REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 13/02/2026
Vol: 02.02
DOI: 10.61164/5sxspa96
Pages: 1-23

SIMULAÇÃO NUMÉRICA TRIDIMENSIONAL DO AQUECIMENTO ÔHMICO EM ALIMENTOS

THREE-DIMENSIONAL NUMERICAL SIMULATION OF OHMIC HEATING IN FOOD

SIMULACIÓN NUMÉRICA TRIDIMENSIONAL DEL CALENTAMIENTO ÓHMICO EN ALIMENTOS

Gabriel Paludeto
Bacharel, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Brasil
E-mail: paludeto@alunos.utfpr.edu.br

Leandro da Silva Pereira
Doutorado, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Brasil
E-mail: leandropereira@.utfpr.edu.br

Cosmo Damião Santiago
Doutorado, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Brasil
E-mail: cosmo@utfpr.edu.br

Gylles Ricardo Ströher
Doutorado, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Brasil
E-mail: gylles@utfpr.edu.br

Resumo
Este trabalho apresenta simulações numéricas tridimensionais do aquecimento ôhmico em um meio homogêneo, utilizando um sistema de equações diferenciais parciais não lineares e acopladas que descrevem a condução de calor, a distribuição do campo elétrico e a geração de energia térmica. A abordagem adotada considera a dependência da condutividade elétrica com a temperatura. As equações governantes foram discretizadas por meio do Método das Diferenças Finitas com aproximações de segunda ordem em malha uniforme, usando um esquema totalmente implícito. As análises revelaram uma elevação quase linear da temperatura, com maior intensidade na região central do domínio, onde há maior densidade de corrente elétrica. A geração volumétrica de calor também se concentrou no centro, acompanhando os gradientes do potencial elétrico. Os resultados obtidos mostraram-se consistentes com estudos anteriores e reforçaram a confiabilidade do modelo para aplicações envolvendo aquecimento rápido, uniforme e controlado em sistemas condutivos.

Palavras-chave: Tratamento Térmico de Alimentos; Métodos Numéricos; Diferenças Finitas.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 13/02/2026
Vol: 02.02
DOI: 10.61164/5sxspa96
Pages: 1-23

Abstract
This work presents three-dimensional numerical simulations of ohmic heating in a homogeneous medium, using a system of coupled nonlinear partial differential equations that describe heat conduction, electric field distribution, and thermal energy generation. The approach adopted considers the dependence of electrical conductivity on temperature. The governing equations were discretized using the Finite Difference Method with second-order approximations in a uniform mesh, using a fully implicit scheme. The analyses revealed an almost linear temperature increase, with greater intensity in the central region of the domain, where there is a higher electric current density. Volumetric heat generation was also concentrated in the center, following the gradients of the electric potential. The results obtained were consistent with previous studies and reinforce the reliability of the model for applications involving rapid, uniform, and controlled heating in conductive systems.
Keywords: Thermal Food Processing; Numerical Methods; Finite Differences.

Resumen
Este trabajo presenta simulaciones numéricas tridimensionales del calentamiento óhmico en un medio homogéneo, utilizando un sistema de ecuaciones diferenciales parciales no lineales acopladas que describen la conducción de calor, la distribución del campo eléctrico y la generación de energía térmica. El enfoque adoptado considera la dependencia de la conductividad eléctrica con la temperatura. Las ecuaciones que rigen el proceso se discretizaron mediante el Método de Diferencias Finitas con aproximaciones de segundo orden en una malla uniforme, utilizando un esquema totalmente implícito. Los análisis revelaron un aumento casi lineal de la temperatura, con mayor intensidad en la región central del dominio, donde existe una mayor densidad de corriente eléctrica. La generación de calor volumétrico también se concentró en el centro, siguiendo los gradientes del potencial eléctrico. Los resultados obtenidos fueron consistentes con estudios previos y refuerzan la fiabilidad del modelo para aplicaciones que implican calentamiento rápido, uniforme y controlado en sistemas conductores.
Palabras clave: Procesamiento térmico de alimentos; Métodos numéricos; Diferencias finitas.

1. Introdução

O aquecimento ôhmico, cujo nome faz referência a Georg Simon Ohm, físico alemão responsável pela formulação da Lei de Ohm, baseia-se no Efeito Joule (joule heating), fenômeno descrito por James Prescott Joule em 1841. De acordo com Jaeger et al. (2016), as primeiras aplicações industriais do aquecimento ôhmico para tratamento térmico datam da década de 1920, com o desenvolvimento do processo Electropure. Esse processo consistia no aquecimento contínuo do leite por meio de eletrodos de carbono e corrente alternada de 220 V, operando a uma frequência de

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 13/02/2026
Vol: 02.02
DOI: 10.61164/5sxspa96
Pages: 1-23

60 Hz. Após sua aprovação para pasteurização, a tecnologia foi amplamente difundida nos Estados Unidos e, por volta de 1950, já era utilizada em aproximadamente 50 fábricas, atendendo cerca de 50.000 consumidores.

Embora o princípio físico do aquecimento ôhmico seja conhecido há mais de um século, sua aplicação em alimentos consolidou-se apenas na segunda metade do século XX. Atualmente, essa técnica figura entre as tecnologias emergentes mais investigadas no setor de alimentos, com diversas aplicações industriais e científicas. Inicialmente empregada como método de pasteurização, a tecnologia mostrou-se eficaz na inativação de fungos e bactérias, preservando a qualidade microbiológica dos produtos. No contexto da bioeconomia, o aquecimento ôhmico tem sido utilizado na valorização de diferentes biomassas, destacando-se pela redução do consumo energético e pela diminuição da quantidade de solventes orgânicos necessários em processos de extração de compostos bioativos, quando comparado a métodos convencionais (Pereira; Jung, 2023).

Uma das principais vantagens do aquecimento ôhmico reside na capacidade de promover taxas de aquecimento extremamente rápidas e espacialmente uniformes em todo o volume do alimento (Hayakawa; Nonino; Succar, 1983). Em contraste, métodos térmicos tradicionais, como pasteurização, esterilização, secagem e evaporação, embora amplamente utilizados na indústria alimentícia, apresentam limitações significativas. Segundo Alkanan et al. (2021), tais processos podem ocasionar perdas nutricionais relevantes, além de demandarem elevado consumo energético, comprometendo a sustentabilidade. Nesse sentido, o aquecimento ôhmico tem se destacado como uma alternativa mais eficiente, conforme demonstrado por De Alwis e Fryer (1990). O processo baseia-se no posicionamento de eletrodos condutores nas extremidades de uma câmara, permitindo que o alimento, devido à presença de água e sais, atue como meio condutor de eletricidade. A aplicação de uma diferença de potencial elétrico induz a passagem de corrente elétrica através do produto, resultando na geração volumétrica de calor pelo Efeito Joule (Ye et al., 2004).

Apesar dessas vantagens, para assegurar que o produto não sofra degradação significativa de qualidade durante o aquecimento ôhmico, torna-se

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 13/02/2026
Vol: 02.02
DOI: 10.61164/5sxspa96
Pages: 1-23

essencial o monitoramento de propriedades intensivas, como a temperatura e a tensão elétrica aplicadas ao sistema. O controle adequado dessas grandezas permite ajustar as condições operacionais de modo a evitar a superação de limites críticos que possam comprometer a estrutura física, química ou nutricional do material processado. Nesse contexto, Giuliangeli, Ströher e Shirai (2023) compararam o aquecimento convencional e o aquecimento ôhmico aplicados à polpa de goiaba (*Psidium guajava*) e observaram reduções entre 69% e 95% no teor de ácido ascórbico quando o produto foi submetido a períodos prolongados de aquecimento ôhmico. Esses resultados evidenciam que, apesar das vantagens associadas à rapidez e à uniformidade do aquecimento, a ausência de um controle rigoroso das variáveis elétricas e térmicas pode resultar em perdas nutricionais significativas, reforçando a importância de modelos matemáticos e simulações numéricas como ferramentas de apoio ao projeto e à otimização de sistemas de aquecimento ôhmico.

Além dos avanços experimentais e industriais, o aquecimento ôhmico tem sido amplamente investigado por meio de modelagem matemática e simulações numéricas, as quais desempenham papel fundamental na compreensão dos mecanismos físicos envolvidos e na otimização do processo. Devido à forte dependência da condutividade elétrica com a temperatura, o fenômeno é intrinsecamente não linear e acoplado, exigindo a resolução simultânea das equações de conservação da corrente elétrica, transferência de calor e geração volumétrica de energia. Nesse contexto, métodos numéricos permitem a análise detalhada das distribuições espaciais de temperatura, potencial elétrico e densidade de corrente, grandezas que são de difícil obtenção por meio de técnicas experimentais.

Os primeiros estudos de modelagem numérica do aquecimento ôhmico foram conduzidos por Palaniappan e Sastry (1991) e Palaniappan e Sastry (1992), que desenvolveram modelos unidimensionais e bidimensionais baseados no Método das Diferenças Finitas para descrever o aquecimento de alimentos líquidos e particulados. Esses trabalhos evidenciaram que o aquecimento ôhmico produz perfis de temperatura significativamente mais uniformes quando comparado aos métodos

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 13/02/2026
Vol: 02.02
DOI: 10.61164/5sxspa96
Pages: 1-23

convencionais, além de destacar a importância da correta representação da dependência da condutividade elétrica com a temperatura, $\sigma(T)$, para a previsão da estabilidade térmica do processo. Zhang, Wang e Fryer (2021) desenvolveram um modelo numérico acoplado para o aquecimento ôhmico em configuração colinear, considerando um caso unidimensional em coordenadas cilíndricas e regime transitório. As equações governantes foram resolvidas numericamente no MATLAB, via método dos elementos finitos, apresentando elevada acurácia quando validadas com soluções analíticas.

Posteriormente, diversos autores estenderam essas análises para geometrias mais complexas e condições operacionais mais realistas. Icier e Ilicali (2005) investigaram numericamente o efeito da variação da condutividade elétrica com a temperatura em sistemas de aquecimento ôhmico aplicados a alimentos líquidos, demonstrando que pequenas variações em $\sigma(T)$ podem resultar em diferenças expressivas nos campos de temperatura e na taxa de geração de calor. Estudos adicionais, como os de Zareifard e Ramaswamy (2003) e Lima, Oliveira e Silva (2017), reforçaram que a modelagem numérica constitui uma ferramenta essencial para a identificação de regiões de aquecimento preferencial e de gradientes térmicos potencialmente indesejáveis.

Com os avanços tecnológicos no campo computacional, abordagens tridimensionais passaram a ser empregadas para representar de forma mais fiel os sistemas de aquecimento ôhmico. Essas simulações permitem avaliar efeitos geométricos, condições de contorno complexas e o acoplamento completo entre múltiplos campos físicos (Guo et al., 2017). No entanto, ainda são relativamente escassos os estudos que exploram modelos tridimensionais em domínios uniformes com acoplamento não linear total entre potencial elétrico, temperatura e geração de energia. Embora estudos tridimensionais e bidimensionais (Mamédio, Ströher e Santiago, 2024) já tenham sido reportados na literatura, como aqueles que utilizam métodos de elementos finitos ou abordagens híbridas para sistemas com propriedades elétricas não uniformes (Guo et al. 2017), observa-se que ainda são limitados os trabalhos que exploram a formulação tridimensional em malha estruturada uniforme, com discretização por Diferenças Finitas e acoplamento

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 13/02/2026
Vol: 02.02
DOI: 10.61164/5sxspa96
Pages: 1-23

eletrotérmico totalmente implícito. Além disso, poucos estudos discutem explicitamente a influência do tratamento numérico da condutividade dependente da temperatura sobre a estabilidade e convergência do esquema iterativo. Nesse contexto, o presente trabalho busca contribuir ao propor uma formulação tridimensional sistemática, com detalhamento explícito da discretização e análise de convergência numérica.

2. Modelos Matemático e Numéricos

2.1 Modelos Matemáticos

As equações que governam o fenômeno de aquecimento ôhmico, em um domínio Ω tridimensional conforme Figura 1, consideram a interação entre o potencial elétrico, a condução de calor e a geração de energia térmica em um meio estático. Assim, o problema pode ser modelado por um sistema de três equações diferenciais parciais dependentes do tempo, não lineares e acopladas, que relacionam a distribuição do potencial elétrico, V, e a temperatura, T.

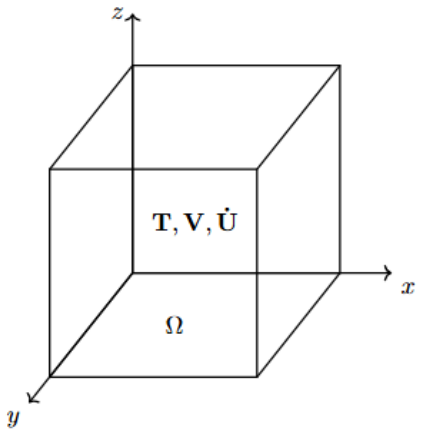


Figura 1. Representação do domínio, Ω, e grandezas físicas $T, V, \dot{U}$.

A formulação adotada baseia-se nas seguintes hipóteses: (i) meio homogêneo e isotrópico; (ii) propriedades térmicas (k, ρ, c_p) constantes; (iii) condutividade elétrica linearmente dependente da temperatura, Eq.(1); (iv) regime eletro quase-estático,

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 13/02/2026
Vol: 02.02
DOI: 10.61164/5sxspa96
Pages: 1-23

sem efeitos capacitivos ou indutivos; (v) ausência de convecção interna; e (vi) geometria regular com eletrodos planos parcialmente aplicados.

A hipótese de homogeneidade é amplamente empregada em modelagens fundamentais de aquecimento ôhmico De Alwis e Fryer (1990) Ye et al., (2004). A consideração de propriedades térmicas constantes é adequada para faixas moderadas de temperatura. O regime eletro quase-estático e a ausência de convecção são compatíveis com sistemas predominantemente condutivos e meios em repouso. Tais simplificações permitem isolar o acoplamento eletrotérmico essencial do problema. Entretanto, variações espaciais de propriedades ou a inclusão de efeitos convectivos podem modificar a intensidade dos gradientes térmicos, constituindo extensão natural para estudos futuros.

Na modelagem proposta para o aquecimento ôhmico, a condutividade elétrica é uma grandeza dependente da temperatura e é calculada por meio da função linear

$$\sigma(T) = BT + C \tag{1}$$

Em que T é a temperatura, B e C são constantes que variam com o potencial elétrico utilizado, Icier e Ilicali (2005).

A equação que governa a conservação da corrente elétrica em um meio anisotrópico ou não homogêneo, amplamente empregada na modelagem de problemas de condução elétrica em materiais com propriedades dependentes da temperatura, é dada, em três dimensões, por De Alwis e Fryer (1990)

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\sigma(T)\frac{\partial V}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\sigma(T)\frac{\partial V}{\partial y}\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[\sigma(T)\frac{\partial V}{\partial z}\right] = 0 \tag{2}$$

em que V denota o potencial elétrico, $\sigma(T)$ é a condutividade elétrica dependente da temperatura e x, y e z são as coordenadas espaciais cartesianas. A Eq. (2) corresponde à forma tridimensional da equação da continuidade da corrente elétrica,

REMUNOM
ISSN 2178-6925
Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 13/02/2026
Vol: 02.02
DOI: 10.61164/5sxspa96
Pages: 1-23

obtida a partir da combinação da Lei de Ohm generalizada com a condição de conservação de carga elétrica.

Essa formulação assume um meio estacionário, na ausência de fontes volumétricas de corrente elétrica e de efeitos capacitivos ou indutivos, sendo, portanto, adequada para regimes quase-estáticos, típicos de processos de aquecimento ôhmico em alimentos. A dependência funcional da condutividade elétrica com a temperatura introduz um forte acoplamento não linear entre o campo elétrico e o campo térmico, exigindo a resolução simultânea das equações governantes. As condições de contorno aplicadas ao potencial elétrico são do tipo mista e serão detalhadas na Seção de Modelagem Numérica.

A evolução da temperatura no interior do domínio Ω é descrita pela equação da condução de calor com termo de geração volumétrica. Essa equação resulta do balanço local de energia e leva em consideração tanto a condução térmica no meio quanto a geração interna de calor associada ao efeito Joule, decorrente da passagem de corrente elétrica (Ye et al., 2004):

$$\rho c_{\mathrm{p}} \frac{\partial T}{\partial t} = k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + \dot{U} \tag{3}$$

em que ρ é a massa específica do material, c_{p} é o calor específico a pressão constante, k é a condutividade térmica e T representa a temperatura. O termo $\dot{U}$ corresponde à taxa de geração volumétrica de energia térmica, resultante da dissipação elétrica no meio condutor.

A Eq. (3) é válida sob a hipótese de meio homogêneo, propriedades térmicas constantes e ausência de efeitos convectivos internos, sendo adequada para a modelagem do aquecimento ôhmico em materiais sólidos ou fluidos em repouso. As condições de contorno térmicas adotadas são do tipo Robin em todas as faces do domínio, representando a troca de calor por convecção com o meio externo, e são dadas por $-k\,\partial T/\partial n = h(T - T_{\infty})$.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 13/02/2026
Vol: 02.02
DOI: 10.61164/5sxspa96
Pages: 1-23

O termo de geração interna de calor, $\dot{U}$, associado ao efeito Joule, é expresso por:

$$\dot{U} = \eta\, \sigma(T) \left[\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2 \right] \quad (4)$$

em que $\dot{U}$ representa a taxa de geração volumétrica de energia térmica, isto é, a potência dissipada por unidade de volume em decorrência da passagem de corrente elétrica no meio condutor. O parâmetro η denota a eficiência elétrica do processo, incorporando eventuais perdas não convertidas em energia térmica útil, enquanto $\sigma(T)$ é a condutividade elétrica dependente da temperatura.

A Eq. (4) resulta diretamente da forma local da Lei de Joule, na qual a geração de calor é proporcional ao quadrado do módulo do campo elétrico e à condutividade do material. Essa expressão estabelece o acoplamento explícito entre o campo elétrico, governado pela Eq. (2), e o campo térmico, descrito pela Eq. (3), sendo amplamente empregada na modelagem de processos eletrotérmicos, como o aquecimento ôhmico em alimentos e materiais condutores. Admite-se que não há geração interna de calor nas paredes do domínio, de modo que $\dot{U} = 0$ nos contornos.

As equações governantes do aquecimento ôhmico, Eqs. (1) a (4), em conjunto com as condições de contorno associadas, constituem um sistema de equações diferenciais parciais dependentes do tempo, não lineares e fortemente acopladas, envolvendo o potencial elétrico, V, a temperatura, T, e a taxa de geração volumétrica de energia térmica, $\dot{U}$.

Cabe destacar que o presente estudo não inclui validação experimental direta, configurando uma limitação do escopo adotado. O modelo foi avaliado sob consistência física e convergência numérica, com comparação qualitativa frente à literatura especializada. Investigações futuras poderão incorporar validação experimental ou comparação quantitativa sistemática com dados previamente publicados, ampliando o alcance aplicado da formulação proposta.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 13/02/2026
Vol: 02.02
DOI: 10.61164/5sxspa96
Pages: 1-23

A seguir, apresenta-se a discretização numérica das equações governantes descritas anteriormente, estabelecendo a transição entre a formulação matemática contínua e sua implementação computacional.

2.2 Modelos Numéricos

As equações governantes foram aproximadas por meio do Método das Diferenças Finitas (MDF) (Pletcher; Tannehill; Anderson, 2012), empregando-se malhas uniformes. Para a solução do problema em regime não permanente, utilizou-se um esquema completamente implícito (Patankar, 2018). Nesse esquema, a cada passo de tempo resolve-se um sistema de equações algébricas não linear, em razão da dependência da condutividade elétrica com a temperatura. As derivadas espaciais foram aproximadas por esquemas centrados de segunda ordem (CDS-2).

Em uma malha tridimensional uniforme, com $N_x = N_y = N_z = N$ representando o número de pontos em cada direção, e espaçamento $\Delta x = \Delta y = \Delta z = h$ ou, de forma equivalente, a distância entre dois pontos consecutivos da malha. Cada ponto da malha computacional é definido como $(x_i, y_j, z_k) = ((i-1)h, (j-1)h, (k-1)h)$, onde $i, j, k = 1, \ldots, N$ e $h = L/(N-1)$, em que $L_x = L_y = L_z = L$ representa o comprimento do domínio em cada direção coordenada. Nas simulações realizadas, adotou-se $L = 0{,}1\ m$. A conectividade entre o ponto central e seus vizinhos imediatos, utilizada na discretização espacial pelo Método das Diferenças Finitas, é ilustrada esquematicamente na Figura 2.

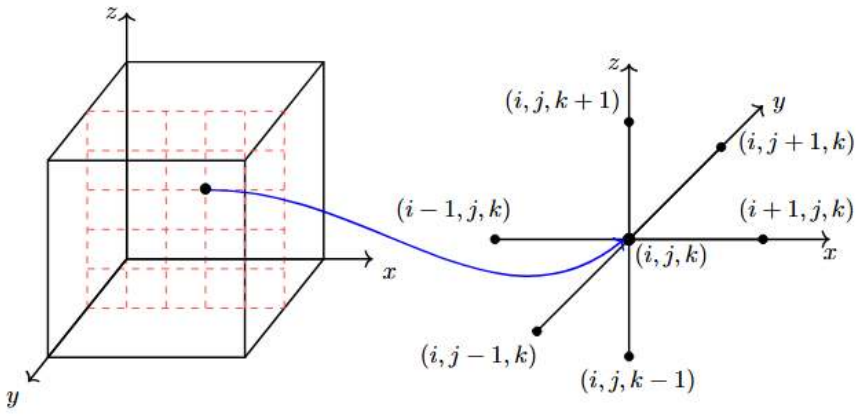


Figura 2. Representação do domínio tridimensional discretizado com malha central paralela ao plano xy e do estêncil de sete pontos associado.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 13/02/2026
Vol: 02.02
DOI: 10.61164/5sxspa96
Pages: 1-23

A discretização das equações diferenciais tridimensionais em um ponto P no interior do domínio computacional, conduz a sistemas de equações algébricos que podem ser representados genericamente por:

$$A_{\mathrm{p}}\,\phi_{\mathrm{p}} = A_E\,\phi_E + A_W\,\phi_W + A_N\,\phi_N + A_S\,\phi_S + A_T\,\phi_T + A_B\,\phi_B + b_{\mathrm{p}} \qquad (5)$$

Em que ϕ é a variável escalar genérica, que neste trabalho pode ser T, V ou $\dot{U}$. Na Figura 2, P é o ponto central, $P = (i,j,k)$, $E = (i+1,j,k)$, $W = (i-1,j,k)$, $N = (i,j+1,k)$, $S = (i,j-1,k)$, $T = (i,j,k+1)$, $B = (i,j,k-1)$ são os pontos vizinhos. Os coeficientes do sistema dado pela Eq. (5) nas direções x, y e z são A_{p}, A_E, A_W, A_N, A_S, A_T e A_B , b_{p} é o termo fonte ou contribuição das condições de contorno no ponto P.

A aproximação das derivadas da Eq. (2), no ponto $P = (i,j,k)$, negligenciando os erros de truncamento, conduz a

$$\frac{\sigma_{i+1/2,j,k}(V_E - V_{\mathrm{p}}) - \sigma_{i-1/2,j,k}(V_{\mathrm{p}} - V_W)}{h^2} + \frac{\sigma_{i,j+1/2,k}(V_N - V_{\mathrm{p}}) - \sigma_{i,j-1/2,k}(V_{\mathrm{p}} - V_S)}{h^2} + \frac{\sigma_{i,j,k+1/2}(V_T - V_{\mathrm{p}}) - \sigma_{i,j,k-1/2}(V_{\mathrm{p}} - V_B)}{h^2} = 0 \qquad (6)$$

De forma a manter a consistência de segunda ordem do esquema centrado, a condutividade elétrica é aproximada nos pontos intermediários entre nós adjacentes por média aritmética. Assim, na direção x, tem-se $\sigma_{i+1/2,j,k} = ½(\sigma_{\mathrm{p}} + \sigma_E)$, de maneira análoga, nas direções y e z obtém-se $\sigma_{i,j+1/2,k} = ½(\sigma_{\mathrm{p}} + \sigma_N)$ e $\sigma_{i,j,k+1/2} = ½(\sigma_{\mathrm{p}} + \sigma_T)$. Para os pontos a montante, as aproximações são dadas por $\sigma_{i-1/2,j,k} = ½(\sigma_{\mathrm{p}} + \sigma_W)$, $\sigma_{i,j-1/2,k} = ½(\sigma_{\mathrm{p}} + \sigma_S)$ e $\sigma_{i,j,k-1/2} = ½(\sigma_{\mathrm{p}} + \sigma_B)$.

Organizando os termos da Eq. (6) na forma algébrica usual do MDF, Eq. (5), obtém-se o sistema $A_P V_P + A_E V_E + A_W V_W + A_N V_N + A_S V_S + A_T V_T + A_B V_B = 0$,

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 13/02/2026
Vol: 02.02
DOI: 10.61164/5sxspa96
Pages: 1-23

em que $A_E = \sigma_{i+1/2,j,k}/h^2, A_W = \sigma_{i-1/2,j,k}/h^2, A_N = \sigma_{i,j+1/2,k}/h^2, A_S = \sigma_{i,j-1/2,k}/h^2, A_T = \sigma_{i,j,k+1/2}/h^2, A_B = \sigma_{i,j,k-1/2}/h^2$, e o coeficiente central é dado por $A_\mathrm{p} = -(A_E + A_W + A_N + A_S + A_T + A_B)$.

Como não há termo fonte explícito na Eq. (2), $b_\mathrm{p} = 0$. A condutividade $\sigma(T)$ depende da temperatura, portanto, o sistema resultante é não linear. Assim, em cada passo de tempo, atualiza-se a temperatura, recalcula-se a condutividade e resolve-se iterativamente o sistema linear até atingir o critério de parada. Essa abordagem preserva a acurácia espacial de segunda ordem e a estabilidade do esquema totalmente implícito.

As condições de contorno para o potencial elétrico, Eq. (2), foram aplicadas da seguinte forma: Faces superior e inferior (Neumann): $\partial V/\partial y|_{y=0} = 0$ e $\partial V/\partial y|_{y=L} = 0$; Faces frontal e traseira (Neumann): $\partial V/\partial z|_{z=0} = 0$ e $\partial V/\partial z|_{z=L} = 0$; Faces esquerda e direita (mista Dirichlet): Para $L/3 \leq y \leq 2L/3$: $V(x = 0, y, z) = 0$ *e* $V(x = L, y, z) = Vc$, fora dessa faixa (Neumann): $\partial V/\partial x|_{x=0} = 0$ e $\partial V/\partial x|_{x=L} = 0$. Tais condições de contorno descrevem o posicionamento dos eletrodos nas faces zy do domínio.

A discretização temporal da Eq. (3) foi realizada por meio de um esquema implícito. Dessa forma, no ponto $P = (i, j, k)$ da malha, obtém-se:

$$\rho c_\mathrm{p} \frac{{T_\mathrm{p}}^{n+1} - {T_\mathrm{p}}^{n}}{\Delta t} = k\left[\frac{T_E^{n+1} - 2{T_\mathrm{p}}^{n+1} + {T_W}^{n+1}}{h^2} + \frac{T_N^{n+1} - 2{T_\mathrm{p}}^{n+1} + T_S^{n+1}}{h^2} + \frac{T_T^{n+1} - 2{T_\mathrm{p}}^{n+1} + T_B^{n+1}}{h^2}\right] + {\dot{U}_\mathrm{p}}^{n} \qquad (7)$$

em que o termo de geração de calor é avaliado no instante n, garantindo a linearização do sistema em cada passo de tempo.

Reorganizando os termos da Eq. (7), obtém-se a forma algébrica usual do MDF $A_\mathrm{p}{T_\mathrm{p}}^{n+1} = A_E{T_E}^{n+1} + A_W{T_W}^{n+1} + A_N{T_N}^{n+1} + A_S{T_S}^{n+1} + A_T{T_T}^{n+1} + A_B{T_B}^{n+1} + b_\mathrm{p}$ com os coeficientes definidos por $A_E = A_W = A_N = A_S = A_T = A_B = k\,\Delta t/(\rho\, c_\mathrm{p}\, h^2)$, e $A_\mathrm{p} = 1 + 6k\,\Delta t/(\rho\, c_\mathrm{p}\, h^2)$, $b_\mathrm{p} = {T_\mathrm{p}}^{n} + \Delta t/(\rho c_\mathrm{p}){U_\mathrm{p}}^{n}$.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 13/02/2026
Vol: 02.02
DOI: 10.61164/5sxspa96
Pages: 1-23

Esse procedimento resulta em um sistema linear esparso que é resolvido iterativamente em cada passo de tempo, garantindo estabilidade numérica e acurácia temporal de segunda ordem, características típicas do esquema implícito.

A equação da geração de energia interna, Eq. (4), é aproximada da seguinte forma:

$$\dot{U}_{\mathrm{p}} = \eta\, \sigma_{\mathrm{p}} \left[\frac{(V_N - V_S)^2}{(2h)^2} + \frac{(V_E - V_W)^2}{(2h)^2} + \frac{(V_T - V_B)^2}{(2h)^2} \right] \tag{8}$$

em que $\sigma_P = \sigma_P(T_P)$ representa a condutividade elétrica avaliada no ponto P. A Eq. (8) é avaliada apenas nos pontos internos do domínio computacional, sendo imposto $\dot{U} = 0$ nos contornos, em conformidade com as condições físicas do problema.

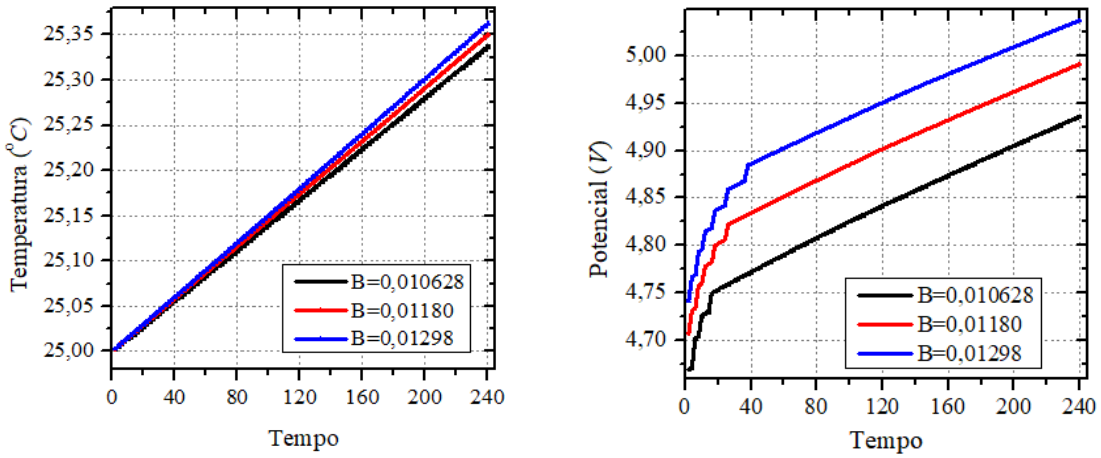
Os sistemas de equações algébricas acoplados foram resolvidos com o método iterativo de Gauss-Seidel (Burden; Faires, 2003), adotando-se como critério de convergência o valor do resíduo entre iterações sucessivas. Um esquema completamente implícito (Patankar, 2018), no qual as equações algébricas não lineares são aproximadas em passos de tempo de tamanho Δt é usado. O processo iterativo foi conduzido com um número fixo de iterações até atingir a condição de convergência na variável T, em cada passo de tempo, $max(T^{\mathrm{it}} - T^{\mathrm{it-1}}) < 10^{-5}$, em que it é o número da iteração, e o tempo físico final estabelecido é de 240 segundos. Durante o ciclo iterativo, a geração de energia interna, $\dot{U}$, foi atualizada imediatamente após o cálculo do potencial elétrico, V. Com o objetivo de avaliar a influência da discretização espacial sobre os resultados, foram realizados testes de refinamento de malha considerando diferentes resoluções tridimensionais, $N = 33^3, 65^3$ e 129^3. A comparação foi realizada com base na temperatura máxima no domínio ao tempo físico final. Observou-se que a variação relativa entre as malhas 65^3 e 129^3 foi inferior a 0,5%, indicando que a malha adotada (129^3) é suficientemente refinada para garantir independência numérica dos resultados.

Com o objetivo de avaliar a influência do coeficiente linear da condutividade elétrica, Eq.(1), foi realizada uma análise de sensibilidade variando-se o parâmetro B em $\pm 10\%$ em relação ao valor base ($B = 0{,}0118\ \mathrm{S \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$), mantendo-se os demais parâmetros constantes. As simulações foram conduzidas na malha 129^3, sendo analisados os valores de temperatura e potencial elétrico no ponto central

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 13/02/2026
Vol: 02.02
DOI: 10.61164/5sxspa96
Pages: 1-23

(0,05;0,05; 0,05) no tempo final de 240s. Conforme ilustrado na Fig. 3 (a), a variação relativa da temperatura foi inferior a 0,05%, indicando baixa sensibilidade térmica ao parâmetro B. Por sua vez, a Fig. 3 (b) mostra que o potencial elétrico apresentou variação da ordem de 1%, evidenciando maior sensibilidade do campo elétrico à alteração da condutividade. Esses resultados confirmam a coerência do acoplamento eletrotérmico implementado, no qual pequenas variações em $\sigma(T)$ afetam mais diretamente o campo elétrico do que o comportamento térmico global do sistema.



(a) (b)

Figura 3: Análise de sensibilidade paramétrica no ponto central $(0{,}05;\ 0{,}05;\ 0{,}05)$ para variações de $\pm 10\%$ no coeficiente linear B da Eq. (1) na malha 129^3 até o tempo físico final de 240 s : (a) evolução temporal da temperatura; (b) evolução temporal do potencial elétrico.

O histórico de convergência do método numérico empregado é apresentado na Figura 4, onde se observa o decaimento monotônico do resíduo global até a tolerância prescrita. No primeiro passo de tempo, o resíduo decai rapidamente ao longo das iterações internas, indicando boa aproximação inicial da solução. A partir dos passos de tempo subsequentes, observam-se oscilações do resíduo em torno da tolerância estabelecida. Esse comportamento é típico de problemas dependentes do tempo com forte acoplamento não linear e indica a estabilidade e a robustez do esquema iterativo adotado.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 13/02/2026
Vol: 02.02
DOI: 10.61164/5sxspa96
Pages: 1-23

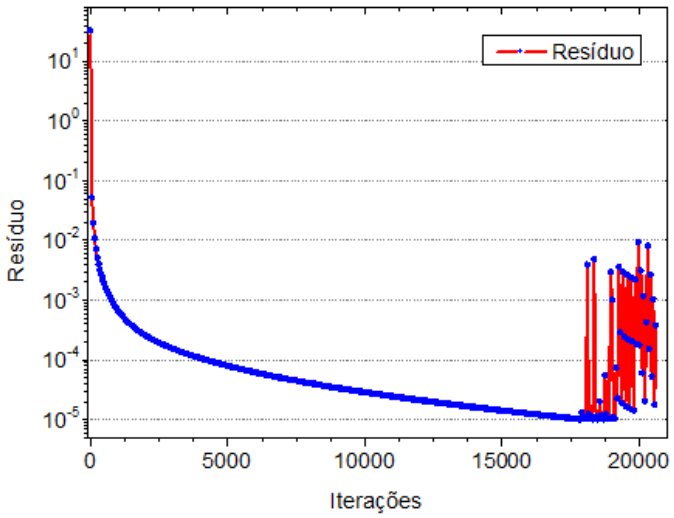


Figura 4. Evolução do resíduo global ao longo das iterações na malha 129^3.

As propriedades físicas utilizadas nas simulações numéricas foram extraídas de Icier e Ilicali (2005), e estão resumidas na Tabela 1.

Tabela 1. Propriedades físicas da amostra

Propriedade do material	Símbolo	Valor	Unidade
Coef. linear da condutividade elétrica	B	0,0118	$S\,m^{-1}K^{-1}$
Coef. constante da condutividade elétrica	C	0,4888	$S\,m^{-1}$
Condutividade térmica	k	0,51	$W\,m^{-1}K^{-1}$
Coeficiente de convecção	h	4,4	$W\,m^{-2}K^{-1}$
Densidade do material	ρ	1070	$kg\,m^{-3}$
Calor específico	c_p	3411	$J\,kg^{-1}K^{-1}$
Tensão aplicada	Vcc	12	V
Temperatura inicial	Tcc	25	$°C$
Eficiência elétrica	η	85%	Adimensional

3. Resultados e Discussão

Nesta seção, apresenta-se inicialmente a descrição objetiva dos resultados numéricos obtidos, incluindo distribuição espacial, evolução temporal e valores

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 13/02/2026
Vol: 02.02
DOI: 10.61164/5sxspa96
Pages: 1-23

máximos das variáveis analisadas. Em seguida, discute-se a interpretação física desses resultados à luz do acoplamento eletrotérmico do modelo.

O código computacional foi desenvolvido em Fortran 2013, utilizando aritmética de dupla precisão e compilado com o Visual Studio Community 2022. As simulações foram executadas em um computador equipado com processador Intel Core i7-9700, 3,00 GHz, e 24 GB de memória RAM. Considerou-se uma temperatura inicial uniforme de 25 °C tanto para o domínio sólido quanto para o ambiente externo. O estudo foi conduzido sob uma diferença de potencial elétrico aplicada entre eletrodos opostos, com malha tridimensional uniforme composta por 129^3 pontos.

A Figura 5 apresenta as distribuições tridimensionais da temperatura e do potencial elétrico no tempo físico final de 240 s. Observa-se, na Figura 5(a), uma elevação significativa da temperatura ao longo de um canal central, indicando a presença de fortes gradientes térmicos nessa região do domínio. Esse comportamento está diretamente associado à maior densidade de corrente elétrica concentrada no eixo central, característica típica de processos de aquecimento ôhmico em meios condutores, nos quais o calor é gerado internamente pela passagem de corrente elétrica através do material. Nessas condições, a intensidade do aquecimento está diretamente relacionada à magnitude do campo elétrico e às propriedades elétricas do meio, resultando em maiores taxas de aquecimento nas regiões onde a corrente elétrica é mais intensa (Knirsch et al., 2010).

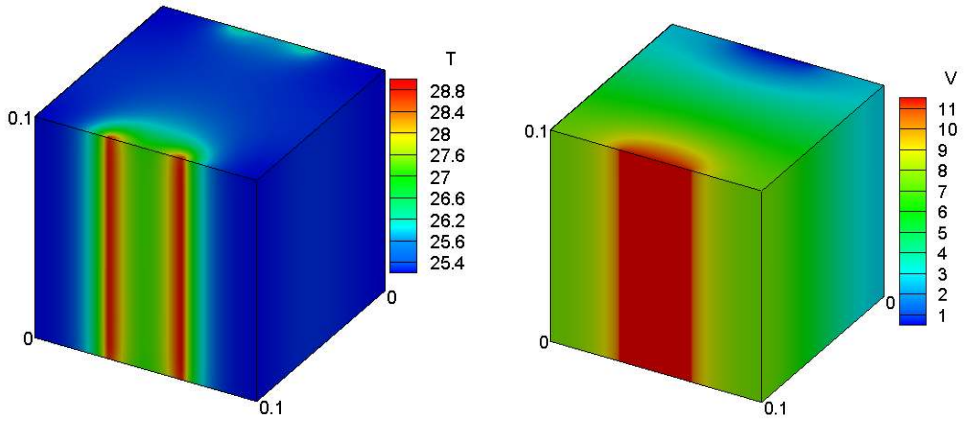


Figura 5. Distribuições tridimensionais no tempo final de 240 s: (a) temperatura e (b) potencial elétrico.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 13/02/2026
Vol: 02.02
DOI: 10.61164/5sxspa96
Pages: 1-23

A distribuição do potencial elétrico, apresentada na Figura 5(b), exibe variação suave entre as faces opostas do domínio, resultando em um campo elétrico aproximadamente uniforme fora da região central. Tal comportamento é coerente com a aplicação de eletrodos planos paralelos e evidencia que a não uniformidade térmica observada é consequência direta do acoplamento eletrotérmico e não de irregularidades no campo elétrico imposto.

A Figura 6 apresenta os cortes planos paralelos da condutividade elétrica $\sigma(T)$ em diferentes posições ao longo do domínio no tempo físico final. Observa-se que os maiores valores de σ concentram-se na região central, coincidindo com as áreas de maior elevação de temperatura, em decorrência da relação constitutiva adotada, na qual a condutividade elétrica aumenta com a temperatura. Os cortes evidenciam uma distribuição espacial suave e simétrica de σ, coerente com a geometria do problema e com as condições de contorno impostas. Observa-se que à medida que a temperatura se eleva no interior do domínio, ocorre um aumento local da condutividade elétrica, intensificando a condução de corrente nessa região e caracterizando um processo de realimentação positiva típico do aquecimento ôhmico. A ausência de descontinuidades no campo de σ indica estabilidade numérica e consistência no acoplamento eletrotérmico. Sob um campo elétrico aproximadamente uniforme, a distribuição de σ é suficiente para explicar a formação dos gradientes térmicos observados no domínio.

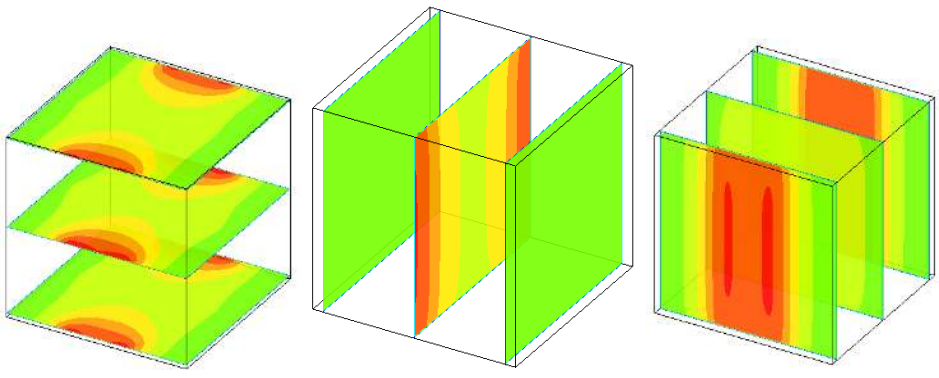


Figura 6. Cortes planos paralelos da condutividade elétrica $\sigma(T)$ em diferentes posições ao longo do domínio no tempo final.

REMUNOM
ISSN 2178-6925
Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 13/02/2026
Vol: 02.02
DOI: 10.61164/5sxspa96
Pages: 1-23

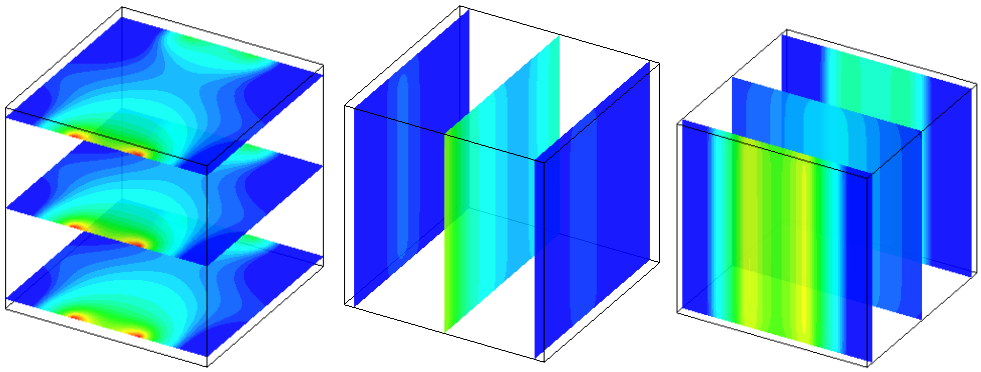


Figura 7. Cortes planos da temperatura T em diferentes posições do domínio tridimensional no tempo físico final.

Para uma análise mais detalhada do comportamento espacial das variáveis, as Figuras 7 e 8 apresentam cortes planos em diferentes posições do domínio tridimensional no tempo físico final. Observa-se que os campos de temperatura, Figura 7, e de potencial elétrico, Figura 8, preservam a simetria geométrica do problema, evidenciando uma distribuição espacial coerente com as condições de contorno e com a configuração dos eletrodos. No caso da temperatura, os cortes revelam a formação de regiões com gradientes térmicos mais acentuados no interior do domínio, associados às áreas de maior intensidade do aquecimento ôhmico, enquanto as regiões próximas às superfícies externas apresentam variações mais suaves.

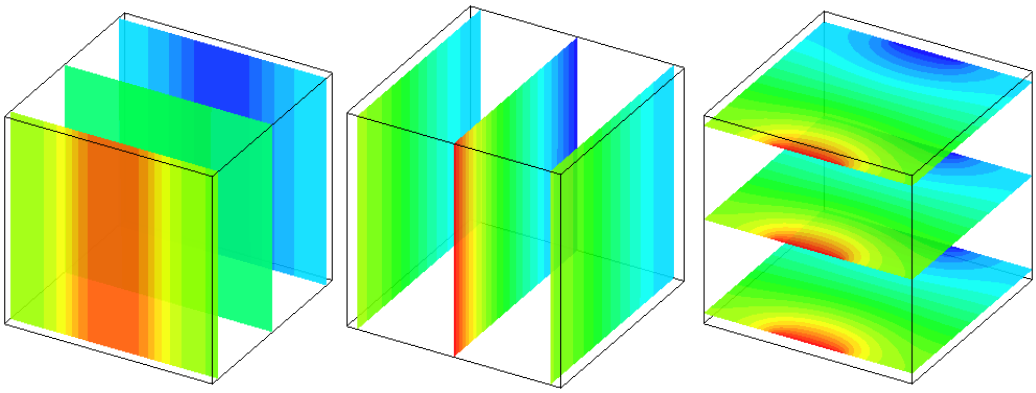


Figura 8. Cortes planos do potencial elétrico V em diferentes posições do domínio tridimensional no tempo físico final.

Do ponto de vista físico, essas distribuições confirmam que o aquecimento ocorre predominantemente de forma volumétrica, sendo governado pela interação

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 13/02/2026
Vol: 02.02
DOI: 10.61164/5sxspa96
Pages: 1-23

entre o campo elétrico aplicado e as propriedades elétricas do meio. Do ponto de vista numérico, a suavidade dos campos e a ausência de descontinuidades ou oscilações nos cortes indicam que a discretização tridimensional adotada é capaz de capturar adequadamente os gradientes das variáveis de interesse. Esses resultados reforçam a necessidade de uma modelagem tridimensional, uma vez que a complexidade espacial observada não poderia ser representada de forma satisfatória por aproximações unidimensionais ou bidimensionais.

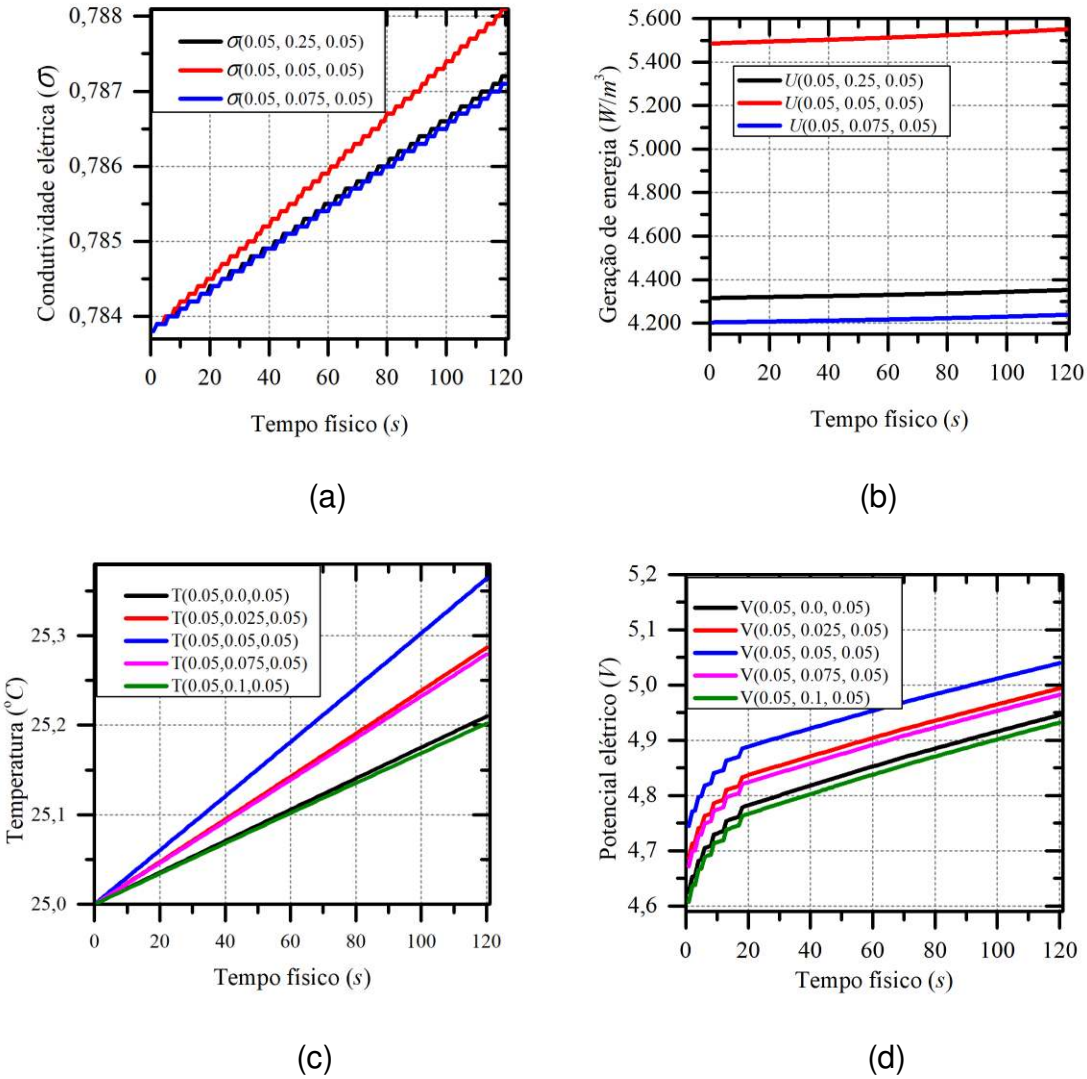


Figura 9. Evolução temporal das variáveis no plano central $(x, y, 0{,}05)$: (a) condutividade elétrica, (b) geração de energia, (c) temperatura e (d) potencial elétrico.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 13/02/2026
Vol: 02.02
DOI: 10.61164/5sxspa96
Pages: 1-23

As Figuras 9 (a)–(d) apresentam a evolução temporal das variáveis condutividade elétrica, geração de energia, temperatura e potencial elétrico em pontos localizados no plano central $(x, y, 0{,}05)$. Observa-se que o ponto central $(0{,}05, 0{,}05, 0{,}05)$ apresenta sistematicamente os maiores valores de condutividade elétrica e de geração de energia, conforme ilustrado nas Figuras 9(a) e 9(b). Esse comportamento decorre da maior elevação de temperatura nessa região, uma vez que a condutividade elétrica é função crescente da temperatura, intensificando localmente a dissipação elétrica.

A Figura 9(c) mostra que a evolução temporal da temperatura apresenta comportamento aproximadamente linear em todos os pontos analisados, com maior taxa de aquecimento na região central do domínio. Esse regime quase linear está associado à aplicação constante do campo elétrico e à variação gradual da condutividade elétrica ao longo do tempo, característica típica de processos de aquecimento ôhmico. As diferenças observadas entre os pontos refletem a influência da posição relativa em relação à região de maior condução de corrente elétrica.

A evolução do potencial elétrico, apresentada na Figura 9(d), indica que os valores se estabilizam rapidamente nos instantes iniciais, passando a variar de forma suave ao longo do tempo. Embora a equação governante do potencial elétrico não dependa explicitamente da variável temporal, sua solução é indiretamente influenciada pela evolução térmica do sistema, uma vez que a condutividade elétrica varia com a temperatura. Esse efeito evidencia o acoplamento eletrotérmico do modelo, no qual alterações no campo térmico retroalimentam a distribuição do potencial elétrico.

De forma geral, os perfis temporais obtidos para todas as variáveis apresentam comportamento físico consistente e numericamente estável, em concordância com resultados clássicos reportados na literatura sobre aquecimento ôhmico, particularmente no que se refere à dependência da condutividade elétrica com a temperatura e à formação de gradientes térmicos associados à distribuição do campo elétrico (De Alwis; Fryer, 1990; Knirsch et al., 2010). Esses resultados confirmam a adequação do modelo tridimensional proposto para a descrição do fenômeno de aquecimento ôhmico em meios contínuos.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 13/02/2026
Vol: 02.02
DOI: 10.61164/5sxspa96
Pages: 1-23

4. Conclusão

Foi apresentada simulações numéricas tridimensional do aquecimento ôhmico em um meio homogêneo, considerando propriedades térmicas constantes e condutividade elétrica linearmente dependente da temperatura. O modelo baseou-se na resolução acoplada das equações de conservação da corrente elétrica e da energia, discretizadas por meio do Método das Diferenças Finitas em malha estruturada uniforme.

Os resultados evidenciaram que, nas condições simuladas, o aquecimento ocorre predominantemente de forma volumétrica, com elevação quase linear da temperatura ao longo do tempo e maiores taxas de aquecimento concentradas na região central do domínio. Tal comportamento está associado à maior densidade de corrente elétrica e ao aumento local da condutividade elétrica, caracterizando o acoplamento eletrotérmico do sistema modelado.

Do ponto de vista numérico, o esquema implícito adotado mostrou-se estável e convergente para a malha analisada, apresentando boa qualidade das soluções obtidas. A abordagem tridimensional permitiu capturar gradientes espaciais que não seriam adequadamente representados por modelos de menor dimensionalidade.

Ressalta-se que os resultados apresentados são válidos para as condições físicas, geométricas e paramétricas consideradas neste estudo. Extensões para materiais heterogêneos, propriedades dependentes da temperatura ou geometrias distintas requerem análises adicionais.

Referências

ALKANAN, Z. T.; ALTEMIMI, A. B.; AL-HILPHY, A. R. S.; WATSON, D. G.; PRATAP-SINGH, A. Ohmic heating in the food industry: Developments in concepts and applications during 2013–2020. Applied Sciences, v. 11, n. 6, 2021. Disponível em: https://www.mdpi.com/2076-3417/11/6/2507.

BURDEN, R. L.; FAIRES, J. D. Análise numérica. 2. ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2003.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 13/02/2026
Vol: 02.02
DOI: 10.61164/5sxspa96
Pages: 1-23

DE ALWIS, A.; FRYER, P. A finite-element analysis of heat generation and transfer during ohmic heating of food. Chemical Engineering Science, v. 45, n. 6, p. 1547–1559, 1990. DOI: https://doi.org/10.1016/0009-2509(90)80006-Z.

GIULIANGELI, V. C.; STRÖHER, G. R.; SHIRAI, M. A. Comparison of energy consumption, color, ascorbic acid and carotenoid degradation in guava (Psidium guajava) pulp during conventional and ohmic heating. Journal of Food Science and Technology, v. 60, p. 222–232, 2023. DOI: https://doi.org/10.1007/s13197-022-05607-w.

GUO, W.; LLAVE, Y.; JIN, Y.; FUKUOKA, M.; SAKAI, N. Mathematical modeling of ohmic heating of two-component foods with non-uniform electric properties at high frequencies. Innovative Food Science & Emerging Technologies, v. 39, p. 63–78, 2017. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ifset.2016.11.005.

HAYAKAWA, K.-I.; NONINO, C.; SUCCAR, J. Two dimensional heat conduction in food undergoing freezing: Predicting freezing time of rectangular or finitely cylindrical food. Journal of Food Science, v. 48, n. 6, p. 1841–1848, 1983.

ICIER, F.; ILICALI, C. Temperature dependent electrical conductivities of fruit purees during ohmic heating. Food Research International, v. 38, n. 10, p. 1135–1142, 2005.

JAEGER, H.; ROTH, A.; TOEPFL, S.; HOLZHAUSER, T.; ENGEL, K.; KNORR, D.; VOGEL, R. F.; BANDICK, N.; KULLING, S.; HEINZ, V.; STEINBERG, P. Opinion on the use of ohmic heating for the treatment of foods. Trends in Food Science & Technology, v. 55, p. 84–97, 2016. DOI: https://doi.org/10.1016/j.tifs.2016.07.007.

KNIRSCH, M. C. et al. Ohmic heating – a review. Trends in Food Science & Technology, v. 21, n. 9, p. 436–441, 2010. DOI: https://doi.org/10.1016/j.tifs.2010.06.003.

LIMA, M.; OLIVEIRA, G.; SILVA, F. Numerical analysis of ohmic heating in food products. Applied Thermal Engineering, v. 123, p. 1345–1354, 2017. DOI: https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2017.05.123.

MAMÉDIO, R.; STRÖHER, G. R.; SANTIAGO, C. D. Simulação numérica bidimensional de aquecimento ôhmico estático. In: Anais do Congresso Brasileiro de Engenharia Química em Iniciação Científica (COBEQ-IC), 2024. Disponível em: https://proceedings.science/cobeq-ic-2024/trabalhos/simulacao-numerica-bidimensional-de-aquecimento-ohmico-estatico.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 13/02/2026
Vol: 02.02
DOI: 10.61164/5sxspa96
Pages: 1-23

PALANIAPPAN, S.; SASTRY, S. K. Simulation of ohmic heating of foods. Journal of Food Engineering, v. 14, p. 221–236, 1991. DOI: https://doi.org/10.1016/0260-8774(91)90030-5.

PALANIAPPAN, S.; SASTRY, S. K. Electrical conductivity of selected foods during ohmic heating. Journal of Food Engineering, v. 15, p. 241–255, 1992. DOI: https://doi.org/10.1016/0260-8774(92)90009-D.

PATANKAR, S. Numerical heat transfer and fluid flow. CRC Press, 2018.

PEREIRA, R. N. C.; JUNG, E. P.; MINISTÉRIO DA INTEGRAÇÃO E DO DESENVOLVIMENTO REGIONAL. Aquecimento ôhmico e bioeconomia. 2023. Disponível em: https://www.gov.br/int/pt-br/assuntos/noticias/201caquecimento-ohmico-e-bioeconomia201d-e-o-tema-da-proxima-tercas-tecnologicas-lives. Acesso em: 15 dez. 2025.

PLETCHER, R. H.; TANNEHILL, J. C.; ANDERSON, D. Computational fluid mechanics and heat transfer. CRC Press, 2012.

YE, X.; RUAN, R.; CHEN, P.; DOONA, C. Simulation and verification of ohmic heating in static heater using MRI temperature mapping. LWT – Food Science and Technology, v. 37, n. 1, p. 49–58, 2004. DOI: https://doi.org/10.1016/S0023-6438(03)00133-6.

ZAREIFARD, M. R.; RAMASWAMY, H. S. Numerical simulation of ohmic heating in food processing. Journal of Food Engineering, v. 60, p. 1–7, 2003. DOI: https://doi.org/10.1016/S0260-8774(03)00031-7.

ZHANG, Y.; WANG, H.; FRYER, P. J. Modelling and simulation of an ohmic heating process. Journal of Food Engineering, v. 292, p. 110345, 2021. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2020.110345.