uma probabilidade de cobertura de 95%.

Tabela 2 – Parâmetros obtidos pelo método GUM

Parâmetros	Valores
Incerteza combinada (*uc(y)*)	11 HB
Graus de liberdade Efetivos (*Veff*)	5
Fato de Abragência (*k*)	2,57
Incerteza Expandida (*U*)	28 HB

Fonte: Elaborado pelos autores (2024)

Com base nos resultados obtidos por meio da Simulação de Monte Carlo (SMC), conforme apresentado na Figura 2, e pelo método GUM, como demonstrado na Tabela 2, observa-se uma significativa discrepância nos valores das incertezas expandidas entre os métodos utilizados, apresentando uma diferença de 7 HB. Esta disparidade pode ser justificada pelo fato de que, no método ISO GUM, os valores das incertezas são mais elevados, uma vez que, em todos os casos analisados, o fator de abrangência *k* é superior a dois. Contudo, para a SMC, o fator de abrangência é igual a dois, contribuindo para valores menores de incertezas expandidas.

A Tabela 3 apresenta os parâmetros necessários para o cálculo da validação dos resultados.

Tabela 3 – Parâmetros obtidos para validação do método GUM

Incerteza Combinada *uc(y)*	*n*	*c*	Notação científica da Incerteza Combinanda *uc(y)*	$\bar{r}$	δ
11 HB	1	11	11 HB	0	0,5

Fonte: Elaborado pelos autores (2024)

A incerteza combinada $u_{c(y)}$, é de 11 HB, sendo os dois últimos dígitos considerados significativos. Assim, n = 2 e $u_{c(y)}$ pode ser escrita como 11×10^{-0} mm, sendo então c = 11e $\bar{r}$= 0. Com os parâmetros definidos, utiliza-se da Equação 8 para obter o resultado da tolerância numérica, então, δ = $1/2\times10^{-0}$ = 0,5 HB. A Tabela 4 demonstra o resultado de validação do método GUM.

Tabela 4 – Validação do método GUM

VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS						
linf e lsup para k = 2 - SMC	Incerteza Expandida (U) - GUM	Média Indicações (I) - SMC	*dinf*	*dsup*	δ	MÉTODO GUM VÁLIDO?
[394,3; 436,5]	28 HB	414,9 HB	7,4 HB	6,4 HB	0,5 HB	**NÃO**

Fonte: Elaborado pelos autores (2024)

Com base nos resultados da Tabela 4, conclui-se que as diferenças absolutas d_{inf} e d_{sup} são maiores que a tolerância de 0,5 HB. Isso implica que o método GUM não pode ser empregado para a estimar a incerteza relacionado a medição da dureza Brunella. Essa falta de validação sugere que, nas condições específicas do experimento, a abordagem do GUM pode não ser apropriada ou precisa o suficiente nesse ponto específico.

Considerando os dois métodos utilizados, o incentivo ao uso do método de Monte Carlo para a estimativa de incerteza é justificado. A SMC não exigiu a avaliação

de derivadas parciais, como comumente necessário no método GUM, e também eliminou a necessidade de calcular a fórmula de Welch-Satterthwaite.

5. CONCLUSÕES

Neste estudo, realizou-se uma análise abrangente dos dois métodos mais prevalentes na avaliação da incerteza de medição: o Guia ISO, fundamentado na aplicação da lei de propagação de incertezas, e o Suplemento 1 do Guia ISO, baseado na lei de propagação de distribuições através da Simulação de Monte Carlo (SMC). Para validação e exploração dos métodos, a metodologia de ambos foi aplicada em um ensaio de dureza Brinell.

O resultado da incerteza expandida pela Simulação de Monte Carlo utilizando a *Uncertainty Machine* apresentou valor de 21 HB. Enquanto que pelo método GUM apresentou valor de 28 HB. Vale destacar que o modelo matemático adotado para ambos os métodos é não linear, sendo assim os resultados gerados pelo método GUM podem estar inconsistentes ou imprecisos, devido ao método não ser eficiente em modelos dessa magnitude.

Com base nos resultados da validação, e possível apontar que a metodologia do GUM não foi validada para determinar as incertezas relacionas a medição da dureza Brinell. Logo, nota-se que, nas condições específicas do experimento e análise em questão, a abordagem do GUM pode não ser apropriada ou precisa o suficiente. Assim sendo, é possível inferir que o método GUM revela-se mais apropriado em cenários específicos, sujeito a certas restrições.

Em contrapartida, o método proposto pelo Suplemento 1 do Guia ISO exigiu menos hipóteses do que o método proposto pelo Guia ISSO. Logo sua aplicação foi menos restritiva. As principais vantagens da SMC foram: geração de uma PDF para o mensurando, a qual permitiu a determinação do intervalo de abrangência, desvio padrão e média.

Este trabalho deixa como contribuição um método que se destaca como uma alternativa mais sólida e eficaz para avaliar a incerteza de medição em sistemas, sejam eles lineares ou não. De forma simplificada e utilizando um simulador

conhecido. Este método permite determinar com precisão o valor da incerteza, assemelhando-se ao método padronizado pelo ISO GUM. Recomenda-se para desdobramentos futuros a utilização da mesma metodologia para determinar a incerteza de medição em processos similares de medição de dureza Brinell, em conjunto com o *Uncertainty Machine* para a Simulação de Monte Carlo.

REFERÊNCIAS

BALLICO, M. Limitations of the Welch-Satterthwaite approximation for measurement uncertainty calculations. **Metrologia**, v. 37, n. 1, p. 61–64, 2000.

COX, M.; HARRIS, P. The GUM and its planned supplemental guides. **Accreditation and quality assurance**, v. 8, n. 7–8, p. 375–379, 2003.

CORAL, R. Propagação de Incertezas de Medição através de Redes Neurais Artificiais utilizando o Método de Monte Carlo. **Revista Eletrônica Técnico Científica do IFSC**, v.2, n. 1, p. 70-76, 2018.

DE DEUS, A. D.; VACCARO, G. L. R. Uma abordagem para implementação de qualidade assegurada no fornecimento, baseada em análise de capacidade: um estudo de caso em uma empresa do setor automotivo. **Revista produção online**, v. 9, n. 4, 2009.

DINIZ, A. C. G.; ALVES, T. C.; PERDIGÃO, F. L. Quantificação de incertezas em experimento simples de vibrações. **Revista Interdisciplinar de Pesquisa em Engenharia**, v. 1, n. 1, p. 1-25, 2015.

DONATELLI, G. D.; KONRATH, A. C. Simulação de Monte Carlo na avaliação de incertezas de medição. **Revista de Ciência & Tecnologia**. v. 13, n. 25, p. 5-15, 2005.

FRENKEL, R. B. Statistical background to the ISO guide to the expression of uncertainty in measurement. **Technology transfer series monograph, National Measurement Institute of Australia**, 2006.

GONÇALVES, D. R. R.; PEIXOTO, R. A. F. Beneficiamento de escórias na aciaria: Um estudo da viabilidade econômica da utilização dos produtos na siderurgia e na construção civil. **Revista ABM - Metalurgia, Materiais e Mineração**, v. 71, n. 4, p. 506–510, 2015.

GUM – **Guia para Expressão de Incertezas de Medições**. Avaliação de dados de medição. 2008.

INMETRO – Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia. **A estimativa da incerteza de medição pelos métodos do ISO GUM 95 e de simulação de Monte Carlo**. 2008.

INCERPI, P.H. **Incerteza de medição – método proposto para a análise da conformidade do produto**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção). Universidade Federal de Itajubá, Itajubá. 2008.

JCGM 101 – Joint Committee for Guides in Metrology. Supplement 1 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” – **Propagation of distributions using a Monte Carlo method**. 2008.

LANDGRAF, W. R.; STEMPNIAK, C. R. Simulação de Monte Carlo e ferramentas para avaliação da incerteza de medição. In: **Congresso Latino Americano de Metrologia**. 2004.

LIU, Z. Higher order corrections to the Welch–Satterthwaite formula. **Metrologia**, v. 42, n. 5, p. 449–457, 2005.

MARTINS, M. A. F. et al. Comparação entre os métodos linear e não linear para a avaliação da incerteza de medição. **Controle & Automação**, v. 21, n. 6, p. 557–576, 2010.

MARTINS, M. A. F. **Contribuições Para a Avaliação da Incerteza de Medição No Regime Estacionário**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Industrial). Universidade Federal da Bahia, Salvador. 2010.

OLIVEIRA, E. C. DE; AGUIAR, P. F. DE. Validação da metodologia da avaliação de incerteza em curvas de calibração melhor ajustadas por polinômios de segundo grau. **Quimica nova**, v. 32, n. 6, p. 1571–1575, 2009.

PEREIRA, G. N. D. et al. Analysis of the economic viability of organic production system of ornamental pineapple plants for cut stems. **Ornamental Horticulture**, v. 28, n. 1, p. 99–109, 2022.

RIECHI, J. L.; TORMOS, B.; HILLEBRAND, M. V. J. Otimização dos custos de frota urbana com uso de modelo combinado de life cycle cost e simulação de Monte Carlo. **Revista produção online**, v. 17, n. 2, p. 667–691, 2017.

VIM – Vocabulário Internacional de Metrologia. **Conceitos fundamentais e gerais e termos associados**. 2012.

YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. Porto Alegre: Bookman, 2ª edição, 2001.