Revista Multidisciplinar do Nordeste Mineiro, v.11, 2025
ISSN 2178-6925
DOI: 10.61164/rmnm.v11i1.4171

ANÁLISE EXPERIMENTAL E APLICAÇÕES INTERDISCIPLINARES DO SISTEMA Mmassa-MOLA: UMA ABORDAGEM ATRAVÉS DA LEI DE *HOOKE*

EXPERIMENTAL ANALYSIS AND INTERDISCIPLINAR Y APLICATIONS OF THE MASS-SPRING SYSTEM: AN APPROACH THROUGH HOOKE'S LAW

Ezequias Matos Esteves
Doutor e Professor Titular do Instituto Federal do Piauí – IFPI, Teresina/PI, Brasil
e-mail: ezequias@ifpi.edu.br

Ronaldo Campelo da Costa
Doutor e Professor Titular do Instituto Federal do Piauí – IFPI, Picos/PI, Brasil
e-mail: ronaldocampelo@ifpi.edu.br

Davi Willams de Paiva Alcântara
Mestrando em Matemática/Profmat, Instituto Federal do Piauí –IFPI
e-mail: davialcantara18@gmail.com

Genilson Soares da Silva
Mestrando em Matemática/Profmat, Instituto Federal do Piauí – IFPI
e-mail: genilsondida@gmail.com

Recebido: 01/06/2025 – Aceito: 12/06/2025

Resumo

O sistema massa-mola é um modelo clássico da Física que representa fenômenos oscilatórios por meio da relação entre força e deformação, conforme descrito pela Lei de *Hooke*. Este trabalho tem como objetivo investigar experimentalmente esse sistema e modelá-lo matematicamente, destacando suas diversas aplicações interdisciplinares. A pesquisa teve início com um levantamento teórico sobre o funcionamento do sistema, seguido pela realização de experimentos e pela formulação de um modelo matemático baseado em equações diferenciais. As análises permitem explorar grandezas físicas como constante elástica, aceleração gravitacional e energia potencial elástica. Além disso, o

ISSN 2178-6925
DOI: 10.61164/rmnm.v11i1.4171

estudo evidencia a aplicabilidade do sistema massa-mola em áreas como a engenharia civil (análise de estruturas sujeitas a abalos sísmicos), mecânica automotiva (sistemas de suspensão), engenharia elétrica (circuitos RLC), medicina (próteses e biomecânica) e física quântica (osciladores harmônicos). Dessa forma, o trabalho reforça o valor pedagógico e científico do tema, contribuindo para a compreensão integrada entre teoria, prática e aplicações reais.

Palavras-chave: Sistema massa-mola; Lei de *Hooke*; Modelagem matemática; Aplicações interdisciplinares.

Abstract

The mass-spring system is a classical model in Physics that represents oscillatory phenomena through the relationship between force and deformation, as described by Hooke's Law. This work aims to experimentally investigate this system and mathematically model it, highlighting its various interdisciplinary applications. The research began with a theoretical review of the system's functioning, followed by experiments and the formulation of a mathematical model based on differential equations. The analyses explore physical quantities such as the spring constant, gravitational acceleration, and elastic potential energy. Furthermore, the study demonstrates the applicability of the mass-spring system in fields such as civil engineering (analysis of structures subject to seismic vibrations), automotive mechanics (suspension systems), electrical engineering (RLC circuits), medicine (prosthetics and biomechanics), and quantum physics (harmonic oscillators). Thus, the work reinforces the pedagogical and scientific value of the topic, contributing to an integrated understanding of theory, practice, and real-world applications.

Keywords: Mass-spring system; Hooke's Law; Mathematical modeling; Interdisciplinary applications.

1. Introdução

O sistema massa-mola constitui um dos modelos mais clássicos e fundamentais da Física, servindo como ponto de partida para a compreensão de fenômenos oscilatórios em diferentes contextos científicos e tecnológicos. Fundamentado na Lei de *Hooke*, esse sistema descreve o comportamento elástico de molas submetidas à ação de forças, estabelecendo uma relação linear entre a força aplicada e a deformação resultante. Sua simplicidade conceitual contrasta com sua ampla aplicabilidade, tornando-o um potencial objeto de estudo experimental e interdisciplinar.

A análise experimental do sistema massa-mola permite investigar parâmetros físicos essenciais, tais como a constante elástica, a aceleração gravitacional e a energia potencial elástica. Além disso, viabiliza a validação de modelos teóricos por meio de dados empíricos, promovendo uma aproximação entre teoria e prática. Sua

ISSN 2178-6925
DOI: 10.61164/rmnm.v11i1.4171

versatilidade torna o tema relevante para diversas áreas do conhecimento, como a engenharia, a medicina, a arquitetura e até mesmo a música, nas quais princípios oscilatórios e vibracionais exercem papéis significativos.

Este trabalho tem como objetivo investigar experimentalmente o sistema massa-mola com base na Lei de *Hooke* e modelá-lo matematicamente por meio de equações diferenciais, destacando suas aplicações interdisciplinares. A pesquisa foi desenvolvida a partir de um levantamento bibliográfico e seguiu os seguintes passos metodológicos: inicialmente, foi realizada uma investigação teórica sobre o funcionamento do sistema; em seguida, conduziram-se experimentos baseados na Lei de *Hooke* e na modelagem matemática; por fim, analisaram-se possíveis aplicações em diferentes campos do conhecimento.

Destacam-se, entre as aplicações práticas, exemplos como: na engenharia civil, a análise de estruturas sujeitas a abalos sísmicos; na mecânica automotiva, o projeto de sistemas de suspensão de veículos; na engenharia elétrica, o estudo de circuitos oscilatórios RLC; na medicina, a modelagem de próteses e da biomecânica; e, na física quântica, a representação de osciladores harmônicos quânticos por meio de modelos matemáticos apropriados.

Dessa forma, este estudo propõe uma abordagem integrada e aplicada do sistema massa-mola, buscando não apenas compreender sua dinâmica a partir da Lei de *Hooke*, mas também evidenciar suas múltiplas aplicações, ressaltando sua relevância tanto no ensino quanto na pesquisa científica.

A partir desse objetivo geral, espera-se alcançar uma compreensão mais ampla dos princípios físicos que regem o comportamento oscilatório dos sistemas elásticos, bem como aprimorar a capacidade de representar tais fenômenos por meio de modelos matemáticos. Essa abordagem permite não apenas validar teorias fundamentais da física clássica, como a Lei de *Hooke*, mas também desenvolver competências em análise experimental, coleta e interpretação de dados e resolução de equações diferenciais.

ISSN 2178-6925
DOI: 10.61164/rmnm.v11i1.4171

Além disso, ao explorar as diversas aplicações interdisciplinares do sistema massa-mola, pretende-se evidenciar sua importância prática em contextos reais, contribuindo para a formação de uma visão mais integrada entre teoria e prática e fortalecendo o vínculo entre a matemática, a física e outras áreas do conhecimento, como as tecnológicas.

Recentemente, diversas pesquisas têm se dedicado a ampliar a aplicabilidade do sistema massa-mola em contextos computacionais e materiais avançados. Suryawanshi e Gupta (2023), propuseram um modelo baseado em malhas regulares de molas para simular materiais ortotrópicos, com destaque para a fidelidade na simulação de deformações complexas. Tais avanços reiteram a capacidade do modelo massa-mola em representar não apenas fenômenos didáticos, mas também sistemas materiais complexos e multifuncionais.

Kudra et al. (2024), destacaram a importância de considerar comportamentos não lineares ao modelar osciladores, como no caso do oscilador de *Duffing* com impacto. Essa abordagem amplia o escopo de análise de sistemas massa-mola, permitindo investigar bifurcações e comportamentos caóticos, altamente relevantes para aplicações em engenharia de controle e dinâmica estrutural.

Estudiosos como Qu et al. (2023), investigaram a aplicação de molas permanentes magnéticas com rigidez variável como alternativa aos sistemas tradicionais. Esses dispositivos introduzem não linearidades ajustáveis, possibilitando controle dinâmico de respostas vibracionais em tempo real, o que representa um avanço tecnológico significativo com aplicações em engenharia mecânica e automação.

Já nos trabalhos de Wang et al. (2025), foi proposto o uso de um sistema híbrido de massa-mola-pêndulo acoplado a um amortecedor para controle de vibrações em estruturas civis. Os resultados, obtidos por meio de testes experimentais e simulações, demonstraram eficácia na supressão de vibrações indesejadas, o que reforça a importância do modelo em projetos de engenharia de precisão.

ISSN 2178-6925
DOI: 10.61164/rmnm.v11i1.4171

Takata (2023) desenvolveu uma metodologia de identificação de parâmetros físicos de sistemas massa-mola amortecidos, utilizando a equação de *Fokker–Planck* e técnicas de máxima verossimilhança aplicadas a respostas estocásticas. Essa abordagem demonstra o potencial do modelo em contextos estatísticos e probabilísticos, tornando-o ainda mais versátil em áreas como análise de sinais e processamento de dados experimentais.

2. Revisão da Literatura

2.1 Lei de Hooke

A Lei de *Hooke* apresenta a força restauradora que existe em vários sistemas quando comprimidos ou estendidos. Ou seja, qualquer material quando uma força age sobre ele, sofrerá uma deformação, que pode ou não ser observada. Como por exemplo, apertar ou torcer uma borracha, esticar ou comprimir uma mola, são situações em que as deformações nos materiais podem ser vistas com facilidade. Ao pressionar uma parede com a mão, tanto o concreto quanto a mão sofrem deformações, apesar de não serem perceptíveis a olho nu. A força restauradora surge sempre no sentido de recuperar o formato original do material e tem origem nas forças intermoleculares que mantém as moléculas e/ou átomos unidos. Assim, por exemplo, uma mola esticada ou comprimida irá retornar ao seu comprimento original devido à ação dessa força restauradora.

> Um material tem comportamento elástico quando as deformações causadas por determinada tensão desaparecem com a retirada dela. Chama-se limite de elasticidade do material o maior valor de tensão para o qual o material ainda apresenta comportamento elástico. (Beer, et al., 1995).

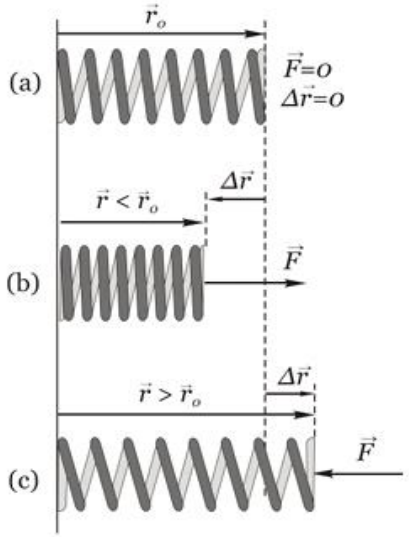
Em outros termos, quando a deformação for minúscula fala-se que o material está no regime elástico, ou seja, volta a sua forma original quando a força que gerou a deformação acaba. Quando as deformações são maiores, o material pode adquirir uma deformação permanente, descrito o regime plástico. Nesta prática observa-se as deformações das molas em regime elástico.

Revista Multidisciplinar do Nordeste Mineiro, v.11, 2025
ISSN 2178-6925
DOI: 10.61164/rmnm.v11i1.4171

Nesse sentido, a compreensão do comportamento elástico das molas torna-se fundamental para a análise e a modelagem do sistema massa-mola. Ao observar a resposta das molas a diferentes cargas dentro do regime elástico, é possível determinar parâmetros importantes, como a constante elástica (ou constante de mola), que quantifica a rigidez do material. Esse parâmetro é essencial para a aplicação da Lei de *Hooke*, permitindo prever com precisão o alongamento ou a compressão da mola em função da força aplicada.

A identificação e o controle desse comportamento são cruciais em diversas áreas tecnológicas e científicas, especialmente naquelas em que se exige precisão na resposta mecânica de componentes elásticos.

Figura 1 – Mola: (a) natural, (b) comprimida e (c) esticada.



Fonte: Elaboração dos autores, 2025.

A Figura 1(a) mostra uma mola com comprimento natural r_0. Se esta for comprimida até um comprimento r < r_0, a força F (também chamada de força restauradora) surge no sentido de recuperar o 1 comprimento original, mostrado na Figura 1(b). Caso a mola seja esticada até um comprimento r > r_0 a força restauradora F terá o sentido mostrado na Figura 1(c). Em todas as situações descritas a força F é proporcional à deformação r definida como r = r – r_0, onde r_0

Revista Multidisciplinar do Nordeste Mineiro, v.11, 2025
ISSN 2178-6925
DOI: 10.61164/rmnm.v11i1.4171

corresponde ao comprimento natural da mola. Em outras palavras, no regime elástico há uma dependência linear entre F e a deformação r, isto é,

$$\vec{F} = -k\Delta\vec{r}$$

onde k é a constante de proporcionalidade denominada de constante elástica da mola, e é uma grandeza característica da mola. A Eq.1 formaliza a lei de *Hooke*. O sinal negativo na Eq.1 indica o fato de que a força F tem sentido contrário a r. Se k é muito grande, significa que é necessário realizar forças muito grandes para esticar ou comprimir a mola, portanto seria o caso de uma mola "dura". Se k é pequeno, quer dizer que a força necessária para realizar uma deformação é pequena, o que corresponde a uma mola "mole".

2.2 Modelagem matemática

A modelagem pode ser entendida como o processo de reconhecer e aplicar conceitos matemáticos em diversas situações do cotidiano, abrangendo variadas áreas da ciência e das atividades humanas. Ao longo da história, a modelagem tem sido empregada em diferentes contextos. Um exemplo clássico é a narrativa que envolve Tales de Mileto, que observou a pirâmide e as sombras projetadas por ela e por seu próprio corpo, utilizando essa observação para calcular a altura da pirâmide e a distância até o local onde se encontrava. Essa modelagem geométrica foi a base para a formulação do Teorema de Tales.

Segundo Stocco e Diniz (2010), a partir da observação repetitiva dos fenômenos naturais, o ser humano compreendeu que alguns deles seguem princípios constantes, o que possibilitou a descrição desses fenômenos por meio de expressões matemáticas. Esse entendimento levou ao uso da Matemática como ferramenta para sistematizar as observações, permitindo o desenvolvimento de modelos que representassem as leis naturais ou mesmo situações problemáticas do cotidiano que demandassem soluções.

Conforme Santos (2011), os conceitos matemáticos foram sendo criados ao

ISSN 2178-6925
DOI: 10.61164/rmnm.v11i1.4171

longo da história, tanto pela necessidade da evolução da sociedade, quanto do desenvolvimento da própria Matemática. Grande parte dos achados e conceitos matemáticos não teve de pronto, uma aplicação fora dela, porém em momentos depois, esses conceitos se fizeram presentes no desenvolvimento das diversas ciências e da tecnologia.

A ideia de usar modelos matemáticos teve um grande impulso na revolução industrial, pois havia a necessidade de criar meios de otimizar a produção. Santos (2011) pondera que nesse contexto, foi necessária a criação de modelos teóricos para a implementação de máquinas que substituiriam operários, centros de produção, armazenamento, logística, entre outros.

A modelagem matemática consiste em um método de ensino que proporciona ao estudante aproximar-se de conteúdos matemáticos segundo fenômenos da sua realidade. Por seguinte, a modelagem matemática tem como objetivo explicar matematicamente situações do cotidiano, das mais diversas áreas da Ciência, com a intenção de educar matematicamente. Ela permite uma inversão do “modelo tradicional” de ensino, visto que por meio da modelagem selecionam-se primeiramente os problemas e deles surgem os conteúdos matemáticos, de modo a resolvê-los (BURAK, 1987, 1992).

No que diz Bassanezi (2015), a modelagem matemática constitui-se na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.

2.3 Interdisciplinares na Educação

A interdisciplinaridade é um tema amplamente discutido no meio acadêmico, visando promover a interação entre diferentes disciplinas ou áreas de conhecimento em um único projeto, atividade ou pesquisa. Seu objetivo é possibilitar uma abordagem mais abrangente para a resolução de problemas complexos, que não podem ser facilmente tratados por uma única disciplina isoladamente (Fortes, 2009).

A origem da palavra “interdisciplinaridade” vem do latim, onde “inter” significa entre e “disciplina” menciona-se a uma área específica do estudo ou conhecimento.

ISSN 2178-6925
DOI: 10.61164/rmnm.v11i1.4171

Por conseguinte, a interdisciplinaridade pode ser compreendida como a integração entre diversas disciplinas ou áreas do conhecimento que serve para abordar questões complexas de formas mais extensiva e satisfatória.

A interdisciplinaridade é fundamental em diversos campos, como na ciência, tecnologia, saúde e ciências sociais. Por exemplo, ela é amplamente utilizada em pesquisas científicas nas áreas de matemática, química, física e biologia, com o objetivo de abordar questões complexas e desenvolver soluções inovadoras. Segundo Sócrates, a porta para o conhecimento está na troca de ideias, o que sugere que a filosofia existe justamente por suas interações com as ciências. Para Ivani Fazenda (1995), é necessário conhecermo-nos a nós mesmos para traçar o caminho da história do conhecimento. Dessa forma, a reflexão e o intercâmbio de ideias são essenciais para o desenvolvimento do saber.

> Conhecer a si mesmo é conhecer em totalidade, interdisciplinarmente. Em Sócrates, a totalidade só é possível pela busca da interioridade. Quanto mais se interiorizar, mais certezas vai se adquirindo da ignorância, da limitação, da provisoriedade. A interioridade nos conduz a um profundo exercício de humildade (fundamento maior e primeiro da interdisciplinaridade). Da dúvida interior à dúvida exterior, do conhecimento de mim mesmo à procura do outro, do mundo. Da dúvida geradora de dúvidas, a primeira grande contradição e nela a possibilidade do conhecimento... Do conhecimento de mim mesmo ao conhecimento da totalidade (Fazenda, 1995, p. 18).

A interdisciplinaridade é reconhecida no ambiente profissional, onde a cooperação entre diversas áreas de conhecimento pode levar a uma maior criatividade, inovação e eficiência na resolução de problemas e no desenvolvimento de novos produtos ou serviços (Fortes, 2009).

Com isso, as práticas interdisciplinares são indispensáveis para proporcionar a inclusão e a diversidade, pois permitem a articulação de diversas áreas do conhecimento e a cooperação de profissionais de diversas áreas, conectando esforços e conhecimentos para criar estratégias mais eficazes e abrangentes que atendam às necessidades de todos os indivíduos.

Revista Multidisciplinar do Nordeste Mineiro, v.11, 2025
ISSN 2178-6925
DOI: 10.61164/rmnm.v11i1.4171

A metodologia adotada neste estudo baseia-se em uma pesquisa bibliográfica, com o objetivo de embasar teoricamente a análise experimental e as aplicações interdisciplinares do sistema massa-mola, sob a perspectiva da Lei de *Hooke*. De acordo com Pizzani et al. (2012, p. 54), a pesquisa bibliográfica consiste na "[…] revisão de literatura sobre as principais teorias que norteiam o trabalho científico", podendo ser realizada a partir de fontes como livros, periódicos, artigos de jornais, sites da internet, entre outros.

O objetivo deste estudo foi investigar experimentalmente o sistema massa-mola com base na Lei de *Hooke* e modelá-lo matematicamente por meio de uma equação diferencial, destacando suas aplicações interdisciplinares em áreas como engenharia civil, mecânica automotiva, engenharia elétrica, medicina e física quântica. A pesquisa foi estruturada em três etapas: inicialmente, realizou-se um levantamento teórico sobre o funcionamento do sistema massa-mola; em seguida, conduziram-se experimentos baseados na Lei de *Hooke* e na modelagem matemática; por fim, foram analisadas suas aplicações em diferentes campos do conhecimento.

Para o desenvolvimento da pesquisa, foram considerados três eixos principais. O primeiro refere-se à experimentação prática do sistema massa-mola; o segundo trata da sua modelagem matemática com base na Lei de *Hooke*; e o terceiro aborda suas aplicações interdisciplinares, com destaque para as áreas da engenharia civil, mecânica automotiva, engenharia elétrica, medicina e física quântica.

Além disso, estudamos as aplicações da temática dentro da medicina, da física quântica, da engenharia elétrica, mecânica automotiva e da engenharia civil.

Medicina – modelagem de próteses

Com o fim das guerras, muitos soldados retornaram com lesões graves e mutilações, especialmente nos membros inferiores. Diante dessa realidade, tornou-se necessário o tratamento ortopédico com o uso de próteses, órteses e programas de reabilitação, a fim de recuperar movimentos e possibilitar a realização de

ISSN 2178-6925
DOI: 10.61164/rmnm.v11i1.4171

atividades funcionais do cotidiano. Com o passar dos anos, diversos médicos e pesquisadores passaram a se dedicar ao aprimoramento das técnicas de reabilitação e à evolução na confecção de próteses, contribuindo significativamente para a melhoria da qualidade de vida desses pacientes.

Um exemplo notável nesse contexto é o trabalho de Verne Thompson Inman (1905–1980), que aplicou teorias da engenharia mecânica a problemas clínicos com o objetivo de projetar próteses para amputados. Inman dedicou-se ao estudo da biomecânica da locomoção humana e comprovou a hipótese de que o padrão de marcha mais eficiente é aquele que minimiza as excursões verticais e laterais do centro de gravidade do corpo (COG). Ele identificou os chamados determinantes da marcha, ou seja, características do padrão de movimento que contribuem para reduzir essas variações no COG durante a caminhada.

Além disso, Inman caracterizou cinco movimentos distintos associados ao deslocamento humano, estabelecendo as bases para a compreensão da marcha normal. Esses estudos históricos demonstram como as próteses evoluíram ao longo do tempo e como a pesquisa científica forneceu informações essenciais para o desenvolvimento de dispositivos mais eficientes e adaptáveis ao movimento natural do corpo humano. A partir dessas investigações, tornou-se possível projetar próteses com melhor desempenho funcional, promovendo maior conforto, mobilidade e qualidade de vida aos usuários.

Dessa forma, ao alinhar a modelagem matemática com a Lei de *Hooke*, é possível compreender melhor a função mecânica do sistema musculoesquelético durante a execução de tarefas motoras. A aplicação de forças que geram movimento nesse sistema é extremamente complexa de se mensurar diretamente, devido à interação entre músculos, ossos, tendões e articulações. No entanto, modelos baseados na Lei de *Hooke* permitem representar, de maneira simplificada, o comportamento elástico de estruturas corporais, como ligamentos e tendões, auxiliando na análise dos movimentos e no desenvolvimento de dispositivos ortopédicos, como as próteses.

Revista Multidisciplinar do Nordeste Mineiro, v.11, 2025
ISSN 2178-6925
DOI: 10.61164/rmnm.v11i1.4171

Nesse contexto, ao aplicar a modelagem matemática aliada à interdisciplinaridade entre as áreas da saúde, da física e da engenharia de próteses, torna-se possível desenvolver representações matemáticas capazes de resolver padrões e problemas que, por meio da mecânica tradicional das próteses, seriam de difícil abordagem. Como destaca Burak (1987, 1992), “a modelagem matemática tem como objetivo explicar matematicamente situações do cotidiano, das mais diversas áreas da Ciência, com a intenção de educar matematicamente”. Um exemplo claro é a aplicação da Lei de *Hooke*, que permite determinar a força elástica exercida por uma mola a partir de sua deformação — algo que, muitas vezes, não pode ser medido diretamente. Esse princípio pode ser estendido à análise de componentes biomecânicos, como tendões e ligamentos artificiais, auxiliando no desenvolvimento de próteses mais eficazes, adaptadas ao comportamento dinâmico do corpo humano.

Dessa forma, é possível realizar diversos estudos que aplicam a modelagem matemática baseada na Lei de *Hooke*, combinada com medições experimentais não invasivas, para calcular forças internas que não podem ser diretamente mensuradas no sistema musculoesquelético. Por meio da análise de dinâmica inversa, torna-se viável identificar os padrões de força exercidos durante os movimentos desse sistema, com o objetivo de aprimorar o desenvolvimento e a funcionalidade de próteses.

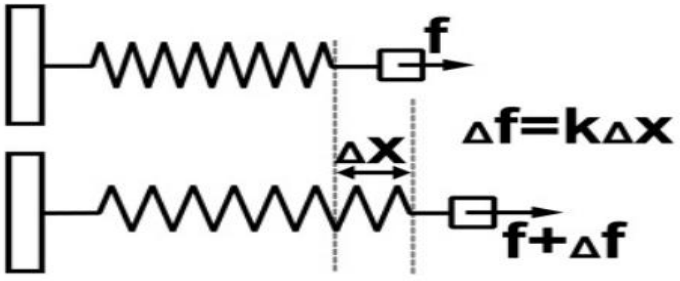


Figura: Determinação da força não mensurável (Δf) na mola a partir da deformação medida da mola (Δx) usando a Lei de *Hooke*.

Ao analisar valores mensuráveis relacionados ao movimento humano do sistema musculoesquelético — obtidos por meio de marcadores cutâneos e

Revista Multidisciplinar do Nordeste Mineiro, v.11, 2025
ISSN 2178-6925
DOI: 10.61164/rmnm.v11i1.4171

capturados por sistemas de análise de movimento, bem como as forças externas aplicadas, medidas por plataformas de força — é possível integrar esses dados em modelos matemáticos. Essa abordagem permite o desenvolvimento de próteses biomecânicas que reproduzem com maior fidelidade os movimentos naturais do sistema musculoesquelético, proporcionando uma melhor qualidade de vida aos seus usuários.

Física Quântica – osciladores harmônicos quânticos.

A Lei de *Hooke*, expressa pela equação F = −kx, descreve a força restauradora em um sistema elástico ideal, onde a deformação é proporcional à força aplicada em equilíbrio. Esse princípio clássico serve como base conceitual para a modelagem das vibrações atômicas em estruturas periódicas, como as redes cristalinas.

Nos sólidos, os átomos oscilam em torno de suas posições de equilíbrio e interagem com seus vizinhos como se estivessem ligados por "molas" quânticas. Essas vibrações coletivas são quantizadas na forma de fônons, que podem ser tratados como osciladores harmônicos quânticos. No modelo quântico, cada átomo em uma rede cristalina vibra de forma análoga a um oscilador harmônico, com a energia vibracional quantizada segundo:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) h\,\omega$$

onde n é o número quântico vibracional (n = 0, 1, 2, ...), h é a constante de Planck e ω é a frequência angular da oscilação.

Engenharia Elétrica – análise de circuitos oscilatórios RLC.

Um circuito oscilatório RLC — também conhecido como circuito ressonante ou circuito receptor — é composto por um resistor (R), um indutor (L) e um capacitor (C), conectados em série ou em paralelo. Do ponto de vista matemático, trata-se de um circuito de segunda ordem, pois o comportamento da tensão ou corrente pode

Revista Multidisciplinar do Nordeste Mineiro, v.11, 2025
ISSN 2178-6925
DOI: 10.61164/rmnm.v11i1.4171

ser descrito por uma equação diferencial de segunda ordem. Esses circuitos são amplamente utilizados na área de telecomunicações, devido à sua capacidade de filtrar e ressoar em frequências específicas.

A resistência representa a oposição ao fluxo de corrente em um circuito elétrico, sendo o resistor o componente responsável por essa resistência. Ou seja, o resistor é um dispositivo utilizado para controlar a intensidade da corrente elétrica em um circuito, provocando uma redução do fluxo de elétrons. Além disso, ele converte parte da energia elétrica em energia térmica.

O indutor é o elemento do circuito que armazena energia em um campo magnético gerado pela corrente elétrica que passa por ele. Quando a corrente cessa, o indutor libera a energia armazenada, porém, se removido do circuito, não há mais energia armazenada.

O capacitor, por sua vez, é um dispositivo de duas conexões que armazena energia na forma de um campo elétrico entre suas placas. Diferentemente do resistor, que dissipa energia em forma de calor, o capacitor acumula e libera energia elétrica, desempenhando papel fundamental em circuitos oscilatórios.

A partir dos componentes resistor, indutor e capacitor, o comportamento do circuito RLC pode ser descrito por uma equação diferencial de segunda ordem. Para um circuito RLC série, a equação que rege a corrente elétrica i(t) é dada por:

$$L\frac{d^2i}{dt^2} + R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}i = V(t)$$

onde L é a indutância, R a resistência, C a capacitância e V(t) a tensão aplicada ao circuito. Dividindo todos os termos por L, a equação pode ser escrita como:

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} + \frac{1}{LC}i = \frac{1}{L}V(t)$$

ISSN 2178-6925
DOI: 10.61164/rmnm.v11i1.4171

Esta equação expressa a dinâmica da corrente elétrica no circuito, considerando as influências do armazenamento de energia magnética pelo indutor, da dissipação de energia pelo resistor e do armazenamento de energia elétrica pelo capacitor. Por meio da análise dessa equação, é possível compreender os fenômenos de oscilações e amortecimento que ocorrem em circuitos RLC, os quais são fundamentais em diversas aplicações na engenharia elétrica, especialmente em sistemas de telecomunicações.

Matematicamente falando, o circuito RLC tradicional é frequentemente comparado ao sistema mecânico massa-mola, devido à similaridade das equações diferenciais que os descrevem, bem como ao comportamento das soluções e aos componentes energéticos envolvidos — elétrica, magnética, cinética e potencial, respectivamente.

Nesse contexto, a modelagem matemática possibilita a compreensão e o desenvolvimento de filtros analógicos, os quais são amplamente utilizados em diversos setores da comunicação e em equipamentos que demandam o processamento adequado de sinais.

Mecânica Automotiva – projeto de sistemas de suspensão de veículos.

Uma aplicação bastante comum da Lei de *Hooke* está nos sistemas de suspensão de veículos. Nesse contexto, a mola do sistema de suspensão é projetada para absorver e armazenar a energia mecânica gerada pelas irregularidades do terreno, permitindo que o veículo mantenha estabilidade e conforto. A constante elástica *k* da mola determina a rigidez da suspensão: valores elevados de *k* resultam em uma suspensão mais rígida, com menor deslocamento da massa, enquanto valores menores permitem maior amortecimento dos impactos, favorecendo o conforto dos ocupantes.

A modelagem dinâmica de um sistema massa-mola-amortecedor, fundamentada na Lei de *Hooke* e representada pela equação do movimento:

Revista Multidisciplinar do Nordeste Mineiro, v.11, 2025
ISSN 2178-6925
DOI: 10.61164/rmnm.v11i1.4171

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + c\frac{dx}{dt} + kx = F(t)$$

permite representar com precisão o comportamento de veículos submetidos a excitações externas, como buracos, lombadas ou trepidações, onde:

• m representa a massa suspensa do veículo,

• c é o coeficiente de amortecimento do amortecedor hidráulico,

• k é a constante da mola helicoidal (derivada diretamente da Lei de *Hooke*),

• F(t) é a força externa atuante.

Essa modelagem é fundamental para o desenvolvimento de sistemas de suspensão que equilibram conforto e segurança, possibilitando a otimização do desempenho veicular em diferentes condições de estrada.

Engenharia Civil – análise de estruturas sujeitas a abalos sísmicos.

No que se refere ao contexto da engenharia sísmica, a lei de *Hooke* é fundamental para a modelagem e análise do comportamento dinâmico de estruturas expostas a movimentos de base induzidos por terremotos. Ao representar uma edificação como um sistema massa-mola-amortecedor, a resposta da estrutura a uma excitação sísmica pode ser modelada por:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + c\,\frac{dx}{dt} + kx = -m\frac{d^2u_g}{dt^2}$$

onde:

- m é a massa concentrada (geralmente nos pavimentos),

ISSN 2178-6925
DOI: 10.61164/rmnm.v11i1.4171

- c é o coeficiente de amortecimento (devido à dissipação interna e aos dispositivos de dissipação sísmica),
- k é a rigidez estrutural (derivada da constante elástica dos materiais e geometria, conforme a Lei de *Hooke*),
- x é o deslocamento relativo da estrutura,
- u_g(t) é o deslocamento do solo (movimento sísmico).

Essa modelagem é essencial para prever o comportamento da edificação durante tremores, permitindo o dimensionamento de sistemas estruturais mais seguros e eficientes. Através dela, pode-se simular diferentes intensidades de terremotos e verificar se a estrutura permanece dentro dos limites de segurança estabelecidos pelas normas técnicas, como a NBR 15421 (Projeto de estruturas resistentes a sismos), por exemplo.

Além disso, o uso de softwares de simulação baseados em elementos finitos permite que esses modelos sejam implementados com precisão, considerando múltiplos graus de liberdade e a interação solo-estrutura, o que torna a análise ainda mais realista. Isso demonstra como a interdisciplinaridade entre física, matemática e engenharia civil contribui para soluções tecnológicas que salvam vidas e reduzem prejuízos em zonas sísmicas.

3. Considerações Finais

A abordagem experimental do sistema massa-mola, fundamentada na Lei de *Hooke*, evidenciou não apenas sua eficácia na validação de modelos físicos clássicos, mas também sua relevância como ferramenta de análise em diversas áreas do conhecimento. A relação linear entre força e deformação, característica fundamental do comportamento das molas, constitui um princípio essencial que transcende a Física, estabelecendo conexões significativas com a Engenharia, a Biomecânica, a Medicina, a Arquitetura, a Música, entre outras áreas.

ISSN 2178-6925
DOI: 10.61164/rmnm.v11i1.4171

A simplicidade conceitual do modelo massa-mola permite sua aplicação em contextos variados, servindo de base para o estudo de sistemas vibratórios, estruturas elásticas, dispositivos amortecedores, fenômenos oscilatórios e desenvolvimento de próteses. Essa versatilidade reforça a importância de abordagens interdisciplinares que integrem teoria, prática e experimentação, proporcionando uma compreensão mais ampla e aprofundada dos fenômenos naturais, ao mesmo tempo em que amplia as possibilidades de aplicação científica e tecnológica.

Além disso, destaca-se que, sem a modelagem matemática, muitas dessas aplicações não seriam viáveis, uma vez que foi necessário construir estruturas teóricas capazes de representar e resolver os problemas observados. A modelagem, nesse contexto, atuou como ponte entre o fenômeno físico e sua tradução matemática, permitindo análises mais precisas e fundamentadas.

Outro aspecto relevante é o valor pedagógico do sistema massa-mola no ensino de Física e Matemática. Por ser um experimento de fácil montagem e baixo custo, ele possibilita a vivência prática dos conceitos teóricos, tornando o aprendizado mais significativo. A combinação entre experimento e equação diferencial favorece o desenvolvimento do raciocínio científico, estimulando nos alunos a capacidade de observar, levantar hipóteses, testar, modelar e interpretar fenômenos físicos de maneira crítica.

Por fim, o estudo evidencia como um modelo aparentemente simples pode se transformar em uma poderosa ferramenta de investigação e ensino, quando explorado de forma integrada e contextualizada. O sistema massa-mola, ao articular experimentação, modelagem matemática e aplicações interdisciplinares, demonstra seu potencial para fomentar o pensamento científico, promover o diálogo entre áreas do conhecimento e enriquecer práticas pedagógicas voltadas para a formação de sujeitos mais investigativos e reflexivos.

Referências

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Modelagem Matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2015.

BEER F.P. e JOHNSTON Jr. E.R. **Resistência dos Materiais**. 3. ed [Livro]. - São Paulo: Pearson Makron Books, 1995.

BURAK, Dionísio. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem.** 1992. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas. Campinas.

EMBARCADOS. **Circuito RLC Série**. Disponível em URL:https://embarcados.com.br/circuito-rlc-em-serie/acessado em 08/06/2025

FAZENDA, Ivani C.A. I**nterdisciplinaridade: história, teoria e pesquisa. 2** ed., Campinas: Papirus, 1995.

FORTES, M. Interdisciplinaridade: a integração possível. *Revista Brasileira de Educação*, v. 14, n. 40, p. 523–535, 2009.

PIZZANI, L. et al. **A arte da pesquisa bibliográfica na busca do conhecimento**. RDBCI: Revista Digital de Biblioteconomia e Ciência da Informação, Campinas, SP, v. 10, n. 2, p. 53–66, jul./dez, 2012.

R.A. Serway e J.W. Jewett, **Princípios de Física III - Eletromagnetismo** (Ed. Pioneira Thomson Learning, São Paulo, 2004), 1a ed.

SANTOS, Ricardo Ferreira dos. **O uso da modelagem para o ensino da Função seno no ensino médio.** 2014. 129f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade 68 de Ciências Exatas e Tecnologia. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.

STOCCO, Katia Cristina Smole; DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira. **Matemática: Ensino Médio, volume 2,** 6 ed. São Paulo: Saraiva, 2010.

SCIENCEDIRECT. **Biomechanics of human movement and its clinical applications.** Disponível em URL:https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1607551X11001835 acessado em 31/05/2025

KUDRA, Grzegorz; WITKOWSKI, Krzysztof; REZAEI, Mohammad Parsa; AWREJCEWICZ, Jan. Mathematical Modelling and Experimental Validation of Bifurcation Dynamics of One-Degree-of-Freedom Oscillator with Duffing-Type Stiffness and Rigid Obstacle. **Journal of Vibration Engineering & Technologies**, v. 12, p. 737–744, 2024. DOI: 10.1007/s42417-023-00871-2.

QU, Chuan et al. Modeling and analysis of a variable stiffness nonlinear permanent magnetic spring. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: **Journal of Mechanical Engineering Science**, v. 237, n. 14, 2023. DOI: 10.1177/09544062221144383.

SURYAWANSHI, Pradeepkumar; GUPTA, Abhishek. A novel mass spring model for simulating deformable objects. **Journal of Mechanics of Materials and Structures**, v. 18, n. 2, p. 143–168, 2023. DOI: 10.2140/jomms.2023.18.143.

TAKATA, Soichiro. Experimental identification of a lumped mass–spring system based on maximum likelihood estimation using steady response distribution of Fokker–Planck equation. **Mechanical Engineering Journal**, v. 10, n. 1, 2023. DOI: 10.1299/mej.22-00002.

WANG, Qi et al. Experimental and Numerical Investigation of Vibration-Suppression Efficacy in Spring Pendulum Pounding-Tuned Mass Damper. **Applied Sciences**, v. 15, n. 8, p. 4297, 2025. DOI: 10.3390/app15084297.