Revista Multidisciplinar do Nordeste Mineiro, v.05, 2025
ISSN 2178-6925
DOI: 10.61164/rmnm.v5i1.3663

DIFERENCIAIS NA PONTE TACOMA NARROWS: A EXPLICAÇÃO DO DESABAMENTO

CALCULATION OF THE RADIUS OF THE EARTH USING AN ELECTRONIC THEODOLITE: AN EXTRA-CLASS ACTIVITY

Roberto Arruda Lima Soares
Doutor, Instituto Federal do Piauí - IFPI, Brasil
E-mail: robertoarruda@ifpi.edu.br

Lorena da silva Araújo Pereira
Especialista, Secretaria de Educação do Piauí, Brasil
E-mail: loreníssima_11@hotmail.com

Fernando Rocha Barbosa
Mestre, Instituto Federal do Piauí - IFPI, Brasil
fernando.rocha@ifpi.edu.br

Recebido: 01/03/2025 – Aceito: 14/03/2025

Resumo

O desmoronamento da ponte suspensa Tacoma Narrows em 1940 fomentou pesquisas sobre a causa do colapso causado pela força do vento que provocava grandes oscilações verticais no seu leito. Também promoveu estudos mais avançados sobre o comportamento de pontes e outras edificações sob influência de forças externas. Estudos realizados na época mostraram que o desmoronamento foi provocado por um fenômeno linear, a ressonância. Porém pesquisas mais recentes afirmam que as causas foram por efeitos não-lineares. O presente trabalho pretende apresentar as justificativas de tais hipóteses, assim como uma análise de um modelo simplificado desta última.

Palavras-chave: oscilações, ressonância, modelo não-linear.

Abstract

The collapse of the Tacoma Narrows suspension bridge in 1940 fostered research into the cause of the collapse caused by the force of the wind that caused large vertical oscillations in its bed. He also promoted more advanced studies on the behavior of bridges and other

ISSN 2178-6925
DOI: 10.61164/rmnm.v5i1.3663

buildings under the influence of external forces. Studies carried out at the time showed that the collapse was caused by a linear phenomenon, resonance. However, more recent research claims that the causes were due to nonlinear effects. The present work intends to present the justifications of such hypotheses, as well as an analysis of a simplified model of the latter.

Keywords: oscillations, resonance, nonlinear model.

1. Introdução

Tacoma Narrows foi o nome dado a uma ponte construída no verão de 1940, localizada no estreito de Tacoma da cidade de Washington – EUA. No dia 7 de novembro, quatro meses após sua inauguração, a ponte desabou devido as oscilações provocadas pelo vento. A partir daí, diversas foram as suposições sobre as causas do desmoronamento. A primeira hipótese, de efeito linear, a ressonância induzida pelos ventos que ao colidirem com a estrutura acontecia o fenômeno de von Karmán ou vórtices de von Karmán [1]. Através deste fenômeno, afirmava-se que o vento era separado pela parte lateral da ponte que acarreta a formação de vórtices na parte contrária a incidência, implicando força na direção vertical com a mesma frequência das produzidas pela ponte. Esta hipótese foi descartada em dezembro de 1990, por Lazer e McKenna [2] com o artigo publicado “Large-Amplitude Periodic oscillations in Suspension Bridges: Some New Connections with Nonlinear Analysis”. No trabalho se ressalta que as causas do colapso não poderiam ser provocadas por ressonância devido a inconstância das forças externas, e sustentaram a hipótese de que a torção que esticava e comprimia os cabos existentes na estrutura da ponte eram promovidas por fenômenos não-lineares.

A realização do estudo do modelo matemático proposto, assim como sua validação como causa do desabamento da ponte Tacoma Narrows se torna bem mais interessante e consistente do que o fenômeno de ressonância apontado como causa do colapso. A avaliação mais aprofundada de modelos matemáticos no campo da equações diferenciais propostos por outro autores, permite um amadurecimento matemático, estimula e motiva o instinto investigativo,

Revista Multidisciplinar do Nordeste Mineiro, v.05, 2025
ISSN 2178-6925
DOI: 10.61164/rmnm.v5i1.3663

promovendo uma experiência interessante e promissora a ser socializada e divulgada entre seus pares.

Este trabalho tem como principal objetivo investigar e validar o modelo matemática proposto por Lazer e McKenna que explica a causa do desmoronamento da ponte Tacoma Narrows. Para atingir esse propósito, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

- Realizar o estudo do efeito de ressonância que foi apontado inicialmente como a causa do colapso da ponte;
- Avaliar o modelo matemático proposto pelos autores Lazer e McKenna da causa do desabamento da ponte Tacoma Narrows;
- Validar e interpretar graficamente esse modelo matemático proposto.

Esses objetivos buscam contribuir para uma compreensão mais aprofundada e precisa da causa do colapso da ponte Tacoma Narrows, pois o modelo proposto é mais adequado por considerar outras variáveis e um modelo não-linear, diferente do modelo linear de equação diferencial linear proposta inicialmente na época do desmoronamento.

2. Movimento forçado não amortecido e ressonância

Um modelo que representa um movimento forçado não amortecido num sistema massa-mola é dado pela Equação 1 diferencial ordinária linear não homogênea:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + w^2x = F_0 senyt \qquad \text{(Equação 1)}$$

Onde F_0 é uma constante; $w^2 = k/m$; $y = q/2m$; k é a constante da mola; m é a massa conectada; q é a constante de amortecimento; $w \neq y$.

Dessa forma, a solução da Equação 1 de problema inicial, $x(0) = 0$ e $x'(0) = 0$, é dada por:

$$x(t) = \frac{F_0}{w(w^2 - y^2)} - ysenwt + wsenyt$$

Revista Multidisciplinar do Nordeste Mineiro, v.05, 2025
ISSN 2178-6925
DOI: 10.61164/rmnm.v5i1.3663

Agora, aplicar-se um processo que permita coincidir a frequência de força externa (y/2π) com a frequência da vibração livre (w/2π). Assim, aplicando a regra de L'Hôpital para calcular x(t) quando y se aproxima de w, temos:

$$x(t) = \frac{F_0}{2w^2} senwt - \frac{F_0}{2w} tcoswt$$

Observe que esta solução atende as condições iniciais dada no problema original. Além disso, verifica-se que o módulo de $x(t_n)$ tende ao infinito, quando $t_n = n\pi/w$, para n = 1, 2,.... conforme apresenta a Figura 1. Este fenômeno é conhecido como ressonância pura que pode provocar grandes amplitudes de vibrações e provocar colapso como o ocorrido na Ponte Tacoma Narrows.

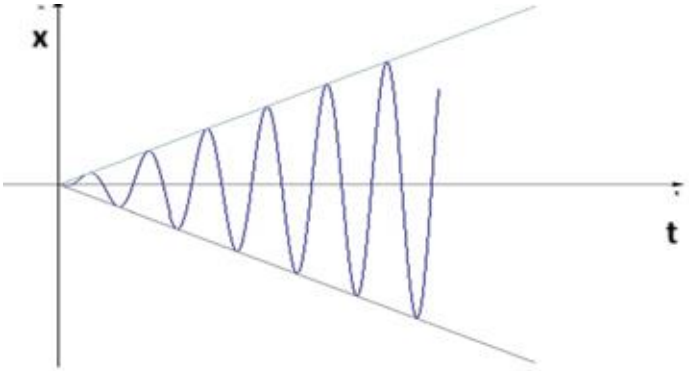

Figura 1: Amplitude vibracional provocada por ressonância.

3. Modelo não-linear simplificado

Um modelo não-linear simplificado apresentado por Dennis G. Zill [3] e similar ao modelo de Lazer e McKenna será mostrado a seguir. Considere um cabo vertical de uma ponte suspensa de tal forma que se comporte como uma mola, mas com características distintas sob tensão e compressão. Quando alongado, age como uma mola com constante de Hooke **b**, e quando comprimido, com uma constante de Hooke **a**. Suponha também que **a** < **b**. Seja **x(t)** a deflexão vertical da parte da pista ligada a esse cabo e com o sentido positivo para baixo, onde t representa o tempo e x = 0 representa a posição de equilíbrio. Com a oscilação da pista provocada pelos vórtices de von Karman, o cabo responde com uma força

Revista Multidisciplinar do Nordeste Mineiro, v.05, 2025
ISSN 2178-6925
DOI: 10.61164/rmnm.v5i1.3663

restauradora para cima **bx** quando x ≥ 0 e uma força restauradora para baixo igual a **ax** quando x < 0. Na ausência de amortecimento, um modelo não-linear para o movimento forçado é dado pela Equação 2:

$$\mathbf{mx'' + F(x) = g(t)} \qquad \text{(Equação 2)}$$

Onde F(x) é definida por partes: F(x) = bx, para x ≥ 0 e F(x) = ax, para x < 0. A função **g(t)** é a força aplicada e **m** é a massa da seção da pista. A Equação 2 é linear para x ≥ 0 ou x < 0. Vejamos as soluções gráficas (Figuras 2 e 3) para m = 1, b = 4, a = 1 e g(t) = sen4t e com a pista inicialmente na posição de equilíbrio com velocidades iniciais 1 e 2, respectivamente:

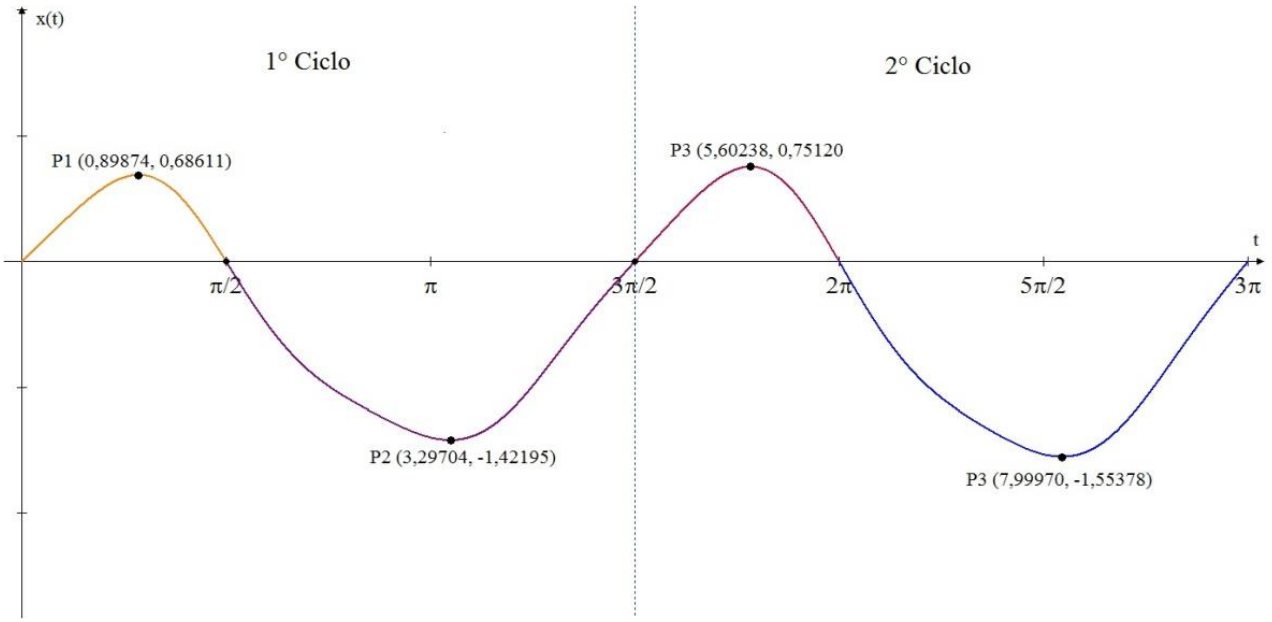

Figura 2: Representação gráfica da solução da Equação 2 para velocidade inicial igual a 1.

Revista Multidisciplinar do Nordeste Mineiro, v.05, 2025
ISSN 2178-6925
DOI: 10.61164/rmnm.v5i1.3663

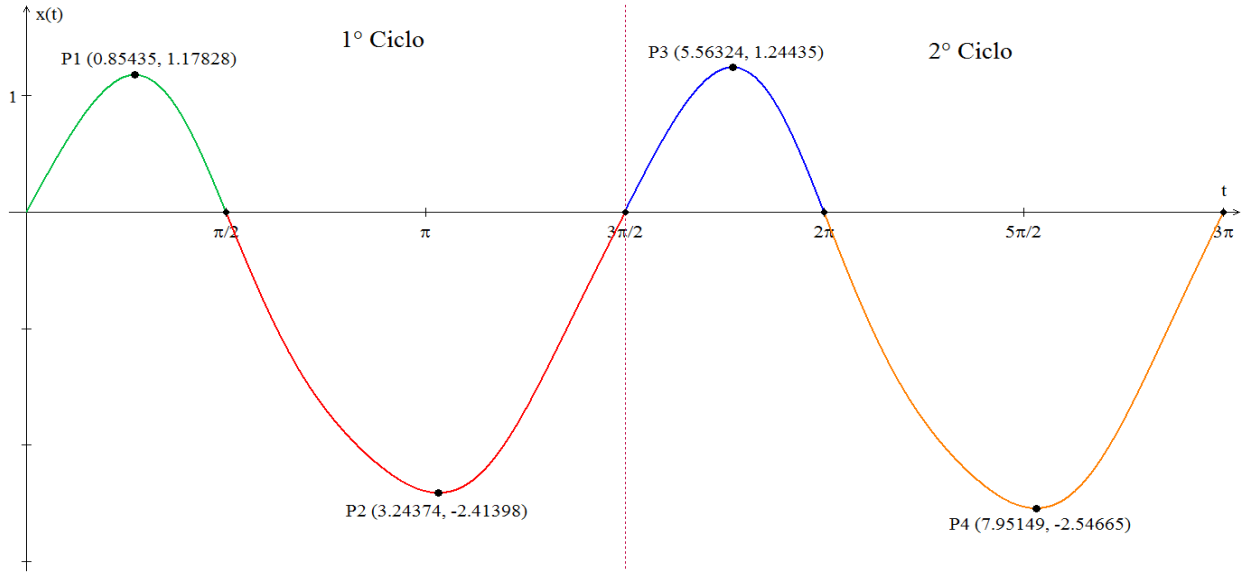

Figura 3: Representação gráfica da solução da Equação 2 para velocidade inicial igual a 2.

Como se pode observar nos dois gráficos, a amplitude da deflexão vertical é maior para $x < 0$ e ambas aumentam a cada ciclo. Também se observa uma maior amplitude com a velocidade inicial também maior. Isto pode justificar o colapso da Ponte Tacoma, pois dia da queda se conferiu ventos com velocidade de até 70km/h, sendo que a média era bem menor. Esta incidência pode ter forçado os cabos da ponte além de sua capacidade de elasticidade e provocado o rompimento.

4. Conclusão

De acordo com o exposto, verifica-se que as hipóteses das causas do desmoronamento da Ponte Tacoma Narrows são fundamentadas e justificadas em estudos envolvendo equações diferencias, sendo a causa de efeitos não-lineares a mais consistente devido a análise mais realística dos fenômenos envolvidos. Destaca-se também a fundamental a importância das equações diferenciais na solução de diversos problemas reais.

ISSN 2178-6925
DOI: 10.61164/rmnm.v5i1.3663

Referências

[1] TEIXEIRA, O. P. B.; CINDRA, J. L.; MONTEIRO, M. A. A.; AMARANTE, A. R. S. Mecânica dos Fluidos: algumas considerações sobre a viscosidade. In: XVI Simpósio Nacional de Ensino de Física, 2005, Rio de Janeiro. Resumos do XVI SNEF, 2005, v. único: p. 171 – 171.

[2] LAZER, A. C.; McKENNA, P. J. Large-Amplitude Periodic Oscillantions in Suspension Bribges: Some New Connections with Nonlinear Analysis. SIAM, Filadélfia. Vol. 32, n. 4, p. 537578, dez, 1990.

[3] ZILL, Dennis G. Equações Diferenciais com Aplicações em Modelagem. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2003.