REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/03/2026 - **Accepted:** 18/05/2026
Vol: 13.10
DOI: 10.66104/xf7nd968
Pages: 1-21

MODELAGEM MATEMÁTICA DE FENÔMENOS DINÂMICOS: CONTRIBUIÇÕES DO CÁLCULO DIFERENCIAL PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA E FÍSICA

MATHEMATICAL MODELING OF DYNAMIC PHENOMENA: CONTRIBUTIONS OF DIFFERENTIAL CALCULUS TO THE TEACHING OF MATHEMATICS AND PHYSICS

MODELIZACIÓN MATEMÁTICA DE FENÓMENOS DINÁMICOS: CONTRIBUCIONES DEL CÁLCULO DIFERENCIAL PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS Y LA FÍSICA

Francisco Arlon de Oliveira Chaves
Mestre, IFPI, Brasil
E-mail: arlonoliv@hotmail.com

Francisca das Chagas Oliveira
Doutoranda, UFCG ,Brasil
E-mail: engenheira.franoliv@gmail.com

Evandro de Carvalho Ribeiro
Mestre ,UnB, Brasil
E-mail: eng.prof.evandro@gmail.com

Eugenia Maria dos Santos Cordeiro
Especialista ,UESPI, Brasil
E-mail: emscordeiro81@gmail.com

Andreson de França Almeida
Especialista, UNIBF, Brasil
E-mail: andresonalmeida@ifpi.edu.br

Gilvan Moreira da Paz
Doutor, IFPI, Brasil
E-mail: gilvan@ifpi.edu.br

Resumo:

O presente artigo analisa os fundamentos do cálculo diferencial e suas aplicações em problemas centrais da Física Clássica, com ênfase na cinemática e na mecânica ondulatória. Partindo da definição rigorosa de derivada como limite do quociente diferencial, conforme formalizado por Cauchy e Weierstrass no século XIX, o trabalho desenvolve as regras operatórias de diferenciação, discute a interpretação geométrica e

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/03/2026 - **Accepted:** 18/05/2026
Vol: 13.10
DOI: 10.66104/xf7nd968
Pages: 1-21

física da derivada e demonstra analiticamente as equações de movimento uniformemente variado. Em seguida, aplica-se o operador diferencial à equação de onda progressiva senoidal, deduzindo as expressões para velocidade instantânea e aceleração instantânea de um ponto do meio vibrante. O tratamento matemático evidencia que a velocidade de fase de uma onda mecânica transversal em uma corda sob tensão é determinada, simultaneamente, pela propriedade elástica (tensão T) e pela propriedade inercial (massa linear μ), resultando na expressão $v = \sqrt{(T/\mu)}$, confirmada pelo método dimensional. A metodologia adotada é de natureza analítico-dedutiva, recorrendo ao aparato formal do cálculo diferencial e à notação de Leibniz. Os resultados demonstram que a diferenciação constitui ferramenta indispensável para a modelagem precisa de fenômenos físicos dinâmicos, superando as limitações das abordagens algébricas elementares.
Palavras-chave: Cálculo Diferencial. Derivada. Mecânica Ondulatória. Física Clássica. Cinemática.

Abstract:

This article examines the foundations of differential calculus and its applications to central problems in Classical Physics, with emphasis on kinematics and wave mechanics. Beginning from the rigorous limit-based definition of the derivative, as formalised by Cauchy and Weierstrass in the nineteenth century, the work develops the operational rules of differentiation, discusses the geometric and physical interpretation of the derivative, and analytically demonstrates the equations of uniformly accelerated motion. Subsequently, the differential operator is applied to the sinusoidal progressive wave equation, yielding explicit expressions for the instantaneous velocity and acceleration of a point in the vibrating medium. The mathematical treatment shows that the phase velocity of a transverse mechanical wave on a tensioned string is governed jointly by the elastic property (tension T) and the inertial property (linear mass density μ), producing the expression $v = \sqrt{(T/\mu)}$, which is confirmed by dimensional analysis. The methodology is analytical-deductive, employing the formal apparatus of differential calculus and Leibniz notation. Results demonstrate that differentiation constitutes an indispensable tool for the precise modelling of dynamic physical phenomena, transcending the limitations of elementary algebraic approaches.
Keywords: Differential Calculus. Derivative. Wave Mechanics. Classical Physics. Kinematics.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/03/2026 - **Accepted:** 18/05/2026
Vol: 13.10
DOI: 10.66104/xf7nd968
Pages: 1-21

Resumen:

El presente artículo analiza los fundamentos del cálculo diferencial y sus aplicaciones en problemas centrales de la Física Clásica, con énfasis en la cinemática y la mecánica ondulatoria. Partiendo de la definición rigurosa de derivada como límite del cociente diferencial, conforme formalizada por Cauchy y Weierstrass en el siglo XIX, el trabajo desarrolla las reglas operativas de diferenciación, discute la interpretación geométrica y física de la derivada y demuestra analíticamente las ecuaciones del movimiento uniformemente variado. Posteriormente, se aplica el operador diferencial a la ecuación de onda progresiva senoidal, deduciendo las expresiones para la velocidad instantánea y la aceleración instantánea de un punto del medio vibrante. El tratamiento matemático evidencia que la velocidad de fase de una onda mecánica transversal en una cuerda sometida a tensión está determinada simultáneamente por la propiedad elástica (tensión T) y la propiedad inercial (masa lineal μ), resultando en la expresión $v = \sqrt{(T/\mu)}$, confirmada mediante el análisis dimensional. La metodología adoptada es de naturaleza analítico-deductiva, recurriendo al aparato formal del cálculo diferencial y a la notación de Leibniz. Los resultados demuestran que la diferenciación constituye una herramienta indispensable para la modelización precisa de fenómenos físicos dinámicos, superando las limitaciones de los enfoques algebraicos elementales.

Palabras clave: Cálculo Diferencial; Derivada; Mecánica Ondulatoria; Física Clásica; Cinemática.

1 INTRODUÇÃO

O cálculo diferencial e integral constitui um dos principais fundamentos da Matemática aplicada às Ciências Naturais, Engenharias e tecnologias contemporâneas. Desenvolvido independentemente por Isaac Newton (1643–1727) e Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716), no final do século XVII, o cálculo emergiu da necessidade de formalizar matematicamente problemas relacionados às taxas instantâneas de variação, ao movimento dos corpos e à determinação de tangentes e áreas sob curvas (STEWART; CLEGG; WATSON, 2020). Posteriormente, durante o século XIX, os trabalhos de Augustin-Louis Cauchy e Karl Weierstrass estabeleceram o rigor lógico do conceito de limite e consolidaram a estrutura formal

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/03/2026 - **Accepted:** 18/05/2026
Vol: 13.10
DOI: 10.66104/xf7nd968
Pages: 1-21

da derivada, permitindo a expansão do cálculo para praticamente todos os campos das ciências exatas.

No âmbito da Física Clássica, a derivada assume papel central na modelagem de fenômenos dinâmicos. A velocidade instantânea corresponde à derivada temporal da posição, enquanto a aceleração representa a derivada da velocidade ou, equivalentemente, a derivada segunda da posição em relação ao tempo. Tal formalismo transcende o aspecto puramente algébrico, pois permite descrever matematicamente processos contínuos de transformação, constituindo a linguagem fundamental das leis de Newton e da mecânica clássica (YOUNG; FREEDMAN, 2023).

Apesar da relevância histórica e científica do cálculo diferencial, observa-se que, em muitos contextos educacionais, o ensino da derivada ainda ocorre de forma excessivamente mecanizada e fragmentada. Frequentemente, procedimentos operatórios de diferenciação são apresentados de maneira descontextualizada, dissociados de interpretações físicas, geométricas e fenomenológicas. Em consequência, muitos estudantes passam a compreender a derivada apenas como um algoritmo algébrico, sem perceber seu significado como taxa instantânea de variação e como instrumento de modelagem matemática de fenômenos reais.

No ensino de Física, essa fragmentação também se manifesta quando equações cinemáticas e ondulatórias são introduzidas como fórmulas prontas, sem explicitação de sua origem diferencial. Equações fundamentais do Movimento Uniformemente Variado (MUV), por exemplo, frequentemente são tratadas apenas como relações operacionais, sem que se evidencie sua dedução a partir das definições de velocidade e aceleração. Situação semelhante ocorre na mecânica ondulatória, em que a distinção entre velocidade transversal de oscilação e velocidade de propagação da onda nem sempre é adequadamente discutida sob o ponto de vista matemático e físico.

Diante desse cenário, identifica-se uma lacuna teórico-pedagógica relacionada à necessidade de abordagens integradas entre Matemática e Física que evidenciem o papel estruturante do cálculo diferencial na interpretação de fenômenos dinâmicos. Assim, o presente trabalho não pretende propor inovação matemática

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/03/2026 - **Accepted:** 18/05/2026
Vol: 13.10
DOI: 10.66104/xf7nd968
Pages: 1-21

sobre resultados já consolidados da Física Clássica, mas realizar uma sistematização teórico-didática capaz de articular rigor matemático, interpretação física e potencial pedagógico em torno do conceito de derivada.

Nesse contexto, o objetivo central deste artigo consiste em analisar os fundamentos do cálculo diferencial e demonstrar suas aplicações na modelagem matemática de fenômenos dinâmicos da Física Clássica, com ênfase na cinemática e na mecânica ondulatória. Busca-se evidenciar como conceitos fundamentais, tais como velocidade instantânea, aceleração, movimento harmônico e propagação de ondas, emergem naturalmente das operações diferenciais e das relações de taxa de variação.

Além da formalização matemática, o trabalho procura discutir implicações pedagógicas associadas ao ensino integrado de cálculo e Física, defendendo que a articulação entre representações algébricas, interpretações geométricas e fenômenos físicos pode favorecer uma compreensão conceitual mais significativa da derivada e de suas aplicações. Nessa perspectiva, o artigo posiciona-se como um ensaio teórico-analítico de caráter didático, voltado à aproximação entre o formalismo matemático e a interpretação física dos fenômenos.

Para atingir tais objetivos, o manuscrito organiza-se da seguinte forma: a Seção 2 apresenta a fundamentação teórica, abordando o conceito de limite, a definição formal de derivada, as principais regras de diferenciação e suas interpretações físicas; a Seção 3 descreve os procedimentos metodológicos adotados; a Seção 4 desenvolve as aplicações analíticas relacionadas à cinemática e à mecânica ondulatória, acompanhadas de discussões conceituais e pedagógicas; e, por fim, a Seção 5 apresenta as conclusões do estudo.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 O Conceito de Limite e a Definição Formal de Derivada

A noção de derivada fundamenta-se no conceito de limite. Seja $f : D \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função real de variável real e seja $x_0 \in D$ um ponto de acumulação do domínio.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/03/2026 - **Accepted:** 18/05/2026
Vol: 13.10
DOI: 10.66104/xf7nd968
Pages: 1-21

Define-se o limite de f(x) quando x tende a x_0 como o número real L, denotado por $lim(x \to x_0)\, f(x) = L$, tal que para todo ε > 0 existe δ > 0 satisfazendo:

$$0 < |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon. (LIMA, 2016)$$

Com base nessa definição, a derivada de f em x_0 é definida como o limite do quociente diferencial:

$$f'(x_0) = lim(\Delta x \to 0)\, [f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)] / \Delta x \quad (1)$$

Desde que tal limite exista e seja finito (KREYSZIG, 2011). Quando existe, diz-se que f é diferenciável em x_0. Geometricamente, $f'(x_0)$ representa o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico de f no ponto $(x_0, f(x_0))$, constituindo a taxa instantânea de variação de f em relação à variável independente x (STEWART, 2016, p. 145).

A notação leibniziana dy/dx preferível em contextos físicos por evidenciar as unidades das grandezas envolvidas é equivalente a f'(x) e remete diretamente ao quociente de diferenciais $dy\ e\ dx$. Para funções de múltiplas variáveis, utiliza-se a derivada parcial, denotada por $\partial f/\partial x$, em que as demais variáveis são tratadas como constantes durante o processo de diferenciação (FLEMMING; GONÇALVES, 2007).

2.2 Regras Operatórias de Diferenciação

O cálculo efetivo de derivadas é viabilizado por um conjunto de regras algébricas demonstráveis a partir da definição (1). Seja n ∈ ℝ, c ∈ ℝ constante, e sejam f e g funções diferenciáveis em x. As principais regras são (THOMAS et al., 2012, p. 168–195):

(i) Regra da potência:

$$d/dx\ (x^n) = n \cdot x^{n-1}$$

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/03/2026 - **Accepted:** 18/05/2026
Vol: 13.10
DOI: 10.66104/xf7nd968
Pages: 1-21

(ii) Linearidade:

$$d/dx\,[c \cdot f(x) \pm g(x)] = c \cdot f'(x) \pm g'(x)$$

(iii) Regra do produto:

$$d/dx\,[f(x) \cdot g(x)] = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

(iv) Regra do quociente:

$$d/dx\,[f(x)/g(x)] = [f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)] \,/\, [g(x)]^2, \qquad g(x) \neq 0$$

(v) Regra da cadeia:

$$d/dx\,[f(g(x))] = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

(vi) Funções trigonométricas:

$$d/dx\,[sen(x)] = cos(x); \quad d/dx\,[cos(x)] = -sen(x)$$

As regras acima são suficientes para diferenciar a vasta maioria das funções elementares encontradas na Física Clássica. As demonstrações rigorosas de cada uma delas podem ser encontradas em Leithold (1994) e em Lima (2016).

2.3 Interpretação Física da Derivada: Cinemática do Ponto Material

Seja a posição de um ponto material ao longo de um eixo de referência descrita por uma função contínua e diferenciável s = s(t), em que t representa o tempo (em segundos) e s o deslocamento (em metros). Aplicando a definição (1):

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/03/2026 - **Accepted:** 18/05/2026
Vol: 13.10
DOI: 10.66104/xf7nd968
Pages: 1-21

$$v(t) = ds/dt = lim(\Delta t \to 0)\,[s(t + \Delta t) - s(t)] / \Delta t \quad (2)$$

obtém-se a velocidade instantânea v(t) (m/s), que representa a taxa de variação do deslocamento em relação ao tempo. A aceleração instantânea a(t) é, por definição, a derivada primeira da velocidade ou a derivada segunda do deslocamento:

$$a(t) = dv/dt = d^2s/dt^2 \quad (3)$$

No Movimento Uniformemente Variado (MUV), em que a aceleração a é constante, a integração das equações (2) e (3) conduz às equações horárias:

$$s(t) = s_0 + v_0 \cdot t + (1/2) \cdot a \cdot t^2 \quad (4)$$

$$v(t) = v_0 + a \cdot t \quad (5)$$

Onde s_0 e v_0 são, respectivamente a posição e a velocidade iniciais (TIPLER; MOSCA, 2014, p. 42). Estas equações, frequentemente apresentadas de modo axiomático no Ensino Médio, são, na realidade, consequências diretas das operações de derivação e integração sobre a função aceleração constante, conforme demonstrado na Seção 4.

2.4 Ondas Mecânicas Progressivas: Equação Geral e Parâmetros

Uma onda mecânica progressiva transversal senoidal propagando-se ao longo do eixo x positivo pode ser descrita pela função:

$$y(x,t) = A \cdot sen(kx - \omega t + \varphi) \quad (6)$$

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/03/2026 - **Accepted:** 18/05/2026
Vol: 13.10
DOI: 10.66104/xf7nd968
Pages: 1-21

em que:

- A = amplitude da onda (m):

deslocamento máximo em relação à posição de equilíbrio;

- k = número de onda (rad/m):

k = 2π/λ, sendo λ o comprimento de onda;

- ω = frequência angular (rad/s):

ω = 2πf, sendo f a frequência;

- φ = fase inicial (rad).

A velocidade de fase velocidade de propagação do perfil de onda é dada por (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2021, p. 410):

$$v = \omega/k = \lambda \cdot f \quad (7)$$

Tratando-se de uma onda em uma corda idealizada (homogênea, de comprimento L, sob tensão T e massa linear μ = m/L), a velocidade de fase é determinada pelas propriedades do meio, resultando em (NUSSENZVEIG, 2014, p. 161):

$$v = \sqrt{(T/\mu)} \quad (8)$$

A equação (8) pode ser verificada por análise dimensional: [T] = N = kg·m·s⁻²; [μ] = kg·m⁻¹; portanto [T/μ] = m²·s⁻², e √(T/μ) = m·s⁻¹, consistente com unidade de velocidade.

3 METODOLOGIA

O presente estudo caracteriza-se como um ensaio teórico-analítico, fundamentado em revisão narrativa da literatura e desenvolvido a partir do método dedutivo. Diferentemente de uma revisão sistemática, o trabalho não busca estabelecer protocolo estatístico de seleção bibliográfica ou meta-análise quantitativa de resultados, mas realizar uma articulação conceitual entre fundamentos do cálculo diferencial e aplicações clássicas da

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/03/2026 - **Accepted:** 18/05/2026
Vol: 13.10
DOI: 10.66104/xf7nd968
Pages: 1-21

Física, com ênfase em implicações didáticas relacionadas ao ensino de Matemática e Física.

A pesquisa foi desenvolvida mediante levantamento e análise de obras clássicas e contemporâneas das áreas de Cálculo Diferencial, Física Geral, Mecânica Ondulatória, Educação Matemática e Ensino de Física. Foram consultados livros-texto universitários, artigos científicos indexados e produções acadêmicas publicadas entre 2003 e 2024, selecionadas em função de sua relevância teórica e de sua contribuição para a compreensão das relações entre derivada, modelagem matemática e interpretação física de fenômenos dinâmicos.

A seleção bibliográfica priorizou autores reconhecidos internacionalmente na área do cálculo e da física matemática, como Stewart, Thomas, Kreyszig, Halliday, Resnick, Walker, Young e Freedman, bem como trabalhos voltados ao ensino de Matemática e Física, especialmente aqueles relacionados às dificuldades conceituais envolvendo taxa de variação, interpretação de derivadas e integração entre representações matemáticas e fenômenos físicos. Nesse contexto, também foram incorporadas discussões associadas à modelagem matemática, à transposição didática e às dificuldades epistemológicas frequentemente observadas na aprendizagem do cálculo diferencial.

Do ponto de vista analítico, o estudo desenvolveu deduções matemáticas fundamentadas no formalismo clássico do cálculo diferencial, utilizando predominantemente a notação de Leibniz, particularmente adequada para a interpretação de taxas de variação relacionadas. As equações cinemáticas e ondulatórias foram obtidas por meio de operações de derivação, integração e derivadas parciais, enfatizando-se a interpretação física das grandezas envolvidas e a consistência lógica entre os modelos matemáticos e os fenômenos analisados.

A investigação foi estruturada em três etapas principais. Na primeira, realizou-se a revisão e sistematização dos fundamentos teóricos relacionados ao conceito de limite, derivada e suas interpretações geométricas e físicas. Na segunda etapa, desenvolveram-se as deduções analíticas aplicadas à cinemática do movimento uniformemente variado e à mecânica ondulatória, evidenciando a relação entre operações diferenciais e modelagem de fenômenos dinâmicos. Por fim, na terceira etapa, procedeu-se à análise dimensional e à verificação de consistência física das expressões obtidas, utilizando o Sistema Internacional de Unidades (SI) como referência para validação das grandezas envolvidas.

Por tratar-se de um estudo de natureza teórica, não foram utilizados dados empíricos primários, experimentos laboratoriais ou instrumentos de coleta quantitativa. Assim, as

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/03/2026 - **Accepted:** 18/05/2026
Vol: 13.10
DOI: 10.66104/xf7nd968
Pages: 1-21

discussões pedagógicas apresentadas ao longo do texto possuem caráter analítico e interpretativo, buscando indicar possibilidades de integração entre Matemática e Física no ensino da derivada e de fenômenos dinâmicos. Dessa forma, as conclusões do estudo devem ser compreendidas como proposições teórico-didáticas, cuja validação educacional depende de investigações empíricas futuras desenvolvidas em contextos reais de ensino-aprendizagem.

3.1 Revisão Bibliográfica e Seleção de Fontes

A primeira etapa consistiu na análise exaustiva de obras de referência internacional e artigos científicos indexados (2015–2024). Foram selecionados textos que apresentam a fundamentação rigorosa do cálculo, como Stewart, Clegg e Watson (2020) e Thomas et al. (2023), integrando-os às aplicações clássicas e contemporâneas da física encontradas em Halliday, Resnick e Walker (2022) e Young e Freedman (2023). A seleção priorizou fontes que utilizam o formalismo de Cauchy e Weierstrass, garantindo que a transição entre a abstração matemática e o fenômeno físico ocorresse sob o rigor do conceito moderno de limite.

3.2 Desenvolvimento Analítico e Formalismo Matemático

A etapa central compreende o desenvolvimento dedutivo das equações governantes da cinemática e da mecânica ondulatória. Utilizou-se o aparato do cálculo diferencial sob a notação de Leibniz, considerada superior para a análise de taxas de variação relacionadas (MORIN, 2022). O procedimento metodológico seguiu os seguintes passos:

- Definição dos operadores diferenciais aplicados a vetores posição e funções de onda.
- Expansão de funções multivariáveis por meio de derivadas parciais para o tratamento de ondas progressivas.
- Aplicação do Teorema Fundamental do Cálculo para a validação das relações de continuidade entre aceleração, velocidade e deslocamento.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/03/2026 - **Accepted:** 18/05/2026
Vol: 13.10
DOI: 10.66104/xf7nd968
Pages: 1-21

Cada etapa da derivação foi numerada e justificada logicamente, superando abordagens puramente algébricas e enfatizando a natureza infinitesimal das variações físicas.

3.3 Validação por Análise Dimensional e Consistência Teórica

Todas as expressões analíticas derivadas foram submetidas ao crivo da análise dimensional, método fundamental para assegurar a consistência das grandezas físicas (THORNTON; MARION, 2021). Utilizou-se o Sistema Internacional de Unidades (SI) para a normalização dos resultados. Adicionalmente, realizou-se uma verificação de limites (análise assintótica) para garantir que as soluções derivadas convergissem para casos conhecidos sob condições específicas de contorno.

Por tratar-se de uma modelagem matemática de fenômenos consagrados, a pesquisa prescinde de dados empíricos primários, focando-se na precisão do modelo teórico. Os exemplos numéricos incluídos na Seção 4 possuem função pedagógica e ilustrativa, visando converter a abstração diferencial em métricas interpretáveis no domínio da engenharia e das ciências aplicadas.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Dedução das Equações Cinemáticas do MUV via Cálculo Diferencial

Considere um ponto material com aceleração constante a(t) = a_0 (m/s²). Integrando a equação (3) em relação a t:

$$v(t) = \int a_0 \, dt = a_0 \cdot t + C_1 \quad (9)$$

A constante de integração C_1 é determinada pela condição inicial v(t = 0) = v_0, de onde C_1 = v_0. Portanto:

$$v(t) = v_0 + a_0 \cdot t \quad (10)$$

Integrando novamente:

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/03/2026 - **Accepted:** 18/05/2026
Vol: 13.10
DOI: 10.66104/xf7nd968
Pages: 1-21

$$s(t) = \int v(t)\,dt = \int (v_0 + a_0 \cdot t)\,dt = v_0 \cdot t + (1/2) \cdot a_0 \cdot t^2 + C_2 \quad (11)$$

A condição inicial s(t = 0) = s_0 fornece C_2 = s_0, recuperando a equação (4). A equação da dinâmica clássica $v^2 = v_0^2 + 2a_0 \cdot \Delta s$ é obtida eliminando t entre (10) e (11):

$$v^2 = (v_0 + a_0 \cdot t)^2 = v_0^2 + 2v_0 \cdot a_0 \cdot t + a_0^2 \cdot t^2 \implies v^2 = v_0^2 + 2a_0 \cdot (s - s_0) \quad (12)$$

Esse resultado evidencia que as equações do MUV não são postulados independentes, mas consequências formais da definição de derivada aplicada a uma aceleração constante. A capacidade do cálculo de unificar essas relações cinemáticas constitui, por si só, uma justificativa robusta para sua introdução sistemática no ensino de Física (REZENDE, 2003; SOUZA; PATARO, 2020, p. 65).

4.2 Velocidade Transversal e Aceleração Transversal de um Ponto do Meio Vibrante

Seja a onda dada por (6) com φ = 0: y(x, t) = A·sen(kx − ωt). Para um dado ponto de abscissa x = x_0 fixado, a posição transversal é função apenas do tempo: y(t) = A·sen(kx_0 − ωt). Derivando em relação a t (mantendo x_0 constante, operação que corresponde à derivada parcial ∂y/∂t):

$$v_t(t) = \partial y/\partial t = -A\omega \cdot cos(kx_0 - \omega t) \quad (13)$$

Observa-se que a velocidade transversal máxima também chamada de velocidade de oscilação é v_{max} = Aω. Esse resultado distingue-se fundamentalmente da velocidade de fase v = ω/k: enquanto está descreve a velocidade de propagação do perfil da onda, aquela caracteriza a velocidade de oscilação transversal de cada ponto do meio (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2021, p. 412).

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/03/2026 - **Accepted:** 18/05/2026
Vol: 13.10
DOI: 10.66104/xf7nd968
Pages: 1-21

A aceleração transversal é obtida diferenciando (13) em relação a t:

$$a_t(t) = \partial^2 y/\partial t^2 = -A\omega^2 \cdot sen(kx_0 - \omega t) = -\omega^2 \cdot y(x_0, t) \quad (14)$$

A equação (14) revela que a aceleração transversal é proporcional e oposta ao deslocamento transversal característica fundamental do Movimento Harmônico Simples (MHS). Isso demonstra que cada ponto do meio executa um MHS com frequência angular ω, amplitude A e fase inicial kx_0 (TIPLER; MOSCA, 2014, p. 476).

4.3 Aplicação Numérica - Movimento Ondulatório

A fim de consolidar os resultados, considera-se um problema-tipo envolvendo a equação geral de onda. Seja um ponto material que se desloca sobre um segmento de reta obedecendo à equação horária s(t) = sen(t) (unidades SI). Determine: (a) a velocidade instantânea no instante t = π/4 s; (b) a aceleração instantânea no instante t = π/6 s.

Esse enunciado modela um ponto do meio que executa MHS com amplitude A = 1 m e frequência angular ω = 1 rad/s (k = 0, ou seja, analisa-se a dependência temporal em $x_0 = 0$).

Resolução - item (a):

Aplicando a regra de derivação de funções trigonométricas (item vi da Seção 2.2):

$$v(t) = s'(t) = d/dt\,[sen(t)] = cos(t) \quad (15)$$

Substituindo t = π/4 s:

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/03/2026 - **Accepted:** 18/05/2026
Vol: 13.10
DOI: 10.66104/xf7nd968
Pages: 1-21

$$v(\pi/4) = cos(\pi/4) = \sqrt{2}/2 \approx 0{,}707\ m/s \quad (16)$$

Resolução - item (b):

$$a(t) = v'(t) = d/dt\ [cos(t)] = -sen(t) \quad (17)$$

Substituindo t = π/6 s:

$$a(\pi/6) = -sen(\pi/6) = -1/2 = -0{,}500\ m/s^2 \quad (18)$$

Os resultados (16) e (18) são coerentes com o comportamento esperado do MHS: no instante t = π/4 s, o ponto encontra-se na fase em que a velocidade é positiva e decrescente; no instante t = π/6 s, a aceleração negativa indica que o ponto está se deslocando na direção contrária ao deslocamento positivo, em direção à posição de equilíbrio. Ambos os valores são confirmados pelas relações gerais da equação (13) e (14) com ω = 1 rad/s e A = 1 m.

4.4 Implicações Didáticas do Cálculo Diferencial no Ensino de Matemática e Física

Os resultados analíticos apresentados nas seções anteriores evidenciam que grande parte das equações tradicionalmente utilizadas na Física Clássica decorre diretamente das operações fundamentais do cálculo diferencial e integral. Sob essa perspectiva, a derivada deixa de ser compreendida apenas como procedimento algorítmico e passa a assumir o papel de linguagem matemática capaz de interpretar fenômenos físicos associados a variações contínuas no espaço e no tempo.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/03/2026 - **Accepted:** 18/05/2026
Vol: 13.10
DOI: 10.66104/xf7nd968
Pages: 1-21

Do ponto de vista educacional, essa articulação entre Matemática e Física possui relevância significativa, sobretudo porque dificuldades recorrentes observadas na aprendizagem da derivada frequentemente decorrem da dissociação entre formalismo matemático e significado físico. Muitos estudantes conseguem aplicar regras operatórias de diferenciação, mas apresentam limitações na interpretação conceitual da derivada como taxa instantânea de variação, inclinação da reta tangente ou mecanismo de modelagem de fenômenos reais (REZENDE, 2003).

Nesse contexto, a abordagem integrada proposta neste trabalho busca favorecer uma compreensão mais ampla do cálculo diferencial ao relacionar definições formais, representações gráficas e aplicações físicas concretas. A dedução das equações do Movimento Uniformemente Variado a partir das definições de velocidade e aceleração, por exemplo, permite ao estudante perceber que as expressões cinemáticas não constituem fórmulas arbitrárias, mas consequências matematicamente estruturadas das operações diferenciais.

Situação semelhante ocorre na mecânica ondulatória. A diferenciação parcial aplicada à equação de onda progressiva possibilita compreender que a velocidade transversal de oscilação e a velocidade de propagação da onda representam grandezas fisicamente distintas, embora frequentemente confundidas em contextos escolares. Essa diferenciação conceitual tende a fortalecer a interpretação física dos fenômenos ondulatórios e reduzir dificuldades associadas à compreensão do Movimento Harmônico Simples e da propagação de ondas mecânicas.

Além do formalismo simbólico, destaca-se a importância do uso de múltiplas representações no ensino da derivada. A articulação entre gráficos, interpretações geométricas, experimentos físicos, simulações computacionais e modelagem matemática pode contribuir para reduzir obstáculos cognitivos relacionados à abstração excessiva frequentemente presente no ensino tradicional do cálculo. Conforme apontam estudos da Educação Matemática e do Ensino de Física, a aprendizagem significativa da derivada depende da capacidade do estudante de transitar entre diferentes formas de representação de um mesmo fenômeno.

Sob essa perspectiva, recomenda-se que o ensino integrado entre Matemática e Física seja estruturado progressivamente, iniciando pela noção intuitiva de taxa

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/03/2026 - **Accepted:** 18/05/2026
Vol: 13.10
DOI: 10.66104/xf7nd968
Pages: 1-21

média de variação, avançando posteriormente para o conceito de limite, derivada e taxa instantânea, e culminando em aplicações relacionadas à cinemática, à dinâmica e à mecânica ondulatória. Tal organização pode favorecer a construção gradual do pensamento diferencial e ampliar a compreensão conceitual das leis físicas.

Com base nas discussões desenvolvidas neste trabalho, apresenta-se, no Quadro 1, uma proposta sintética de articulação didática entre conteúdos matemáticos e fenômenos físicos.

Quadro 1 – Proposta de integração didática entre cálculo diferencial e Física

Conceito Matemático	Interpretação Física	Aplicação Didática
Taxa média de variação	Velocidade média	Comparação entre deslocamentos em intervalos distintos
Limite	Aproximação infinitesimal	Construção intuitiva da velocidade instantânea
Derivada	Velocidade instantânea	Interpretação gráfica da inclinação da tangente
Derivada segunda	Aceleração	Análise de movimentos acelerados
Derivadas parciais	Oscilações em ondas	Interpretação de ondas progressivas
Integração	Recuperação de grandezas físicas	Dedução das equações horárias do movimento

Assim, embora o presente estudo possua natureza predominantemente teórica, a análise realizada sugere que abordagens integradas entre cálculo diferencial e Física podem contribuir para tornar o ensino mais significativo, reduzindo a fragmentação entre conteúdos matemáticos e fenômenos físicos. Contudo, ressalta-se que a efetiva validação pedagógica dessas proposições exige investigações empíricas futuras envolvendo práticas de sala de aula, desempenho acadêmico e análise de aprendizagem dos estudantes.

5 CONCLUSÃO

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/03/2026 - **Accepted:** 18/05/2026
Vol: 13.10
DOI: 10.66104/xf7nd968
Pages: 1-21

O presente estudo analisou os fundamentos do cálculo diferencial e suas aplicações na modelagem matemática de fenômenos dinâmicos da Física Clássica, com ênfase na cinemática e na mecânica ondulatória. A partir da definição formal de derivada e das principais regras operatórias de diferenciação, demonstrou-se que grandezas fundamentais da Física, como velocidade instantânea, aceleração e propagação de ondas mecânicas, podem ser interpretadas de forma rigorosa por meio do formalismo diferencial.

As deduções analíticas desenvolvidas evidenciaram que equações frequentemente apresentadas de maneira operacional no ensino tradicional, como as relações do Movimento Uniformemente Variado e as expressões associadas às ondas progressivas senoidais, constituem consequências matematicamente estruturadas das operações de derivação e integração. Nesse sentido, o cálculo diferencial mostrou-se instrumento essencial para a descrição de fenômenos caracterizados por variações contínuas no espaço e no tempo.

No campo da mecânica ondulatória, a aplicação de derivadas parciais à equação da onda progressiva permitiu distinguir, de maneira conceitualmente consistente, a velocidade transversal de oscilação da velocidade de propagação da onda, aspecto frequentemente associado a dificuldades de aprendizagem em contextos escolares e universitários introdutórios. A análise dimensional da expressão da velocidade de fase em cordas tensionadas também reforçou a consistência física e matemática do modelo apresentado.

Sob a perspectiva educacional, a análise teórica realizada sugere que abordagens integradas entre Matemática e Física podem favorecer uma compreensão mais significativa da derivada, especialmente quando conceitos formais são articulados a interpretações geométricas, representações gráficas e aplicações fenomenológicas. O estudo defende, portanto, que o ensino do cálculo diferencial não deve restringir-se à manipulação algorítmica de expressões simbólicas, mas incorporar discussões

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/03/2026 - **Accepted:** 18/05/2026
Vol: 13.10
DOI: 10.66104/xf7nd968
Pages: 1-21

relacionadas à modelagem matemática e à interpretação física das taxas de variação.

Entretanto, é importante destacar que o presente trabalho possui natureza predominantemente teórica e analítico-dedutiva, não envolvendo validação empírica em contextos reais de ensino-aprendizagem. Dessa forma, as implicações pedagógicas aqui discutidas devem ser compreendidas como proposições teórico-didáticas fundamentadas na literatura e na coerência conceitual entre Matemática e Física, não constituindo evidência conclusiva de impacto educacional.

Como perspectiva futura, recomenda-se o desenvolvimento de investigações empíricas voltadas à aplicação de sequências didáticas integradas entre cálculo diferencial e Física, incluindo análise de desempenho acadêmico, compreensão conceitual, dificuldades cognitivas e uso de recursos gráficos, computacionais e experimentais no processo de ensino-aprendizagem. Tais estudos poderão contribuir para avaliar, em contexto educacional concreto, o potencial das abordagens interdisciplinares discutidas neste trabalho.

Por fim, conclui-se que o cálculo diferencial constitui não apenas um instrumento matemático de elevada precisão formal, mas também uma linguagem fundamental para a interpretação de fenômenos físicos dinâmicos, assumindo papel central na articulação entre Matemática, Física, Engenharia e Ensino de Ciências.

REFERÊNCIAS

ÁVILA, G. S. S. Cálculo das Funções de Uma Variável. v. 1. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003.

BRIDGMAN, P. W. Dimensional Analysis. New Haven: Yale University Press, 1922.

CRESWELL, J. W.; CRESWELL, J. D. **Research Design**: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches. 6. ed. Thousand Oaks: SAGE Publications, 2022.

FLEMMING, D. M.; GONÇALVES, M. B. Cálculo A: Funções, Limite, Derivação, Integração. 6. ed. rev. ampl. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.

GIL, A. C. Métodos e Técnicas de Pesquisa Social. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2019.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/03/2026 - **Accepted:** 18/05/2026
Vol: 13.10
DOI: 10.66104/xf7nd968
Pages: 1-21

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. Fundamentals of Physics. 11. ed. New York: Wiley, 2021.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentals of Physics**. 12. ed. Hoboken: Wiley, 2022.

KREYSZIG, E. Advanced Engineering Mathematics. 10. ed. New York: Wiley, 2011.

LEITHOLD, L. O Cálculo com Geometria Analítica. v. 1. 3. ed. São Paulo: Harbra, 1994.

LIMA, E. L. Análise Real. v. 1: Funções de Uma Variável. 12. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2016. (Coleção Matemática Universitária).

MORIN, D. **Introduction to Classical Mechanics**: With Problems and Solutions. 2. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2022.

NUSSENZVEIG, H. M. Curso de Física Básica. v. 2: Fluidos, Oscilações e Ondas, Calor. 5. ed. São Paulo: Blucher, 2014.

PIETROCOLA, M. et al. Física em Contextos: Pessoal, Social e Histórico. v. 2. São Paulo: FTD, 2016.

REZENDE, F. As novas tecnologias na prática pedagógica sob a perspectiva construtivista. Ensaio - Pesquisa em Educação em Ciências, Belo Horizonte, v. 5, n. 1, p. 1–17, 2003. Disponível em: https://doi.org/10.1590/1983-21172003050102. Acesso em: 10 jan. 2025.

SOUZA, M. A.; PATARO, P. R. M. Física: Contexto e Aplicações. v. 2. 3. ed. São Paulo: Scipione, 2020.

STEWART, J. Calculus: Early Transcendentals. 8. ed. Boston: Cengage Learning, 2016.

STEWART, J.; CLEGG, D. K.; WATSON, S. H. **Calculus**: Early Transcendentals. 9. ed. Belmont: Cengage Learning, 2020.

THOMAS, G. B. et al. Cálculo. v. 1. 12. ed. São Paulo: Pearson, 2012.

TIPLER, P. A.; MOSCA, G. Física para Cientistas e Engenheiros. v. 1: Mecânica, Oscilações e Ondas, Termodinâmica. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2014.

THOMAS, G. B. et al. **Thomas' Calculus**: Early Transcendentals. 15. ed. London: Pearson, 2023.

THORNTON, S. T.; MARION, J. B. **Classical Dynamics of Particles and Systems**. 6. ed. Boston: Cengage Learning, 2021.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/03/2026 - **Accepted:** 18/05/2026
Vol: 13.10
DOI: 10.66104/xf7nd968
Pages: 1-21

YOUNG, H. D.; FREEDMAN, R. A. **Sears and Zemansky's University Physics with Modern Physics**. 16. ed. Harlow: Pearson Education, 2023.