REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

AS AGULHAS DE BUFFON: um estudo comparativo entre um experimento real e uma simulação usando o Software GNU Octave

BUFFON'S NEEDLES: a comparative study between a real experiment and a simulation using GNU Octave software

LAS AGUJAS DE BUFFON: un estudio comparativo entre un experimento real y una simulación utilizando el software GNU Octave

Francisco da Silva Costa
Graduado em Matemática, IFMA, São João dos Patos, Brasil
fs3545sousa@gmail.com

Luiz Leonardo Duarte Garcia
Mestre em Matemática, IFPI, Campus Floriano, Brasil
luiz.garcia@ifma.edu.br

Dhone Pereira de Sousa
Mestre em Matemática, IFPI, Floriano, Piauí, Brasil.
dhoneblack14@gmail.com

Adriano Faustino de Sousa
Doutorando em Ensino de Ciências e Matemática, UEMA, São Luís,Maranhão, Brasil.
adrianofaustinosousa@hotmail.com

Raimundo Nonato de Sousa
Mestre em Matemática, IFPI, Floriano, Piauí, Brasil.E-mail:
caflo.2021114pmat17@aluno.ifpi.edu.br

Eduardo de Moura dos Santos Silva
Mestre em Matemática, IFPI, Floriano, Piauí, Brasil.
caflo.2021114pmat08@aluno.ifpi.edu.br

George Ramos da Silva Junior
Doutorando em ensino de ciências e matemática, UEMA, São Luís-MA, Brasil
georgeramos7@gmail.com

Vladimir Bezerra de Oliveira
Doutorando em ensino de ciências e matemática, UEMA, São Luís-MA, Brasil
vldimirpi.oliveira@gmail.com

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

Suanny Bruno Nolêto
Especialista em Docência Universitária, UEMA, São Luís, Maranhão, Brasil.
Suanny2002@hotmail.com

Gabrielly Nunes Saraiva
Mestre em Matemática, IFMA, São João dos Patos, Maranhão, Brasil.
gabrielly.saraiva@ifma.edu.br

Resumo

Incluir Este trabalho apresenta um estudo comparativo de um experimento concreto do problema das Agulhas de Buffon aplicado no IFMA- Campus São João dos Patos e uma simulação implementada no software GNU Octave. Neste sentido, apresentamos uma solução analítica aplicando integral e definição básica de probabilidade. No decorrer do desenvolvimento dos estudos torna-se evidente a presença do número π, encontrado na solução analítica do problema. O trabalho apresenta um referencial cronológico das dificuldades das ciências exatas em resolutivas clássicas matemáticas antes do uso de meios tecnológicos, em específico, a linguagem de programação. Os resultados obtidos apresentam os pontos negativos da aplicação de um experimento concreto desta natureza. Além disso, mostramos minuciosamente os métodos utilizados para implementação da simulação e a produção de dados através de um determinado número de lançamentos. Com os dados compilados, usamos modelo de regressão não linear aplicando o método dos mínimos quadrados e as curvas geradas apresentaram uma tendência ao valor desejado, gerando, com isso, uma estimativa para o resultado desejado.

Palavras Chaves: Agulhas de Buffon; Simulação; GNU Octave; Probabilidade.

ABSTRACT

This work presents a comparative study of a concrete experiment of the Buffon Needles problem applied at IFMA- Campus São João dos Patos and a simulation implemented in the GNU Octave software. In this sense, we present an analytical solution applying integral and basic definition of probability. During the development of the studies, the presence of the number π, found in the analytical solution of the problem, becomes evident. The work presents a chronological reference of the difficulties of the exact sciences in resolving classical mathematics before the use of technological means, in particular, the programming language. The obtained results showed the negative points of the application of a concrete experiment of this nature. In addition, we show in detail the methods used to implement the simulation and the production of data through a certain number of launches. With the compiled data, we used a non-linear regression model applying the least squares method and the generated curves showed a trend towards the desired value, thus generating an estimate for the desired result.

Keywords: Buffon Needles; Simulation; GNU Octave; Probability.

Resumen

Este trabajo presenta un estudio comparativo de un experimento concreto del problema de las Agujas de Buffon, realizado en el IFMA-Campus São João dos Patos, y una simulación

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

implementada en el software GNU Octave. En este sentido, se presenta una solución analítica mediante integrales y la definición básica de probabilidad. Durante el desarrollo del estudio, se evidencia la presencia del número , hallado en la solución analítica del problema. El trabajo presenta una referencia cronológica de las dificultades de las ciencias exactas en las soluciones matemáticas clásicas antes del uso de medios tecnológicos, específicamente, el lenguaje de programación. Los resultados obtenidos muestran los aspectos negativos de aplicar un experimento concreto de esta naturaleza. Además, se detallan minuciosamente los métodos utilizados para la implementación de la simulación y la generación de datos mediante un cierto número de lanzamientos. Con los datos recopilados, se utilizó un modelo de regresión no lineal mediante el método de mínimos cuadrados, y las curvas generadas mostraron una tendencia hacia el valor deseado, generando así una estimación del resultado esperado.

Palabras clave: Agujas de Buffon; Simulación; GNU Octave; Probabilidad

1. Introdução

A matemática atualmente enfrenta grandes dificuldades de intepretações e desenvolvimentos de suas noções significativas para resolutivas de problemáticas e modelagens deles. Um tracejar cronológico nas referências matemáticas de problemas clássicos demostram uma verdadeira necessidade de noções e princípios relevantes para sua construção e respostas dessas indagações.

Quando nos deparamos com problemas clássicos matemático a exemplos do problema como “O problema das Agulhas de Buffon ‘’, percebemos atualmente uma verdadeira felicidade em resolvê-los e encontrar as respostas pelas quais procuramos. No entanto, quando nos remetemos ao cenário e disposição de materiais colocados à disposição dos matemáticos criadores das problemáticas, surge uma verdadeira dificuldade e respondê-los e interpretá-los.

As resolutivas clássicas se tornam um desafio por si próprio quando as resolutivas se tornam exaustivas e se uma necessidade inerente de continuidade. Como a sociedade vive em constante transformação em seus cenários variados, as resolutivas analíticas das problemática clássicas ganham também novos meios de demonstrar suas respostas, mas não excluindo as formas exaustivas desde versões anteriores sendo essenciais para comprovar que as novas maneiras resolutivas são avanços que decorrentes da agilidade e precisão maior dos resultados.

Na sociedade moderna o cenário é permeado com as tecnologias digitais como sendo uma necessidade de integração de meios de grande utilização da

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

massa mundial para agilidades de comunicação e de atividades subsequentes. A tecnologia, em especial em computadores, smartphones e a rede de internet foram, e são, um verdadeiro aliado da construção e troca de informações no âmbito social e educacional.

Nesse contexto, as tecnologias desempenham um papel importante nessa perspectiva de agilidade e precisão nos resultados que são primordiais para a matemática deduzir e discutir para finalizar suas respostas demonstrativas.

O uso constante de linguagens de programação para tais fins é notório diante de suas possibilidades e utilidades de ferramentas dispostas ao desenvolvedor. A linguagem de programação com o auxílio do software GNU Octave, tem sido conhecida por fazer sucesso entre as linguagens de programações oferecidas de forma gratuita, utilizadas em todos os âmbitos imagináveis de problemas de programações, de maneira eficaz e precisa dados que serão gerados na execução do programa desenvolvidos pelo programador.

Diante do contexto apresentado até o momento, indagamo-nos sobre inúmeras questões relacionada ao uso das tecnologias nas resolutivas de problemas clássicos da matemática na qual optamos pela seguinte conjectura para nortear este estudo: **AS AGULHAS DE BUFFON:** Um estudo comparativo entre um experimento real e uma simulação usando o Software GNU Octave.

Traçamos como objetivo geral dessa pesquisa analisar a utilização da Linguagem de programação do Software GNU OcTave nos dados obtidos no estudo comparativo das resolutivas experimentais concreta e simuladas no Software GNU Octave. E como objetivos específicos: I) contextualizar e solucionar o problema das agulhas de Buffon; ii) Construir e executar um experimento concreto das agulhas de Buffon; II) Implementar um programa no Software GNU Octave que realize uma simulação do problema das agulhas de Buffon; III) Encontrar uma estimativa para o valor de pi.

2. Revisão da Literatura

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

Atualmente nas ciências exatas a relação gerada entre o comprimento de uma circunferência de raio qualquer pelo seu diâmetro é representada internacionalmente pela constante denominada de π (lê-se pi), da palavra Grega *peripheria* que significa perímetro ou circunferência. Essa nomenclatura utilizada desde o século XVIII baseando-se que é constante a relação do quociente entre o comprimento C de uma circunferência pelo seu diâmetro D, podendo ser escrita $\pi = \frac{C}{D}$. Hoje sabemos que essa constante matemática é irracional, isto é, que nenhum formato de fração ordinária consegue exprimir com uma exatidão perfeita seu valor numérico 3,1416, sendo que com sua aproximação de quatro casas decimais se assegura uma legitimidade de projeção de estimativas futuras.

No entanto não se sabe como matemáticos e geômetras da época chegaram a essas afirmações sobre π, sendo manuscritos utilizados para apuração das vertentes dessa constante apontando que a origem e os estudos desse número surgiram com problemas de cálculo de aria de figuras geométricas observados em seu cotidiano de maneira intuitiva. Os primeiros documentos que os historiadores descobriram que em seus registros são encontrados a utilização do número π foi as tabuletas da Mesopotâmia datas no ano de 2000 a.C.

Uma ideia retirada das escrituras bíblicas menciona de maneira sucinta as primeiras estimativas para um valor estimado, onde no Primeiro Livro dos Reis, capítulo 7, versículo 23: “Fez mais o mar de fundição, de dez côvados, duma borda até `a outra borda, redondo ao redor, e de cinco côvados ao alto; e um cordão de trinta côvados o cingia, em redor.” O côvado era uma unidade de medida usada pelos egípcios para resolver suas situações, onde o registro bíblico relata o templo do Rei Salomão. Por tanto segundo a tradição religiosa o primeiro valor usado para π era 3.

De maneira análoga os geômetras quando no começo dos estudos de cálculos de figuras, perceberam que quando dada uma circunferência toda duplicação de seu perímetro acontecia o mesmo com o seu diâmetro. Com isso, concluíram que a relação do quociente entre um comprimento C pelo seu diâmetro

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

D era constante independente da circunferência utilizada. Uma maneira compreensiva de se entender todas a relações da gênese numérica de π estar intimamente ligada à quadratura circular.

De acordo com Eves (2008), a questão estava intimamente ligada, desde a antiguidade, ao célebre problema da quadratura do círculo, que mostra que é impossível a construção de um quadrado de área igual a de uma circunferência com uma régua graduada e compasso. Perceba que quando se faz essa afirmação podemos escrever que quando temos a relação da área de um quadro $A = l^2$ e a ária de um círculo qualquer $A = \pi . r^2$ quando partimos de uma circunferência de $r = 1$ concluímos a ária do quadrado $A = l^2$ e a área do círculo A= π quando desenvolvemos o enunciado chegamos a $\sqrt{\pi}$.

A procura por uma exatidão desse valor e explicação de inúmeras dúvidas a respeito de assuntos com a utilização dessa constante ocupou por séculos a atenção, pesquisas estudos de matemáticos da época. Os avanços para uma precisão e explicação do então problema da quadratura circular, fizeram do contexto das ciências exatas um verdadeiro ambiente de dúvidas e buscar a explicação dessas dúvidas.

A relação principal dessas dúvidas seria na verdade o porquê que a relação dessa comparativa de áreas de figuras geométricas chegasse como explicação final o surgimento de uma constante até então denominada de π, e quais características fariam dessas constante uma especial razão para a não comparativa da construção de uma ária circular idêntica a uma área quadrada. Matemáticos ocuparam-se por mais de dois séculos a fim de uma resposta precisa sobre tal constante.

Em momentos históricos diferentes muitas situações e meios foram sendo colocados à disposição da humanidade sobre essa problemática. Com o avanço de saberes de diversas áreas envolvidas, a questão da constante matemática foi ganhando um avanço significativo, pois não somente um meio de chegar a um valor específico e aproximado de pi.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

2.1 História e resolução do problema das Agulhas de Buffon

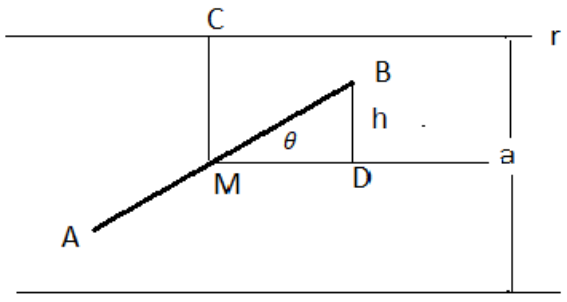
No século XVIII com toda uma fundamentação sobre as definições sobre π, um francês chamado de George-Louis Leclerc(10707-1788) conhecido como conde de Buffon, atribuiu sua contribuição especial ao submeter um artigo de problemas geométricos a uma revista chamada de Acedémie Royale des Sciences em Maio de 1733 dentre seus problemas geométricos citou então o problema:

"Sobre um plano formado apenas por placas paralelas e iguais, joga-se uma haste de comprimento determinado e que suponhamos de largura desprezível. Quando este objeto cairá sobre uma única placa?"

Para uma resolução analítica do problema, o então criador da problemática fez uso de áreas da matemática como geometria e probabilidade de forma minuciosa. De certa forma, se torna indispensável para matemáticos uma resolução analítica de problemas clássicos para uma compreensão intuitiva do contexto.

Vamos modelar o problema e apresentar uma resolução. Considere a figura abaixo:

Figura 1 – Princípios da Demonstração



Fonte: O autor (2022)

As retas $r\ e\ s$ são paralelas, com distância a de espaçamento, o segmento $\overline{AB}$ representa a agulha de comprimento l e ponto médio M. θ é o ângulo de inclinação entre a agulha e a horizontal, x representa a menor distância entre M e uma das retas. Assim:

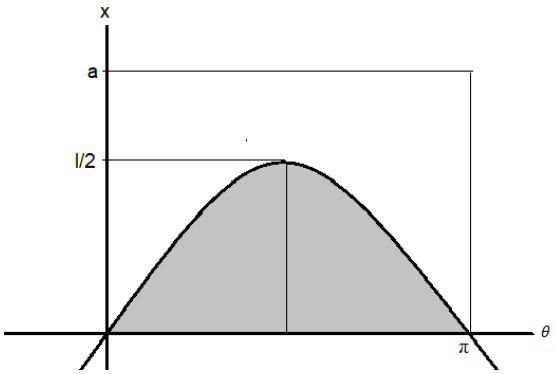
REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

$$sen\theta = \frac{h}{\frac{l}{2}} \quad => \quad h = \frac{l}{2}.sen\theta$$

A agulha tocará uma das retas quando x for menor que h. Sendo x a menor distância entre M e as retas $r\ e\ s$, teremos que $x \in \left[0; \frac{a}{2}\right]$ e $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. Portanto, considere o sistema representado na figura abaixo:

Figura 2 – Princípios da Demonstração



Fonte: O autor (2022)

Assim, os casos possíveis podem ser representados pela área A_s do retângulo limitado pela reta $y = a$ e o eixo das abscissas, entre o intervalo $0\ e\ \pi$. Portanto:

$$A_s = \frac{a}{2}.\pi \quad => \quad \boldsymbol{A_s = \frac{a\pi}{2}}$$

Os casos favoráveis A_f, ou seja, em que a agulha toca as retas, é dado por:

$$A_f = \int_0^{\pi} h\, d\theta = \int_0^{\pi} \frac{l}{2}.sen\theta\, d\theta = \frac{l}{2}[-cos\theta]_0^{\pi} = l \quad => \quad \boldsymbol{A_f = l}$$

Portanto, a probabilidade (p) procurada será dada por:

$$p = \frac{A_f}{A_s} = \frac{l}{\frac{a\pi}{2}} = \frac{2l}{a\pi} \quad => \quad \boldsymbol{p = \frac{2l}{a\pi}}$$

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

É importante destacar o aparecimento da constante π no resultado. Isso nos permite, uma vez encontrado o resultado da probabilidade por métodos não analíticos, realizar uma estimativa deste valor:

$$\pi = \frac{2l}{ap}$$

2.2 A BNCC e o ensino de Probabilidade

A BNCC (base nacional comum curricular) referência nacional na formulação dos currículos dos sistemas de rede estadual, federal e das propostas pedagógicas escolares é fruto de um amplo processo revolucionário no contexto educacional, com diferentes tipos de agentes participativos na sua conjectura para uma estruturação dos planos e metas da educação brasileira desde o desenvolvimento infantil até os anos finais da educação básica.

Nesse sentido, espera-se que a base nacional comum curricular se torne de maneira eficaz e gradativa na fragmentação das políticas educacionais e ações afirmativas do governo. Assim, para uma garantia e permanência do alunado com todas as suas totalidades desenvolvidas, as redes de ensino devem ter a garantia de um patamar de ensino comum para esses estudantes onde o elemento de principal dessa proposta de elaboração envolva a BNCC.

Na BNCC, as competências e habilidades servem como guia informativo e caminhos para uma aprendizagem mútua e constante. Uma das competências e habilidades a destacar é a que falar em especial para nossos estudos e comparativos o de ensino de probabilidade e estatística. Na competência específica 3 ressalta em síntese utilizar estratégias e conhecimentos matemáticos nos campos da aritmética, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e estatística, de forma a interpretar as situações do cotidiano e criando modelos de resoluções para os problemas que surgem nos diversos contextos.

No ensino médio os estudantes estão devem desenvolver e mobilizar habilidades que irão acompanhá-los para o resto da vida com problemáticas matemáticas em situações reais de vida cotidiana. A probabilidade se torna um

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

forte aliado para o desenvolver dessa competência/Habilidade como uma aria matemática de aplicabilidade cotidiana e eventualmente surgiu com problemas aparentemente de situações do dia a dia.

O estudo de eventos aleatórios é algo relativamente recente nas ciências exatas. Na escola, a abordagem de probabilidade tem ganhado cada vez mais espaço e discursões na compreensão e interpretação de dados probabilísticos nas chamadas tomadas de decisão. Os alunos são levados a conhecer os espaços amostrais e conceitos de aleatoriedade fundamentais na modelagem das resoluções analíticas dos problemas.

Transpor esses conhecimentos probabilísticos e eventuais por meio de problemas que causem diferentes resoluções e reflexões nos alunos despertam um olhar e pensamento aguçado de conhecimentos matemáticos que iram auxiliá-los a resolver qualquer tipo de problema que envolva espaços amostrais e eventos aleatórios.

2.3 Tecnologias no Ensino

As tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) estão cada vez mais presentes em diversas áreas como a engenharia, química e Matemática. A revolução tecnológica com certeza provocou grandes mudanças em vários cenários e contextos ao longo de sua desenvoltura cronológica, sendo responsável por uma flexibilidade em diversificadas situações recorrentes de seu uso.

> A utilização dos recursos midiáticos poderá revolucionar a educação, mas, para isso, será importante que escola e os educadores entendam que “tecnologia de informação e comunicação compreende recursos tecnológicos que envolvem computadores e redes telemáticas (informática + telecomunicação), em especial a rede internet” (SILVA, 2010 p. 7).

Cotidianamente no século XXI estamos cercados pelo uso de mídias digitais para relações de comunicação, até a resolução de situações problemas considerados fáceis a situações complexas, sendo despercebida o seu uso e conhecimento antes disso sendo o conhecimento informático parte de uma cultura atual, se torna indispensável sua inserção nos diversos contextos sociais para uma

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

objetivação das interações presentes e futuras nas ações humanas no meio em que convive.

As ações de interações entre as pessoas por meio de TDI se tornaram um forte alicerce para a garantia de benefícios aparentemente vistos por situações em que suas medicações com o meio conseguem transformar de maneira significativa sua natureza de convivência presente e futura. Como cita Marx e Engels “Não tem história, nem desenvolvimento; mas os homens que ao desenvolverem a sua produção material e seu intercâmbio material, transformam também, com essa realidade, seu pensar e os produtos de seu pensar”. (MARX; ENGELS, 1999, p. 37).

Desse modo de pensar se nortear ideias para a gênese de metodologias ativas para uma facilitação no ensino e aprendizagem na formação profissional. A revolução tecnológica modificou significativamente a relação Aluno-Ensino, quando a realidade do aluno no século atual é a da convivência diária com tecnologia para suas atividades pessoais.

O entendimento que temos sobre tecnologias é algo a ser esclarecido melhor de forma a deixar ciente sobre seu conceito e como utilizamos de uma maneira cotidiana e não sabemos que é uma tecnologia desde que:

> A forma como organizamos em grupo, em salas, em outros espaços: isso também é tecnologia. O giz que escreve na lousa é tecnologia de comunicação, e uma boa organização de escrita facilita – muito – a aprendizagem. A forma de falar, gesticular, de falar com os outros: isso também é tecnologia. O livro, a revista, o jornal, o gravador, o retroprojetor, a televisão, o vídeo são tecnologias importantes e muito mal utilizadas em geral. (MORAN, 2003, p.153).

Com isso é evidente que fazemos uso de uma ferramenta com diversas características pedagógicas e didáticas para o uso do corpo docente para uma facilitação no processo educacional uma que:

> A aprendizagem pode ser vista como um processo de construção e reconstrução do conhecimento, tal processo não pode ser concluído com sucesso assimilando-se simplesmente ideias já constituídas e acabadas, mas sim pela constante criação de novas organizações

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

> estruturais que permitam novas maneiras de se compreender e atuar sobre a realidade. (CARDOSO; SOUZA JUNIOR, 2011.)

Assim temos uma visão parcial de usos positivos para uma melhoria em contextos educacionais que podem de forma a melhorar de forma grandiosa a aprendizagem, assim como o ensino de conteúdos que tinham antes uma dificuldade grandiosa, em casos específicos de cálculos experimentais de probabilidade dentre outros.

2.4 O software GNU Octave

O GNU Octave é um programa computacional de alta performance de desenvolvimento e versatilidade para a resolução de problemas matemáticos lineares ou não. Utilizando uma linguagem de programação ideal, sua performance de desenvolvimento se torna semelhante ao do programa computacional MATLAB. O octave foi criado originalmente em 1988 como um software de leitura de um livro de graduação em projetos de reator químico, escrito por James B. Rawlings da Universidade de Wisconsin-Madison e John G. Ekerdt da Universidade do Texas.

Sua aplicação original era muito limitada e funções restritas apenas para leitura de sua criação específica. Com os avanços nos trabalhos se optou por uma flexibilização na sua versão original para uma ampliação e rapidez nas respostas dos seus dados de entradas. O desenvolvimento efetivo do Octave começou em 1992. A primeira versão alpha é de 04 de janeiro de 1993, e a versão 1.0 foi lançada em 17 de fevereiro, 1994.

Desde então, o Octave tem passado por várias revisões importantes sendo cada vez mais necessário a atualização de suas versões no intuito de atender a resolução de problemas numéricos e experimentais que sua conjectura analítica se tornaria mais difícil e demorada

Para uma finalidade de ensino, sua aplicação se conjectura na realização de programação dentro da estrutura do software com os dados de entradas e linguagens de programação aceitas e interpretadas pelo Octave.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

O MATLAB já citado no presente trabalho e por ser semelhante ao Octave, de certa forma se torna mais impossível sua utilização para fins como experimentos e auxílio para o corpo docente, pois em todas suas versões sua disponibilidade é paga. Sua linguagem é no formato C++ com alta qualidade de programações que a linguagem nesse formato permite ao usuário. O programa Octave possui uma grande quantidade de ferramentas para a resolução de problemas de álgebra linear, encontra as raízes de equações não lineares, integra funções ordinárias, manipula polinômios, integra equações diferenciais ordinárias e equações diferenciais algébricas e que o torna uma ferramenta indispensável para a resolução da problemática deste trabalho é uma fonte pedagógica para docentes de matemática.

Após esse pequeno resumo sobre o Octave e seu potencial de funcionalidades e características importantes nas diversas áreas, é importante ao nosso propósito estabelecer os primeiros contatos com o software, dessa forma podemos trabalhar de forma concreta e independente com o mesmo no decorrer do nosso trabalho de forma que já se tem ideia de sua funcionalidade e como isso é favorável para a desenvoltura da problemática.

2.5 Regressão linear e não linear

A análise de regressão é um processo de estudo que determina uma relação funcional entre duas ou mais variáveis, tendo como objetivo descrever um modelo matemático que explique tal relação (CRESPO, 2017).

Considerando um conjunto de n pontos dados, essa análise pode ser linear ou não linear, depende da disposição dos pontos no gráfico de dispersão. Dentre os processos de determinação das curvas de regressão podemos destacar o método dos mínimos quadrados (MMQ).

Método dos Mínimos Quadrados (MMQ)

Considere duas variáveis aleatórias contínuas $X\ e\ Y$ e n pontos que relacionam essas duas variáveis por uma correlação, conforme a tabela abaixo:

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

Tabela 1 – Variáveis aleatórias com *n* pontos

X	x_1	x_2	...	x_{n-1}	x_n
Y	y_1	y_2	...	y_{n-1}	y_n

Fonte: Autores (2022)

Dada a relação entre esses pontos, iremos determinar a reta que melhor os ajusta. Seja $Y = aX + b$ essa reta e considere o erro dado por:

$$E_i = |y_i - Y_i|$$

Onde: y_ié o i-ésimo ponto dado, Y_i é o i-ésimo ponto estimado e E_i é o erro associado entre esses pontos (ponto dado e ponto estimado).

Portanto, o erro total estimado é dado por:

$$E = \sum_{i=1}^{n} |y_i - Y_i|$$

Como estamos procurando a reta (ou curva) que melhor ajusta os pontos, precisamos que o erro seja mínimo, ou ainda, cujas derivadas parciais tenham valor nulo. Assim, podemos considerar sem perda de generalidade:

$$E = \sum_{i=1}^{n} (y_i - Y_i)^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - ax_i - b)^2 \quad (1)$$

Para que E seja mínimo é suficiente que: $\frac{\partial E}{\partial a} = 0$ *e* $\frac{\partial E}{\partial b} = 0$.

$$\frac{\partial E}{\partial a} = \frac{\partial}{\partial a} \sum_{i=1}^{n} (y_i - ax_i - b)^2 = 2. \sum_{i=1}^{n} (y_i - ax_i - b).x_i = 0 \Rightarrow$$

$$\sum_{i=1}^{n} (y_i - ax_i - b).x_i = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} (y_i.x_i - ax_i^2 - bx_i) = 0 \Rightarrow$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_i.x_i - a \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - b \sum_{i=1}^{n} x_i = 0 \quad (2)$$

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

Analogamente, derivando a equação (1) em relação a b, teremos:

$$\frac{\partial E}{\partial b} = \frac{\partial}{\partial b}\sum_{i=1}^{n}(y_i - ax_i - b)^2 = 2.\sum_{i=1}^{n}(y_i - ax_i - b).(-1) = 0 \ =>$$

$$(-1)\sum_{i=1}^{n}(y_i - ax_i - b) = 0 \ => \sum_{i=1}^{n}(y_i - ax_i - b) = 0 \ =>$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_i - a\sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n} b = 0 \ => \sum_{i=1}^{n} y_i - a\sum_{i=1}^{n} x_i - nb = 0 \quad (3)$$

Formando o sistema com as equações (2) e (3), obtemos:

$$\begin{cases} a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} y_i.x_i \\ a\sum_{i=1}^{n} x_i + nb = \sum_{i=1}^{n} y_i \end{cases}$$

Isolando as incógnitas a e b, teremos:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i \ - nb}{\sum_{i=1}^{n} x_i} \qquad b = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i \ - a\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad (4)$$

Substituindo os valores no sistema linear, obteremos:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i \ - nb}{\sum_{i=1}^{n} x_i} \qquad b = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \ - \sum_{i=1}^{n} y_i \sum_{i=1}^{n} x_i^2}{(\sum_{i=1}^{n} x_i)^2 - n\sum_{i=1}^{n} x_i^2} \qquad (5)$$

Que são os coeficientes da reta de regressão linear que melhor ajusta os n pontos.

Vimos que se uma distribuição de pontos está próxima de uma reta, então usando as fórmulas acima, encontramos a reta que melhor se aproxima destes pontos. No entanto, nem sempre uma reta é a melhor “curva” que representa esses pontos, em alguns casos a disposição dos pontos pode não ser linear e as funções logarítmicas e exponenciais representariam melhor tal distribuição.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

Assim, nestes casos, para encontrar a curva é suficiente substituir x por $lnx\ ou\ e^x$ dependendo do gráfico de dispersão. E os coeficientes a e b são determinados pelos modelos (5). Portanto,

$$Y = a.\ln X + b \qquad ou \qquad Y = a.e^X + b \qquad (6)$$

3. Metodologia

Para atingir os objetivos propostos e testar as hipóteses experimentais levantadas na problemática formulada, realizou-se em um estudo comparativo em Três fases distintas.

A primeira fase consistiu em uma análise sistemática e aprofundada do problema formulado por George-Louis Leclerc intitulado o “o problema das agulhas de Buffon”. Sendo uma maneira de consistência na exposição das propostos do trabalho de forma a fazer levantamentos e questionamentos das resolutivas existentes e dos novos meios que surgem como um facilitador imediato de interpretação/resolução do problema.

Na segunda fase procedeu-se com a exposição dos levantamentos feitos na primeira fase aos alunos e funcionários do Instituto de Educação Ciências e Tecnologias do Maranhão, Campus São João dos Patos. Essa fase consiste em uma revisão de todos os dados e uma aplicação da proposta experimental do presente trabalho. Diante disso, as propostas e questionamentos da problemática do presente trabalho, se deu a uma narrativa da problemática para os indivíduos envolvidos nessa segunda fase.

A terceira etapa legitima-se com um experimento comparativo feito com o software GNU Octave com fins comparativos com os resultados encontrados e discutidos na primeira e segunda fase. É notório que as comparações a serem evidenciadas dos dados obtidos nas fases anteriores serão detalhadas de forma precisa com gráficos e tabelas das três etapas de desenvolvimento do trabalho.

Diante disso, o aprofundamento dos novos dados e observações a serem feitas na segunda fase do trabalho tendem a sustentar os objetivos e metas a serem minuciosamente estudos e comparados com as duas fases da pesquisa,

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

assim como o do experimento computável feito para uma comparativa dos dados obtidos. A metodologia utilizada para averiguar as variações eventuais dos dados encontrados, foi de uma natureza experimental baseada de acordo com os estudos de Gil (2008).

A pesquisa experimental segue um rigoroso processo desde a definição do objeto e problematização. As etapas de formulação e obtenção dos dados necessários para deduzir de forma precisa as variações das hipóteses de problematização do experimento.

Para Gil (2007), a pesquisa experimental consiste em determinar um objeto de estudo, selecionar as variáveis que seriam capazes de influenciá-lo, definir as formas de controle e de observação dos efeitos que a variável produz no objeto. Já segundo Fonseca (2002, p. 38):

> A pesquisa experimental seleciona grupos de assuntos coincidentes, submete-os a tratamentos diferentes, verificando as variáveis estranhas e checando se as diferenças observadas nas respostas são estatisticamente significantes. [...] Os efeitos observados são relacionados com as variações nos estímulos, pois o propósito da pesquisa experimental é apreender as relações de causa e efeito ao eliminar explicações conflitantes das descobertas realizadas. (Fonseca, 2002, p.38).

Quanto a abordagem, o trabalho seguem uma natureza de cunho quantitativo. Uma descrição precisa dos dados numéricos a serem mostrados adiante no trabalho, de certa forma para nortear os objetivos tem uma necessidade de uma análise e descrição desses valores obtidos de forma a entender os comportamentos probabilísticos no experimento do estudo comparativo.

A pesquisa quantitativa em seus processos de desenvolvimentos é realizada de forma numérica, sem uma presença direta de uma descrição dos dados obtidos. A veracidade dos dados a serem amostrados na pesquisa quantitativa é realizado por meio iterativo em que as evidenciadas são avaliadas. (GARCES, 2010; ARAGÃO, 2011).

Diante disso, simultaneamente com esse encadeamento metodológico temos uma sistematização para conclusões futuras desse trabalho. A pesquisa

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

experimental em conjunto com a natureza quantitativa, percebe-se uma dependência para a geração de dados e discursões sobre eles.

Segundo Will (2012), a pesquisa quantitativa garante a classificação e análise dos dados traduzindo-os em números e em seguida classificando-os detalhadamente.

3.1 Construção e aplicação do experimento Concreto

Este trabalho é resultado de uma problemática clássica da matemática desenvolvido no espaço do Instituto de Educação Ciências e Tecnologias do Maranhão, Campus São João dos Patos (Figuras 1 e 2), com objetivos já definidos e expostos no trabalho de maneira simplificada a uma caracterização de comparações eventuais e probabilísticas dos resultados experimentais desenvolvidos exclusivamente para essa finalidade.

A amostra dos dados de pesquisa mencionados anteriormente foi coletada no ambiente de maior fluxo de alunos e funcionários do Instituto de Educação Ciências e Tecnologias do Maranhão, Campus São João dos Patos. Os resultados obtidos foram sequenciados de maneira favorável a exposição e estudo detalhado de suas variações comparadas as resolutivas até então estudadas na primeira fase da pesquisa.

A construção de um exemplar da problemática foi feita com a utilização de materiais parecidos com os citados na problemática de Leclerc. Segue a abaixo a lista dos materiais utilizados para o experimento real: 04 folhas de papel isopor de 100 cm x 50 cm x 10 mm de espessura; 02 pacotes de palitos de churrasco/palitos de espeto de 30 cm; 02 pinceis multicores: vermelho e preto; 01 régua de 60 cm e 02 tubos de cola de papel isopor.

Diante das disposições dos materiais citados anteriormente, iniciou-se a construção de um exemplar que remetesse a situação proposta pelo criador da problemática de forma e tamanho ideal para uma visualização e desenvolvimento dele como mostramos na figura abaixo.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

Figura 3 – Construção do experimento concreto



Fonte: Autores (2022)

Com todo material produzido para a coleta de dados e sequenciamento do presente trabalho, partimos da iniciativa de levar ao conhecimento do corpo docente e discentes do IFMA campus São João dos Patos. A proposta levada a esse público foi intencionalmente pensada a desperta um interesse por parte deles em se sentirem curiosos ao ponto fazerem lançamentos das “agulhas” para uma visualização desses lançamentos e qual a sua influência na coleta de dados.

Figura 4 – Execução e Socialização do experimento concreto



Fonte: Autores (2022)

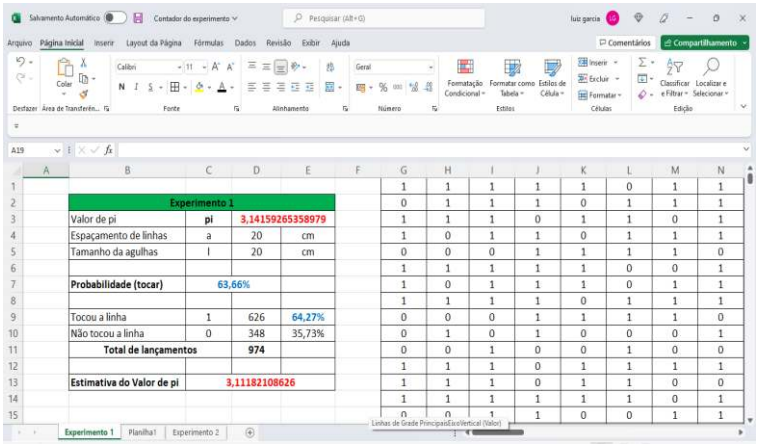
Para efeito de visualização e contagem de dados dos lançamentos das “agulhas”, foram feitas algumas classificações de variáveis, somatório de dados e resultados dos somatórios. As novas nomenclaturas servem como praticidade de

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

leitura de dados com grandes números de influências, sendo dessa forma nomeada de 1 (quando a “agulha tocar a linha/paralela), e 0 (quando a “agulha não tocar a linha/paralela); veja na figura ilustrativa abaixo.

Figura 5 –Amostra de dados do experimento Concreto



Experimento 1			
Valor de pi	pi	3,14159265358979	
Espaçamento de linhas	a	20	cm
Tamanho da agulhas	l	20	cm
Probabilidade (tocar)		63,66%	
Tocou a linha	1	626	64,27%
Não tocou a linha	0	348	35,73%
Total de lançamentos		974	
Estimativa do Valor de pi		3,11182108626	

1						1	1	1	1	1	0	1	1	
2						0	1	1	1	0	1	1	1	
3						1	1	1	0	1	1	0	1	
4						1	0	1	1	0	1	1	1	
5						0	0	0	1	1	1	1	0	
6						1	1	1	1	1	0	0	1	
7						1	0	1	1	1	0	1	1	
8						1	1	1	1	0	1	1	1	
9						0	0	0	1	1	1	1	0	
10						0	1	0	1	0	0	0	1	
11						0	0	1	0	0	1	0	0	
12						1	1	1	0	1	1	1	1	
13						1	1	1	0	1	1	0	0	
14						1	1	1	1	1	1	0	1	
15						0	0	1	1	0	0	1	1	

Fonte: Autores (2022)

O quadro acima mostra os valores exatos de π, da probabilidade calculada e da probabilidade encontrada com os lançamentos. Além disso, usamos os resultados para realizar uma estimativa para π. Portanto, conforme aumentamos os lançamentos as probabilidades se aproximam e o valor estimado de π se aproxima do real.

A visualização e contagem parte fundamental de um estudo, foram feitos com auxílio de planilhas no Excel e projetadas por um data show para um detalhar minucioso do caso em questão.

No subtópico a seguir apresentamos uma outra forma de gerar dados por meio de simulação em usando um Software.

3.2. Simulação do experimento no Software Octave

Neste subtópico mostraremos de forma objetiva uma estratégia usada para simular o problema das agulhas de Buffon usando conhecimentos de trigonometria, lógica matemática e lógica de programação.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

Nosso desafio, inicialmente, seria implementar um programa no Octave que simulasse um lançamento de uma agulha e determinasse se ela tocou ou não as linhas paralelas. Para isso, utilizamos uma função que gere números aleatórios chamada *rand(1)*.

Fazendo $x = a.rand(1)$, como rand(1) está entre *0 e 1*, então *x* estará entre *0 e a*. Para o ângulo $\theta = \pi.rand(1)$, teremos um θ ente *0* e π. Vamos dividir em dois casos:

i) Para $\theta < \frac{\pi}{2}$

Neste caso, teremos $h = l.sen\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ e se $h < x$ a agulha não toca a linha. Caso contrário a agulha tocará.

ii) Para $\theta \geq \frac{\pi}{2}$

Neste caso, teremos $h = l.sen\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$ e se $h < x$ a agulha não toca a linha. Caso contrário a agulha tocará.

Seguindo esta lógica, implementamos um programa que simule um lançamento de uma agulha. Conforme exemplo abaixo:

3.2.1. Simulação do experimento para um lançamento

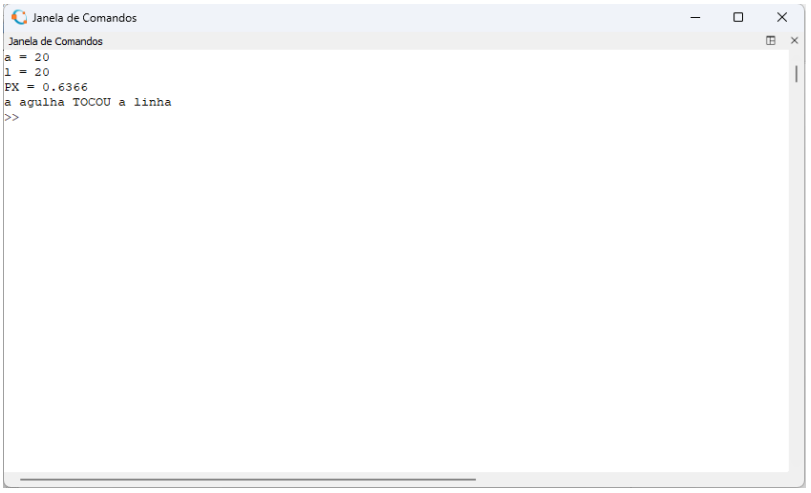
```
clc
% a representa o espaçamento das linhas
% l representa o comprimento da agulha
a=input('a = ');
l=input('l = ');
x=a*rand(1);
theta=pi*rand(1);
% PX é a probabilidade do evento ocorrer, ou seja, da agulha TOCAR as linhas
 PX = 2*l/(pi*a)
  if theta < pi/2
```

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

```
 h=l*sin(pi/2-theta);
 if h<x
   disp('a agulha NÃO TOCOU a linha');
else
   disp('a agulha TOCOU a linha');
 end
   else h=l*sin(theta-pi/2);
 if h<a-x
   disp('a agulha NÃO TOCOU a linha');
else
   disp('a agulha TOCOU a linha');
 end
      end
```

Figura 6 –Janela de Comandos do Software Octave



Fonte: Autores (2022)

A simulação acima gera apenas um lançamento por vez, como precisamos de um número expressivo de lançamentos necessitamos implementar uma estrutura de repetição (laço for).

O programa abaixo gera um número de n lançamentos e determina se cada um deles tocou ou não as linhas paralelas.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

3.2.2. Simulação do experimento para n lançamentos

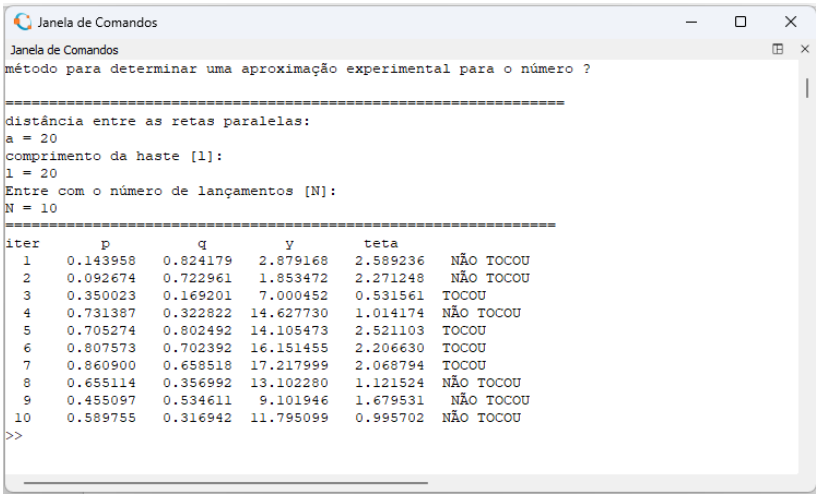
```
clc; clear all;
% Algoritmo Agulhas de Buffon
%=================================================================
=====
disp('Problema de Buffon-Laplace');
disp('método para determinar uma aproximação experimental para o número ? ');
disp('');
disp('=================================================================
=====');
%Parâmetros de entrada
disp('distância entre as retas paralelas:');
        a=input('a = '); % distância entre as retas paralelas
disp('comprimento da haste [l]:');
        l=input('l = '); % comprimento da haste
disp('Entre com o número de lançamentos [N]:');
        N=input('N = '); % número de lançamentos
PI = 3.14159265359; % Valor verdadeiro de PI
%=================================================================
==========
disp('=================================================================
====');
disp('iter      p         q         y        teta')
% Calculo do valores de y e teta
for i = 1:N
        p = rand(); % gera um aleatório entre 0 e 1
        q = rand(); % gera um aleatório entre 0 e 1
        % definindo  x (entre 0 e (a/2)=0.5) e teta (entre 0 e PI)
        x=a*p; % x entre 0 e (d/2) a????
        teta=pi*q; % teta entre 0 e pi
        fprintf('%3i %11.6f%11.6f%11.6f%11.6f  ', i, p, q, x, teta)
```

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

```
        %disp('-----------------------------------------------------------');
        if teta < pi/2
                h = l*sin(pi/2-teta); # hmáx
                if h < x
                  disp('NÃO TOCOU');
          else
                  disp('TOCOU');
                end
        else h=l*sin(teta-pi/2);
                if h < a - x
                  disp(' NÃO TOCOU');
          else
                  disp('TOCOU');
                end
        end
end
```

Figura 7 –Visualização da Execução do Programa no software Octave



Fonte: Autores (2022)

Na figura acima temos um exemplo de execução com 10 lançamentos. Observe que até o presente momento o programa não calcula o número de

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

lançamentos que TOCOU e NÃO TOCOU, apenas apresenta. Como queremos uma solução computacional, precisamos implementar um contador, pois para grandes números fica impossível realizar a contagem manual e dessa forma foge do nosso intuito.

Portanto, implementamos um contador e o novo programa conta os resultados.

3.2.3. Simulação do experimento para n lançamentos com contador de resultados

```
clc; clear all;
% Algoritmo Agulhas de Buffon
%============================================================
disp('Problema de Buffon-Laplace');
disp('método para determinar uma aproximação experimental para o número ? ');
disp('');
disp('============================================================');
%Parâmetros de entrada
disp('distância entre as retas paralelas:');
    d=input('d = '); % distância entre as retas paralelas
disp('comprimento da haste [L]:');
    L=input('L = '); % comprimento da haste
disp('Entre com o número de lançamentos [N]:');
    N=input('N = '); % número de lançamentos
PI = 3.14159265359; % Valor verdadeiro de PI
%============================================================
disp('============================================================');
disp('iter      p       q       y       teta')
% Calculo do valores de y e teta
TOCOU = 0;
N_TOCOU = 0;
```

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

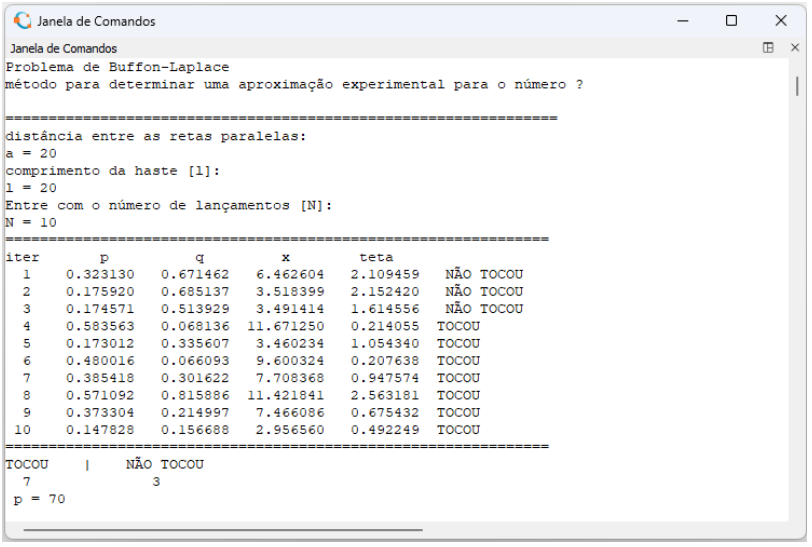
```
for i = 1:N
        p = rand(); % gera um aleatório entre 0 e 1
        q = rand(); % gera um aleatório entre 0 e 1
        % definindo  y (entre 0 e (d/2)=0.5) e teta (entre 0 e PI)
        y=d*p; % x entre 0 e (d/2) a????
        teta=pi*q; % teta entre 0 e pi
        fprintf('%3i %11.6f%11.6f%11.6f%11.6f  ', i, p, q, y, teta)
        %disp('------------------------------------------------------------');
        if teta < pi/2
                h = L*sin(pi/2-teta); # hmáx
                if h < y
                  disp('NÃO TOCOU');
                        N_TOCOU = N_TOCOU + 1;
          else
                  disp('TOCOU');
                        TOCOU = TOCOU + 1;
                end
                        else h=L*sin(teta-pi/2);
                if h < d - y
                  disp(' NÃO TOCOU');
                        N_TOCOU = N_TOCOU + 1;
          else
                  disp('TOCOU');
                        TOCOU = TOCOU + 1;
                end
        end
end
%============================================================
disp('============================================================');
disp('TOCOU    |    NÃO TOCOU   ')
```

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

```
fprintf('  %g            %g \n ', TOCOU, N_TOCOU);
p=(TOCOU/(TOCOU+N_TOCOU))*100
```

Figura 8 – Janela de comandos do Software Octave

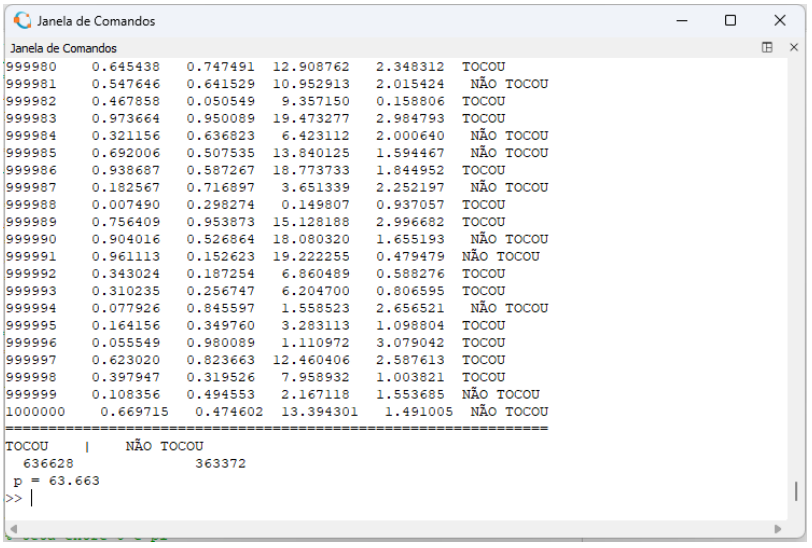


Fonte: Autores (2022)

A figura acima apresenta a simulação de 10 lançamentos em que 7 tocaram a linha e 3 não, portanto a probabilidade $p = 70\%$.

Refazendo a simulação para 1.000.000 de lançamentos obtemos o resultado expresso na figura abaixo:

Figura 9 –Execução dos comandos na janela do Software Octave



REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

Fonte: Autores (2022)

Observe que com 1.000.000 de lançamentos obtemos 636.628 resultados favoráveis, o que nos fornece $p = 63{,}6628\%$. Aplicando no modelo abaixo:

$$\pi \cong \frac{2l}{ap} \Rightarrow \pi \cong \frac{2}{p} \Rightarrow \pi \cong 3.141552052375956$$

Como $\pi = 3.141592653589793$ obtemos uma aproximação razoável com esse número de lançamentos.

4. Resultados e Discussão

Neste tópico iremos apresentar os dados obtidos da realização do experimento concreto e da simulação. Em todos os casos fixamos o espaçamento das linhas de $a = 20\,cm$ e o comprimento da agulha $l = 20\,cm$. Portanto, a probabilidade será aproximadamente:

$$p = \frac{2.20}{20.\pi} = \frac{2}{\pi} = 0{,}6366197723 \quad \Rightarrow \quad p = 63{,}661977\%$$

A tabela abaixo representa a contagem dos resultados do experimento concreto. Separamos a contagem a cada 200 resultados.

Tabela 2 – Números de lançamentos do experimento concreto

Número de lançamentos	Não tocou	Tocou	Porcentagem (Não tocaram)	Porcentagem (Tocaram)
200	70	130	35,00%	65,00%
400	134	266	33,50%	66,50%
600	216	384	36,00%	64,00%
800	281	519	35,13%	64,88%
1000	356	644	35,60%	64,40%

Fonte: Autores (2022)

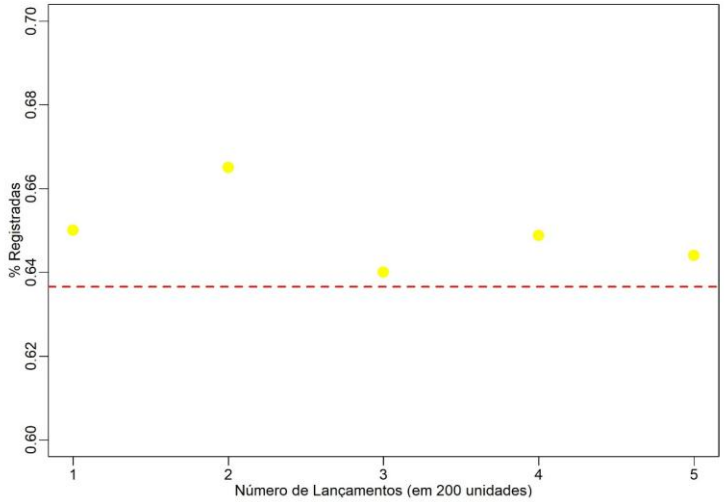
A realização deste experimento um a um é uma tarefa que leva muito tempo e representa um dos pontos negativos do experimento concreto. De todo modo, observamos que conforme aumentamos o número de lançamentos, apesar das

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

oscilações, o resultado tende ao valor real calculado, no caso, 63,66%. Veja o gráfico abaixo:

Gráfico 1 – Gráfico de dispersão do experimento concreto /Pontos do experimento Concreto**.**



Fonte: Autores (2022)

A tabela abaixo representa os dados obtidos na simulação do experimento no Octave. Como a realização de uma simulação de 200 ou 1000 lançamentos ocorre em segundos, decidimos obter uma melhor precisão dos resultados. Para isso, realizamos 10 simulações com cada valor (isto é, 10 resultados com 200 lançamentos, 10 com 400, etc.). Conforme tabela abaixo:

Tabela 3 – Resultados dos dados Gerados no GNU Octave

Nº de simulações	200	400	600	800	1000
1º	135	257	354	500	633
2º	130	249	364	490	626
3º	111	257	369	527	632
4º	140	240	374	496	655
5º	125	237	395	533	633
6º	123	260	371	500	645
7º	131	249	388	488	613
8º	130	233	395	497	633
9º	130	255	398	525	639

REMUNOM
ISSN 2178-6925

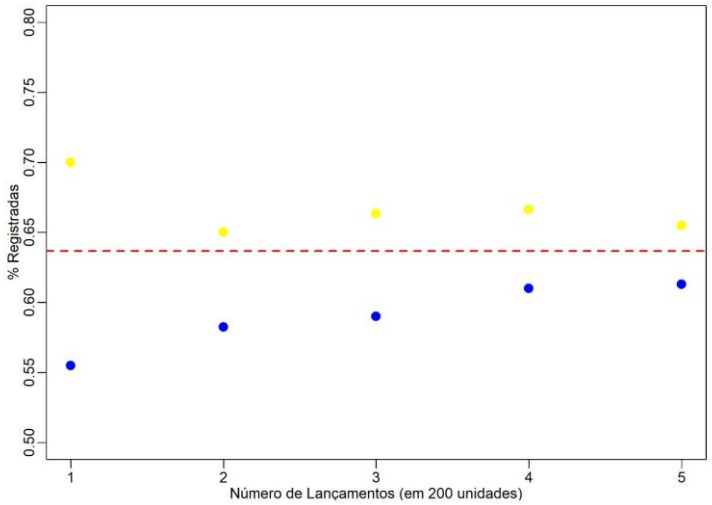
Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

10º	131	251	379	515	642
mín	111	233	354	488	613
máx	140	260	398	533	655
% mín	55,50%	58,25%	59,00%	61,00%	61,30%
% máx	70,00%	65,00%	66,33%	66,63%	65,50%

Fonte: Autores (2022)

Quando realizamos uma simulação com n resultados podemos obter valores acima ou abaixo do resultado esperado ($p \cong 63{,}66\%$), portanto escolhemos os valores mínimos e máximos que representam os extremos dos 10 valores. Desta forma, temos uma maior garantia que os demais estejam dentro deste intervalo. Abaixo representamos os pontos em um gráfico de dispersão:

Gráfico 2–Regressão não-linear dos pontos máximos e mínimos



Fonte: Autores (2022)

Observe que os pontos amarelos (máximo) e azuis (mínimos) tendem a assintotar a reta tracejada vermelha que representa o valor esperado. Aplicando mínimos quadrados, um modelo de regressão não linear, com a função logarítmica, podemos encontrar as curvas que melhor representam esses pontos. Seja f a curva de máximo e g a de mínimo. Teremos:

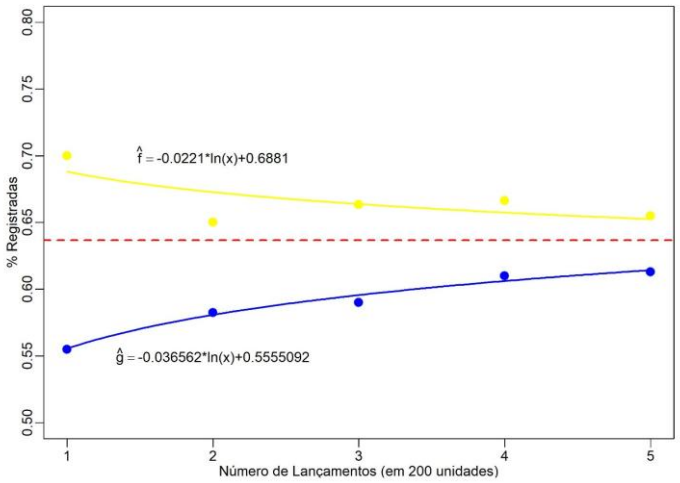
$$f(x) = -0{,}0221.\ln(x) + 0{,}6881 \quad e \quad g(x) = 0{,}036562.\ln(x) + 0{,}555092$$

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

O gráfico abaixo representa as curvas f e g.

Gráfico 3 – Curvas de Regressão não-linear dos pontos máximos e mínimos



Fonte: Autores (2022)

Igualando as curvas, $f(x) = g(x)$, encontramos o ponto de encontro, isto é, $x = 9{,}64$, ou seja, 1928 lançamentos. Aplicando esse valor em uma das funções, f ou g, obtemos $p = 63{,}7945\%$. Como estamos tratando de uma resolução computacional, a priori, supomos não conhecer o resultado, mas a forma como geramos os resultados, ou seja, tomando valores superiores e inferiores, em cada caso, nos permite prever que o valor acima (encontro de ambos) representa a probabilidade procurada ou está bem próximo dela. Assim, se quisermos uma maior aproximação é suficiente aumentar o número de pontos inferiores e superiores. Agora vamos aumentar o número de pontos e de lançamentos por simulação conforme a tabela abaixo:

Tabela 4 – Resultados das simulações no GNU Octave

REMUNOM
ISSN 2178-6925

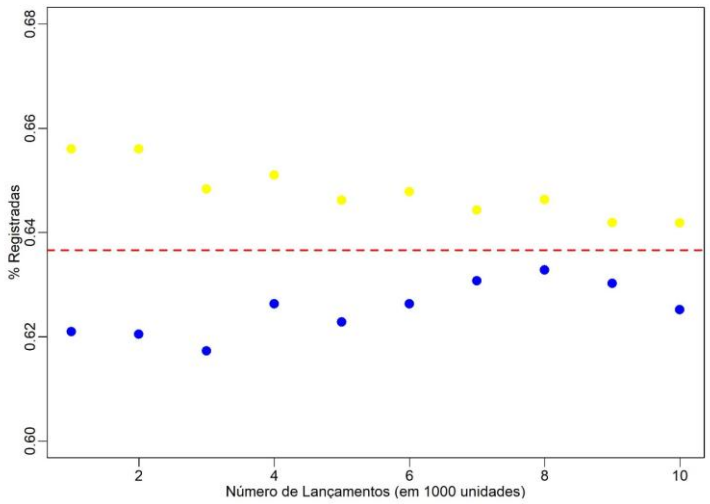
Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

Nº de simulações	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000	10000
1º	629	1241	1918	2580	3221	3887	4449	5090	5777	6359
2º	641	1291	1896	2522	3231	3811	4510	5104	5768	6378
3º	633	1312	1945	2567	3172	3844	4485	5133	5757	6252
4º	638	1253	1929	2604	3179	3846	4418	5084	5734	6341
5º	641	1277	1923	2569	3200	3758	4482	5163	5721	6353
6º	652	1250	1869	2568	3156	3800	4470	5136	5713	6403
7º	651	1273	1897	2505	3191	3813	4433	5170	5728	6396
8º	656	1272	1852	2579	3159	3823	4415	5062	5773	6285
9º	621	1258	1882	2574	3174	3826	4484	5099	5759	6418
10º	622	1261	1909	2567	3114	3806	4484	5081	5672	6313
mín	621	1241	1852	2505	3114	3758	4415	5062	5672	6252
máx	656	1312	1945	2604	3231	3887	4510	5170	5777	6418
% mín	62,10%	62,05%	61,73%	62,63%	62,28%	62,63%	63,07%	63,28%	63,02%	62,52%
% máx	65,60%	65,60%	64,83%	65,10%	64,62%	64,78%	64,43%	64,63%	64,19%	64,18%

Fonte: Autores (2022)

Agora, tomando os valores máximos e mínimos podemos gerar o gráfico de dispersão abaixo:

Gráfico 4 – Dispersão da Regressão não-linear dos pontos máximos e mínimos



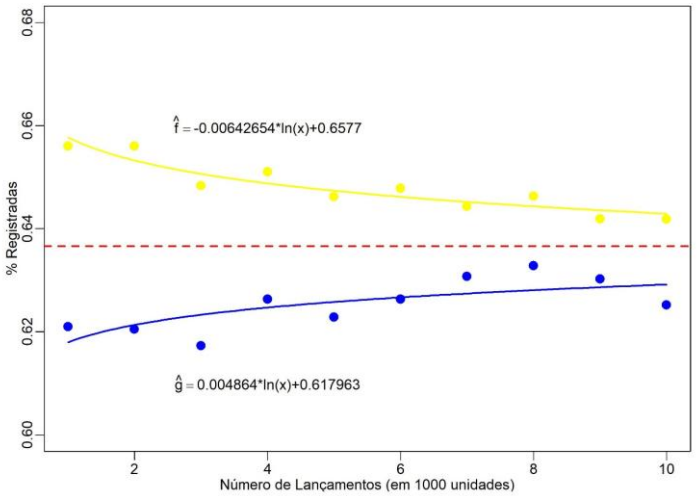
Fonte: Autores (2022).

É importante lembrar que os pontos acima foram gerados por uma função aleatória, o que explica um pouco da irregularidade dos dados, mas apesar disso percebemos a tendência de aproximação da reta horizontal. De todo modo, podemos usar regressão não linear novamente e obter as curvas que melhor relaciona os dados, tanto inferior como superiormente.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

Gráfico 5 – Curvas de Regressão não-linear dos pontos máximos e mínimos



Fonte: Autores (2022)

Igualando as curvas, $f(x) = g(x)$, encontramos o ponto de encontro, isto é, $x = 33{,}664$, ou seja, 33.664 lançamentos. Aplicando esse valor em uma das funções, $f\ ou\ g$, obtemos $p = 63{,}507\%$.

5. Conclusão

Este trabalho apresentou de forma minuciosa o problema das agulhas de Buffon.

Podemos entender a relação do número π com o resultado como foi demonstrado na solução analítica apresentada. A relação deste número tão importante para a matemática com o problema em questão nos permite calcular ou estimar seu valor através dos resultados obtidos. Podemos apresentar as mudanças no ensino com o desenvolvimento de novas habilidades e possibilidades que podem ser geradas através da integração do ensino e pesquisa em matemática com os meios informatizados, em especial, o uso de ferramentas de cálculos computacionais.

Os resultados do experimento concreto demonstraram que é possível obter um resultado razoável através de atividades prática, mas para experimentos que envolvem probabilidades, além da proximidade com o resultado real ser distante do desejado, a realização de experimentos desta natureza de forma prática é

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

trabalhosa e imprecisa. A implementação de uma simulação no software GNU Octave mostra-se mais eficiente e precisa, pois, é possível realizar um número gigantesco de lançamentos em alguns segundos. A geração de dados em grande quantidade nos permite realizar um estudo sutil e com a aplicação de métodos estatísticos elementares como mínimos quadrados é possível a predição de resultados.

Após a realização desta pesquisa surgiram algumas inferências e questionamentos:

1. Como o resultado analítico do problema depende de π, então é possível estimá-lo usando um número relativamente alto de lançamentos, como ficou demonstrado nos resultados. 2. É possível determinar um cálculo aproximado de probabilidade para problemas que eventualmente não tenham uma solução analítica, basta construir uma simulação de tal problema conforme foi feito com o problema das agulhas de Buffon. 3. A metodologia da escolha dos resultados máximo e mínimo, a regressão não linear para estes pontos e obtenção do ponto de encontro das curvas nos garante um resultado preciso? Ou ainda, podemos afirmar com segurança que aquele resultado representa o resultado desejado ou teria uma metodologia de estimar o resultado que se mostra mais eficiente? 4. Em relação ao questionamento anterior, seria possível, uma vez tendo implementado uma simulação de um problema qualquer, construir uma implementação que concatenasse os dados da simulação, a metodologia de escolha dos máximos e mínimos, as curvas de regressão e o ponto de encontro das curvas?

As conclusões e questionamentos acima servem de reflexão e podem ser trabalhadas em estudos posteriores.

Referências

ARAGÃO, J. **Introdução aos estudos quantitativos utilizados em pesquisas científicas**. REVISTA PRÁXIS ano III, nº 6 – agosto. 2011

ALMEIDA. M. E.B: **Formação e prática pedagógica**. São Paulo: Ed. Articulação,

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: 2008.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 14/05/2026 - **Accepted:** 23/06/2026
Vol: 13.13
DOI: 10.66104/ga6wjb55
Pages: 1-35

CRESPO, Antônio Arnot. **Estatística fácil**. Saraiva Educação SA, 2017.

EVES, H. **História da Matemática**. Campinas: Unicamp, 2008.

FIGUEIREDO, D. G. **Números irracionais e transcendentes**, 3.ed. Rio de Janeiro: SBM, 2002

FONSECA, J. J. S. Metodologia da pesquisa científica. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila.

Fontenelle, B. Mairan, J. Fouchy, J. Condorcet (eds), resumo da comunicação apresentada por Buffon à Académie Royale des Sciences. Histoire de l'Académie Royale des Sciences, 1733, 43-45. Paris, Imprimimerie Royale, 1735.

GIL, A. C. Como elaborar projetos de pesquisa. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

GARCES, S. B. B. **Classificação e Tipos de Pesquisas.** Universidade de Cruz Alta – Unicruz; Abril de 2010.

GIL, A. C. **Metodologia do Ensino Superior**. 4ª ed. São Paulo: Editora Atlas, 2008

MORAN, J. M. **RELATOS DE EXPERIÊNCIAS Como utilizar a Internet na educação**. In: Ci. Inf. v. 26 n. 2, Brasília, DF., May/Aug. 1997. Acesso em: 7 abr. 2012

MORAN, José Manuel et al. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 6. ed. Campinas: Papirus, 2000.

P.S. Laplace. Théorie Analythique des Probabilités, 1812. Oeuvres completes, tome VII. Paris, GauthierVillars, 1886.

SILVA, J. D. **Tecnologia e educação: artefatos tecnológicos na dependência de mediadores transformadores**. In: APASE, Ano XI nº 26 – outubro de 2010, p. 7-10.

WILL, D. E. M. **Metodologia da pesquisa científica**. Livro digital. 2ª ed. Palhoça. Unisul Virtual, 2012.