REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

ANÁLISE ESTÁTICA E DINÂMICA DE TORRES METÁLICAS ESTAIADAS SOB AÇÃO DO VENTO COM ÊNFASE EM MODELAGEM MATEMÁTICA E SIMULAÇÃO NUMÉRICA

STATIC AND DYNAMIC ANALYSIS OF GUYED STEEL TOWERS UNDER WIND ACTION WITH EMPHASIS ON MATHEMATICAL MODELING AND NUMERICAL SIMULATION

ANÁLISIS ESTÁTICO Y DINÁMICO DE TORRES METÁLICAS ATIRANTADAS BAJO LA ACCIÓN DEL VIENTO CON ÉNFASIS EN EL MODELADO MATEMÁTICO Y LA SIMULACIÓN NUMÉRICA.

Evandro de Carvalho Ribeiro
Mestre, UnB, Brasil
E-mail: eng.prof.evandro@gmail.com

Francisco Arlon de Oliveira Chaves
Mestre, IFPI, Brasil
E-mail: arlonoliv@hotmail.com

Francisca das Chagas Oliveira
Doutoranda, UFCG, Brasil
E-mail: engenheira.franoliv@gmail.com

Andreson de França Almeida
Técnico administrador, IFPI, Brasil
E-mail: andresonalmeida@ifpi.edu.br

Roberval Soares das Neves
Mestre, IFPI, Brasil
E-mail: robervals.quimica@gmail.com

Eugenia Maria dos Santos Cordeiro
Especialista, UESPI, Brasil
E-mail: emscordeiro81@gmail.com

Gilvan Moreira da Paz
Doutor, IFPI, Brasil
E-mail: gilvan@ifpi.edu.br

RESUMO

Este estudo analisa o comportamento de torres de telecomunicações estaiadas sob a ação do vento, estruturas caracterizadas pela alta esbeltez e flexibilidade. A metodologia consistiu em uma análise estática baseada na norma NBR 6123 e uma análise dinâmica utilizando a

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

formulação de Monte Carlo para simular a parcela flutuante do vento. Na modelagem estrutural, empregaram-se elementos finitos de cabos e treliças com comportamento linear elástico, comparando dois modelos matemáticos (linear e não-linear) para o pré-tensionamento dos cabos. O equilíbrio estático foi obtido via algoritmo Quasi-Newton. Os resultados demonstram que a consideração conjunta das ações estáticas e dinâmicas é indispensável para a determinação precisa dos esforços axiais máximos nos componentes da torre.

Palavras-chave: Torres Estaiadas; Método de Monte Carlo; Análise Dinâmica; Análise Não-Linear.

ABSTRACT

This study analyzes the behavior of guyed telecommunications towers under wind action, structures characterized by high slenderness and flexibility. The methodology consisted of a static analysis based on the NBR 6123 standards and a dynamic analysis using the Monte Carlo formulation to simulate the fluctuating wind load. In the structural modeling, finite elements of cables and trusses with linear elastic behavior were used, comparing two mathematical models (linear and non-linear) for cable pre-tensioning. Static equilibrium was obtained via the Quasi-Newton algorithm. The results demonstrate that the joint consideration of static and dynamic actions is indispensable for the precise determination of the maximum axial forces in the tower components.

Keywords: Guyed Towers; Monte Carlo's Formulation; Dynamic Analysis; Non-linear Analysis.

RESUMEN

Este estudio analiza el comportamiento de torres de telecomunicaciones atirantadas bajo la acción del viento, estructuras caracterizadas por su alta esbeltez y flexibilidad. La metodología consistió en un análisis estático basado en la norma NBR 6123 y un análisis dinámico utilizando la formulación de Monte Carlo para simular la componente fluctuante del viento. En la modelación estructural, se emplearon elementos finitos de cables y celosías con comportamiento lineal elástico, comparando dos modelos matemáticos (lineal y no lineal) para el pretensado de los cables. El equilibrio estático se obtuvo mediante el algoritmo Quasi-Newton. Los resultados demuestran que la consideración conjunta de las acciones estáticas y dinámicas es indispensable para la determinación precisa de los esfuerzos axiales máximos en los componentes de la torre.

Palabras clave: Torres Atirantadas; Método de Monte Carlo; Análisis Dinámico; Análisis No Lineal.

1 -INTRODUÇÃO

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

As torres de telecomunicações caracterizam-se pelo baixo peso próprio, elevada esbeltez e flexibilidade, configurando sistemas onde predominam os esforços axiais. Devido à baixa sismicidade no território brasileiro, a ação do vento constitui o fator determinante para o dimensionamento destas estruturas. Embora o projeto dessas torres vise resistir basicamente às forças eólicas, o comportamento estrutural é frequentemente avaliado por análises estáticas, apesar de a carga do vento possuir uma natureza essencialmente dinâmica e aleatória.

No âmbito do comportamento estrutural, estudos sobre a resposta dinâmica não linear estabeleceram que a ruptura súbita de cabos em torres estaiadas gera tensões críticas nos componentes a barlavento, podendo levar ao colapso por instabilidade das barras verticais. Pesquisas recentes expandem essa compreensão: Gao et al. (2021) utilizam modelos avançados de interação fluido-estrutura para prever falhas sob ventos turbulentos, enquanto Fu e Li (2022) refinam a análise de integridade dos estais por meio de metodologias de confiabilidade dinâmica.

Quanto à modelagem, a literatura recomenda a adoção de modelos híbridos. Segundo Abubakar et al. (2024) **e** Park et al. (2025)**,** a combinação de elementos de viga espacial para os membros principais com elementos de treliça para o contraventamento oferece o melhor equilíbrio para simular a rigidez à flexão e os esforços axiais. Além disso, a eficácia da simulação de Monte Carlo na captura de picos de carga em estruturas esbeltas é reforçada por Chen et al. (2023)**,** superando as limitações de modelos puramente estáticos**.** Zheng e Li (2022) **e** Altay et al. **(2024)** defendem que modelos não lineares e simulações de alta fidelidade são indispensáveis para capturar efeitos de segunda ordem e fadiga, resultando em projetos mais seguros e economicamente viáveis.

O propósito deste estudo é desenvolver e implementar programas computacionais para o cálculo e análise de torres metálicas treliçadas estaiadas, considerando carregamentos estáticos e dinâmicos do vento. A investigação foca em torres de seção transversal quadrada, utilizando perfis de cantoneira de abas iguais e cabos de alta resistência (EHS). Diferenciando-se de abordagens simplificadas, este trabalho propõe a integração da NBR 6123 para análise estática com uma resposta dinâmica obtida pela integração numérica da equação de equilíbrio pelo método de Newmark**.**

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

A determinação do efeito dinâmico fundamenta-se na decomposição do carregamento em componentes média e flutuante, utilizando a Simulação de Monte Carlo para validar a natureza estocástica do vento. Na modelagem estrutural, as torres são discretizadas em elementos finitos de dois nós, admitindo modelos lineares e não lineares para o pré-tensionamento dos estais. A busca pelo equilíbrio estático é realizada através da minimização da função Energia Potencial Total do sistema, empregando o algoritmo Quasi-Newton**.** Para validar a formulação, são analisadas torres de 10m e 30m de altura, comparando a precisão das respostas estruturais frente às exigências de segurança e estabilidade global.

2 METODOLOGIA

A modelagem estrutural das torres estaiadas adotou elementos finitos de barra biarticulada (2 nós, 3 graus de liberdade por nó) para todos os membros da treliça – montantes, diagonais e horizontais – considerando comportamento linear elástico do material. Esta escolha é consistente com a predominância de esforços axiais nessas estruturas e com as recomendações de Abubakar et al. (2024) e Park et al. (2025), que demonstram que modelos de treliça espacial são adequados para torres de telecomunicações de médio porte. Para os estais, foram implementados elementos de cabo conforme formulação descrita nas Seções 2.1 e 2.2. A rigidez à flexão dos membros principais foi desprezada, hipótese válida para relações comprimento/raio de giração (λ) superiores a 100, condição atendida pelos perfis de cantoneira utilizados.

2.1 Modelo não-linear para cabo tensionado

2.1.1 Deformação longitudinal

Na Figura 1, a configuração indeformada de um elemento de cabo é representada pelo segmento AB, o tensionamento pelo segmento BC e o efeito térmico por BD, de modo que o cabo indeformado, após sofrer o efeito térmico, é representado pelo segmento AD. A configuração deformada do elemento, após sofrer o efeito dos carregamentos nodais externos, é representada pelo segmento A'C'. Os deslocamentos nodais AA' e CC' são indicados pelos vetores – p e q – respectivamente.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

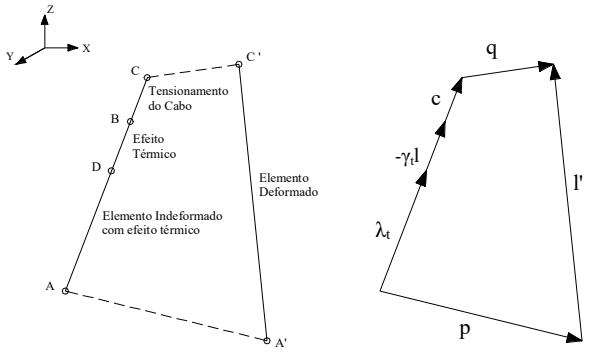


Figura 1 – Modelo não-linear de elemento de cabo e representação vetorial

Onde:

λ_c : vetor que representa a distância entre os nós (segmento AC);

l : vetor que representa o comprimento inicial do cabo (segmento AB);

$\gamma_t l = \alpha \Delta T l$: efeito térmico; α coeficiente de dilatação térmica; ΔT variação de temperatura;

λ_t : vetor que representa a configuração indeformada com efeito térmico;

l' : vetor com a configuração deformada;

p, q : deslocamentos nodais nas extremidades inicial e final;

$\mu = \|c\|$: módulo do vetor c;

$\mu_t = \|\gamma_t l\|$: módulo do vetor $\gamma_t l$.

Podemos verificar a partir da Figura 1 que:

$$p + l' = \lambda_t - \gamma_t l + c + q \quad (1)$$

$$l' = \lambda_t - \gamma_t l + c + q - p \quad (2)$$

Fazendo:

$$z = q - p + c - \gamma_t l \quad (3)$$

Tem-se:

$$l' = \lambda_t + z \quad (4)$$

A deformação longitudinal do elemento pode então ser dada por:

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

$$\varepsilon = \frac{\|l'\| - \|\lambda_t\|}{\|\lambda_t\|} \quad (5)$$

Lembrando que:

$$\|l'\| = \sqrt{(\lambda_t + z)^T(\lambda_t + z)} \quad (6)$$

Sendo: $\lambda_t = (\lambda_c - c + \gamma_t l) = L_t u$

$$\|\lambda_t\| = \|L_t u\| = L_t\|u\| = L_t \quad (7)$$

Onde u representa vetor dos cossenos diretores do elemento de cabo na configuração indeformada e L_t o comprimento indeformado do cabo com efeito térmico. Portanto, substituindo-se (7) em (6):

$$\|l'\| = \sqrt{(L_t u + z)^T(L_t u + z)}$$

$$\|l'\| = \sqrt{{L_t}^2 u^T u + L_t u^T z + z^T L_t u + z^T z} \quad (8)$$

Sabendo que:

$$u = (\cos\eta,\ \cos\gamma,\ \cos\xi) \quad (9)$$

Então:

$$u^T u = \cos^2\eta + \cos^2\gamma + \cos^2\xi = 1 \quad \text{e} \quad L_t u^T z = z^T L_t u \quad (10)$$

Substituindo (10) em (8):

$$\|l'\| = \sqrt{{L_t}^2 + 2L_t z^T u + z^T z} \quad (11)$$

Substituindo-se (7) e (11) em (5):

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{{L_t}^2 + 2L_t z^T u + z^T z} - L_t}{L_t}$$

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

$$\varepsilon = \sqrt{1 + L_t^{-1} z^T (2u + L_t^{-1} z)} - 1 \quad (12)$$

Fazendo:

$$\delta = L_t^{-1} z^T (2u + L_t^{-1} z) \quad (13)$$

Tem-se que a deformação longitudinal de um elemento de cabo será:

$$\varepsilon = \sqrt{1 + \delta} - 1 \quad (14)$$

2.1.2 Energia Potencial Total

A energia de deformação (π) para um elemento de cabo com deformação constante é dada por:

$$\pi = \int_V \left[\int_0^\varepsilon \sigma(\varepsilon)\, d\varepsilon \right] dV \quad (15)$$

Onde $\sigma(\varepsilon)$ é a tensão no elemento de cabo, ε é a deformação longitudinal e V o volume do elemento de cabo.

Para um elemento de cabo com seção transversal constante (α_c) e comprimento indeformado com efeito térmico (L_t), a energia de deformação será:

$$\pi = \alpha_c L_t \int_0^\varepsilon \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \quad (16)$$

A Energia Potencial Total para um conjunto de n elementos de cabo é dada por:

$$\Pi(x) = \sum_{i=1}^{n} \pi - f^T x + \Pi_0 \quad (17)$$

Onde π é a energia de deformação para cada elemento de cabo; f o vetor que contém as forças nodais externas; x o vetor com deslocamentos nodais livres do sistema; e Π_0 a energia potencial inicial do sistema.

As configurações que representam uma posição de equilíbrio estático estável da estrutura são obtidas como pontos de mínimo local da função Energia Potencial Total – $\Pi(x)$, cuja otimização é obtida utilizando um algoritmo do tipo Quasi-Newton.

2.1.3 Gradiente da Energia Potencial Total

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

O gradiente da função Energia Potencial Total para um arranjo de *n* cabos tensionados é dado pela derivada em relação aos deslocamentos livres (x_i) do sistema, assim como:

$$\nabla \Pi(x) \quad = \quad \frac{\partial \Pi(x)}{\partial x_i} \quad = \quad \sum_{i=1}^{n} \nabla \pi - f \tag{18}$$

Neste caso, é necessário calcular o gradiente de energia de deformação ($\nabla \pi$) para um elemento de cabo:

$$\nabla \pi = \alpha_c L_t \nabla \int_0^{\varepsilon} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \tag{19}$$

Fazendo:

$$U(\varepsilon) = \int_0^{\varepsilon} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon$$

onde o gradiente da energia de deformação específica representado pelo termo $U(\varepsilon)$ é calculado da seguinte forma:

$$\nabla U(\varepsilon) = \frac{\partial U}{\partial x_i} = \frac{dU}{d\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i}$$

Neste caso, temos que:

$$\frac{dU}{d\varepsilon} \quad = \quad \int_0^{\varepsilon} \frac{d\sigma(\varepsilon)}{d\varepsilon} d\varepsilon \quad = \quad \sigma(\varepsilon) \quad \text{e} \qquad \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = \nabla \varepsilon \tag{20}$$

Portanto, a equação (19) assume a seguinte forma:

$$\nabla \pi = \alpha_c L_t \sigma(\varepsilon) \nabla \varepsilon \tag{21}$$

O gradiente de deformação ($\nabla \varepsilon$) da equação (21) é dado em função dos seis graus de liberdade (três translações por nó) do elemento de cabo, conforme Figura 2.

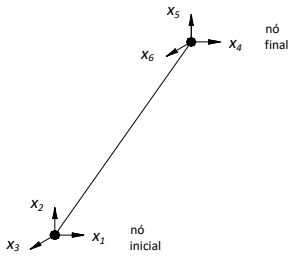


Figura 2 – Deslocamentos do elemento de cabo no espaço

Conforme demonstrado na equação (14):

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

$$\varepsilon = \sqrt{1+\delta} - 1$$

Consequentemente:

$$\nabla\varepsilon \quad = \quad \frac{\partial\varepsilon}{\partial x_k} \quad = \quad \frac{1}{2}(1+\delta)^{-1/2}\frac{\partial\delta}{\partial x_k} \tag{22}$$

Com as equações (3), (9) e (13), tem-se:

$$\delta \quad = \quad L_t{}^{-1}z^T\left(2u + L_t{}^{-1}z\right) \quad = \quad 2L_t{}^{-1}z^Tu + L_t{}^{-2}z^Tz$$

$$u = (\cos\eta,\ \cos\gamma,\ \cos\xi)$$

$$z \quad = \quad q - p + c - \gamma_t l$$

$$z \quad = \quad \{[x_4 - x_1 + (\mu-\mu_t)\cos\eta],\ [x_5 - x_2 + (\mu-\mu_t)\cos\gamma],\ [x_6 - x_3 + (\mu-\mu_t)\cos\xi]\}$$

Fazendo $k = 1$:

$$\frac{\partial\delta}{\partial x_1} \quad = \quad 2L_t{}^{-1}\ \frac{\partial}{\partial x_1}(z^Tu) \quad + \quad L_t{}^{-2}\frac{\partial}{\partial x_1}(z^Tz) \tag{23}$$

Mas:

$$\begin{aligned} z^Tu \quad = \quad & [x_4 - x_1 + (\mu-\mu_t)\cos\eta]\cos\eta + \\ & [x_5 - x_2 + (\mu-\mu_t)\cos\gamma]\cos\gamma + \\ & [x_6 - x_3 + (\mu-\mu_t)\cos\xi]\cos\xi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z^Tz \quad = \quad & [x_4 - x_1 + (\mu-\mu_t)\cos\eta]^2 + \\ & [x_5 - x_2 + (\mu-\mu_t)\cos\gamma]^2 + \\ & [x_6 - x_3 + (\mu-\mu_t)\cos\xi]^2 \end{aligned}$$

Portanto:

$$\frac{\partial}{\partial x_1}(z^Tu) \quad = \quad -\cos\eta \tag{24}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_1}(z^Tz) \quad = \quad -2[x_4 - x_1 \quad + \quad (\mu-\mu_t)\cos\eta] \tag{25}$$

Substituindo as equações (24) e (25) na equação (23), obtém-se:

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

$$\frac{\partial \delta}{\partial x_1} = -2L_t^{-1}\{\cos\eta + L_t^{-1}[x_4 - x_1 + (\mu - \mu_t)\cos\eta]\} \quad (26)$$

Logo:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_1} = -L_t^{-1}(1+\delta)^{-1/2}\{\cos\eta + L_t^{-1}[x_4 - x_1 + (\mu - \mu_t)\cos\eta]\} \quad (27)$$

Procedendo de forma análoga para k = 2, 3, 4, 5 e 6, obtém-se:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_2} = -L_t^{-1}(1+\delta)^{-1/2}\{\cos\gamma + L_t^{-1}[x_5 - x_2 + (\mu - \mu_t)\cos\gamma]\} \quad (28)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_3} = -L_t^{-1}(1+\delta)^{-1/2}\{\cos\xi + L_t^{-1}[x_6 - x_3 + (\mu - \mu_t)\cos\xi]\} \quad (29)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_4} = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_1} \quad (30) \qquad \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_5} = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_2} \quad (31) \qquad \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_6} = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_3} \quad (32)$$

O gradiente da energia de deformação ($\nabla\pi$) para o elemento de cabo, considerando o material linear elástico ($\sigma = E\varepsilon$), será:

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_1} = -\alpha_c E\varepsilon(1+\delta)^{-1/2}\{\cos\eta + L_t^{-1}[x_4 - x_1 + (\mu - \mu_t)\cos\eta]\} \quad (33)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_2} = -\alpha_c E\varepsilon(1+\delta)^{-1/2}\{\cos\gamma + L_t^{-1}[x_5 - x_2 + (\mu - \mu_t)\cos\gamma]\} \quad (34)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_3} = -\alpha_c E\varepsilon(1+\delta)^{-1/2}\{\cos\xi + L_t^{-1}[x_6 - x_3 + (\mu - \mu_t)\cos\xi]\} \quad (35)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_4} = -\frac{\partial \pi}{\partial x_1} \quad (36) \qquad \frac{\partial \pi}{\partial x_5} = -\frac{\partial \pi}{\partial x_2} \quad (37) \qquad \frac{\partial \pi}{\partial x_6} = -\frac{\partial \pi}{\partial x_3} \quad (38)$$

2.2 Modelo linear para cabo tensionado

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

2.2.1 Deformação longitudinal

A deformação longitudinal do elemento de cabo para o modelo linear pode ser representada por:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_t} \tag{39}$$

Onde ΔL é a variação do comprimento no cabo e L_t o comprimento indeformado do cabo com efeito térmico.

As relações mostradas nas equações (3) e (4) podem ser representadas vetorialmente para o modelo linear de cabo tensionado como segue abaixo (Figura 3).

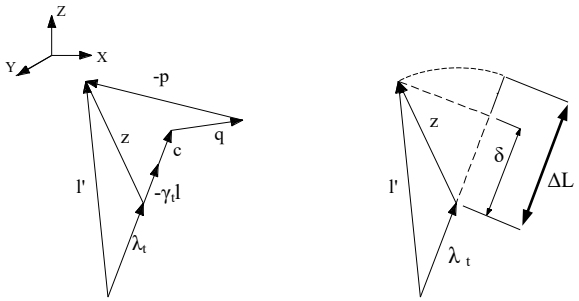


Figura 3 – Representação vetorial do modelo linear de elemento de cabo

Por se tratar de deslocamentos e deformações infinitesimais, a variação no comprimento do cabo (ΔL) pode ser aproximada pela projeção (δ) do vetor (z) na direção do cabo na configuração indeformada (λ_t). Logo, temos:

$$\delta = z^T u \tag{40}$$

Consequentemente:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_t} = \frac{\delta}{L_t} \tag{41}$$

2.2.2 Energia Potencial Total

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

Para um elemento de cabo com seção transversal constante (α_c) e comprimento (L_t), a representação da energia potencial é da mesma forma da equação (16), obtida anteriormente do modelo não-linear.

$$\pi = \alpha_c L_t \int_0^{\varepsilon} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon$$

2.2.3 Gradiente da Energia Potencial Total

Desta forma, o gradiente da Energia Potencial Total para um elemento de cabo é dado conforme equação (21).

$$\nabla\pi = \alpha_c L_t \sigma(\varepsilon) \nabla\varepsilon$$

Admitindo-se que no modelo linear a deformação longitudinal é dada conforme equação (39):

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L_t}$$

Então, o gradiente de deformação ($\nabla\varepsilon$) pode ser dado por:

$$\nabla\varepsilon = \frac{\partial\varepsilon}{\partial x_k} = \frac{1}{L_t}\frac{\partial\delta}{\partial x_k} \quad (42)$$

Porém, conforme demonstrado na equação (24) para $k = 1$, temos:

$$\frac{\partial\delta}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial x_1}(z^T u) = -\cos\eta \quad (43)$$

Substituindo (43) em (42), obtém-se:

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_1} = -\frac{1}{L_t}\cos\eta \quad (44)$$

De forma análoga para $k = 2, 3, 4, 5$ e 6, temos:

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_2} = -\frac{1}{L_t}\cos\gamma \quad (45) \qquad \frac{\partial\varepsilon}{\partial x_3} = -\frac{1}{L_t}\cos\xi \quad (46)$$

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_4} = -\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_1} \quad (47) \qquad \frac{\partial\varepsilon}{\partial x_5} = -\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_2} \quad (48) \qquad \frac{\partial\varepsilon}{\partial x_6} = -\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_3} \quad (49)$$

O gradiente da energia de deformação ($\nabla\pi$) para o elemento de cabo será:

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_1} = -\alpha_c E\varepsilon \cos\eta \quad (50)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_2} = -\alpha_c E\varepsilon \cos\gamma \quad (51)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_3} = -\alpha_c E\varepsilon \cos\xi \quad (52)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_4} = -\frac{\partial \pi}{\partial x_1} \quad (53) \qquad \frac{\partial \pi}{\partial x_5} = -\frac{\partial \pi}{\partial x_2} \quad (54) \qquad \frac{\partial \pi}{\partial x_6} = -\frac{\partial \pi}{\partial x_3} \quad (55)$$

2.2.4 Equação de equilíbrio dinâmico

No caso de análise dinâmica de estruturas, a aplicação direta da bem conhecida equação de Lagrange de movimento pode ser usada para desenvolver o equilíbrio dinâmico de um sistema estrutural. A minimização da equação de Lagrange em termos de um conjunto de coordenadas generalizadas x_i, escrita em termos de anotação previamente definida, é determinada por:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial x_i} + \frac{\partial \prod}{\partial x_i} = Q_i \quad ; \quad i = 1, \ldots, n \quad (56)$$

na qual T é a energia cinética total do sistema, $\prod$ representa a função Energia Potencial Total, Q_i são as funções das forças generalizadas que contém as forças não-conservativas, incluindo as de amortecimento, e que correspondem as coordenadas generalizadas x_i.

No caso de sistemas submetidos a oscilações de pequena amplitude, os termos da equação de Lagrange podem ser escritos como:

$$T = \frac{1}{2}\dot{x}^T M \dot{x} \quad (57)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x_i} = 0 \quad (58)$$

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i}\right) = M\ddot{x} \tag{59}$$

$$\frac{\partial \prod}{\partial x_i} = \nabla \prod = g(x) \tag{60}$$

$$Q_i = P_i - c\dot{x}_i \tag{61}$$

Substituindo-se as equações (57) a (61) na equação (56) obtém-se a equação (62). Esta equação apresenta características não-lineares devido às propriedades do vetor gradiente *g(x)* da Energia Potencial Total do sistema.

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + g(x) = P \tag{62}$$

Onde:

M matriz de massa consistente da estrutura; *C* matriz de amortecimento da estrutura; *g(x)* vetor gradiente da Energia Potencial Total da estrutura; *P* vetor das forças não-conservativas aplicadas externamente; $\ddot{x}$ vetor das acelerações das coordenadas nodais da estrutura; e $\dot{x}$ vetor das velocidades das coordenadas nodais da estrutura.

O amortecimento estrutural foi modelado de forma distinta nos dois programas computacionais empregados nas análises dinâmicas. No programa ADTEQ, adotou-se a formulação modal apresentada por Clough e Penzien (2003), segundo a qual a matriz de amortecimento **C** é construída a partir da superposição das contribuições individuais de cada modo de vibração, ponderadas pela razão de amortecimento crítico (ζ_n) e pela frequência natural correspondente (ω_n).

A razão de amortecimento crítico adotada foi de $\zeta_n = 0{,}008$ (0,8%) para todos os modos de vibração considerados, valor recomendado pela ABNT NBR 6123 para torres e chaminés de aço com seção uniforme. No programa SAP2000, a matriz de amortecimento foi calculada por meio do amortecimento proporcional de Rayleigh, no qual **C** é expresso como combinação linear das matrizes de massa (**M**) e de rigidez (**K**), segundo a relação $\mathbf{C} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K}$. Os coeficientes de proporcionalidade α e β foram determinados de modo a reproduzir a mesma razão de amortecimento crítico de $\zeta_n = 0{,}008$ nos dois primeiros modos de vibração da estrutura, assegurando compatibilidade entre os resultados obtidos pelos dois programas.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

A escolha entre os modelos linear e não-linear de cabos depende fundamentalmente da magnitude dos deslocamentos relativos às dimensões do elemento. Para cabos com nível de pré-tração adequado (tipicamente entre 5% e 15% da capacidade resistente nominal), o modelo linear fornece resultados satisfatórios quando os deslocamentos nodais permanecem pequenos em relação ao comprimento do cabo ($\delta/L < 0{,}01$). Nos casos analisados neste estudo, os deslocamentos máximos de topo (0,58 cm e 3,80 cm) representam menos de 0,15% da altura das torres, indicando que a condição de pequenos deslocamentos é atendida. A utilização do programa AETEQ (modelo linear) para análise estática e do programa ADTEQ (modelo não-linear) para análise dinâmica permite capturar eventuais não-linearidades geométricas associadas às oscilações dos cabos sob carregamento flutuante.

2.3 Análise estática do vento segundo a norma brasileira NBR6123

As forças decorrentes da incidência do vento em uma estrutura, comumente conhecidas por forças aerodinâmicas, produzem uma componente horizontal na direção do vento chamada força de arrasto – Fa, calculada conforme a equação: $Fa = Ca\ q\ A$, onde Ca é o coeficiente de arrasto (parâmetro aerodinâmico), q a pressão dinâmica do vento (parâmetro meteorológico) e A a área da superfície de referência (parâmetro geométrico).

Conforme a norma brasileira NBR6123, o coeficiente de arrasto (Ca) em torres reticuladas de seção quadrada varia de acordo com o índice de área exposta φ. Este índice é definido como sendo a relação entre a área frontal efetiva de uma das faces da treliça e a área total correspondente à superfície limitada pelo contorno da treliça. É importante ressaltar que o coeficiente de arrasto (Ca) não é constante ao longo da torre, pois o seu valor é calculado individualmente para cada um dos módulos em função do índice de área exposta (φ) do respectivo módulo. O parâmetro meteorológico (q) representa a variação da pressão dinâmica do vento em relação ao perfil de velocidades médias. A força de arrasto (Fa) pode ser determinada considerando o perfil contínuo de velocidades, ou, com boa aproximação, a partir de um perfil escalonado, esta abordagem de discretização por níveis é validada por Gao et al. (2022) e Zheng e Li (2022), que demonstram que a análise por módulos garante uma precisão adequada na captura da distribuição de cargas em torres de alta esbeltez.

De acordo com a norma NBR6123, a pressão dinâmica (q) é dada pela seguinte expressão:

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

$$q = 0{,}613 V_k^2 \tag{63}$$

A velocidade característica (V_k) utilizada em projeto é determinada por:

$$V_k = V_0 S_1 S_2 S_3 \tag{64}$$

O fator topográfico S_1 leva em consideração as variações no relevo do terreno; S_2 representa um perfil de velocidades adimensional e varia de acordo com uma lei potencial e o fator estatístico S_3 considera o grau de segurança requerido e a vida útil da estrutura. A velocidade básica do vento (V_0) é definida como sendo a velocidade de uma rajada de 3 segundos, excedida em média uma vez em 50 anos, a 10 metros acima do terreno, em campo aberto e plano (Categoria II proveniente da norma brasileira NBR6123).

Visto o apresentado nas equações (63) e (64), define-se:

$$K_1 = 0{,}613 (V_0 S_1 S_3)^2 \tag{65}$$

e a equação (63) pode ser escrita como segue:

$$q(z) = K_1 S_2^2 \tag{66}$$

O fator S_2 leva em consideração o perfil de velocidade do vento a uma altura z em metros conforme o tipo de terreno, levando em conta também a duração da rajada para que o vento englobe toda a estrutura. A expressão para S_2 é dada por:

$$S_2 = b F_r \left(\frac{z}{10}\right)^p \tag{67}$$

Os valores dos parâmetros b, F_r, e p, para diversos intervalos de tempo e para as cinco categorias de rugosidade do terreno, são definidos pela norma NBR6123.

O parâmetro K_2 é definido como segue:

$$K_2 = K_1 \left(\frac{b F_r}{10^p}\right)^2 \tag{68}$$

Substituindo a equação (67) na equação (66), a pressão dinâmica é representada por:

REMUNOM
ISSN 2178-6925
Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

$$q(z) = K_2 z^{2p} \tag{69}$$

A força de arrasto (*Fa*) é calculada para um diferencial (*df*) do perfil contínuo e integrada dentro do limite desejado. Admite-se inicialmente uma edificação com faces cheia corrigida posteriormente em função do índice de área exposta –φ. Conforme o perfil contínuo da Figura 4, a força de arrasto para uma faixa de largura $l_1(z)$ e altura *dz* é dada por:

$$dfa = Caq(z)l_1(z)dz \tag{70}$$

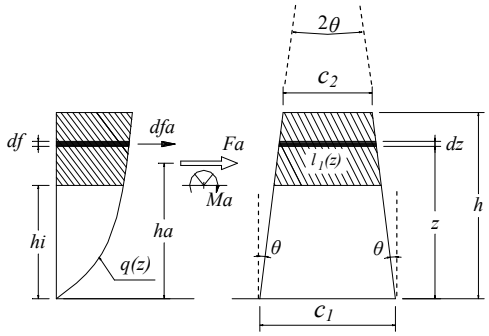


Figura 4 – Força de arrasto a partir do perfil contínuo

A força de arrasto parcial entre o topo da edificação (*h*) e o nível inferior (*hi*), será:

$$Fa = \int_{hi}^{h} dfa \qquad \text{ou} \qquad Fa = Ca \int_{hi}^{h} q(z)\, l_1(z)\, dz \tag{71}$$

resultando em:

$$Fa = K_2 Ca \left[\frac{c_1}{2p+1}(h^{2p+1} - hi^{2p+1}) - \frac{2tg\theta}{2p+2}(h^{2p+2} - hi^{2p+2})\right]\varphi \tag{72}$$

onde:

$$K_2 = 0{,}613\left[\frac{V_0 S_1 S_3 b F_r}{10^p}\right]^2$$

A distância (*ha*) entre o ponto de aplicação da resultante e a base é dada por:

$$Fa\ ha = \int_{hi}^{h} z dfa \tag{73}$$

resultando em:

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

$$ha = \frac{\frac{c_1}{2p+2}(h^{2p+2} - hi^{2p+2}) - \frac{2\ tg\theta}{2p+3}(h^{2p+3} - hi^{2p+3})}{\frac{c_1}{2p+1}(h^{2p+1} - hi^{2p+1}) - \frac{2\ tg\theta}{2p+2}(h^{2p+2} - hi^{2p+2})} \quad (74)$$

Para o caso de torres metálicas estaiadas de seção transversal quadrada submetidas a uma carga do vento incidindo com um ângulo (α) igual a 0º em relação à perpendicular à face de barlavento, as decomposições horizontal e vertical da força de arrasto (Fa) são apresentadas na NBR6123 e esquematizadas conforme Figura 5.

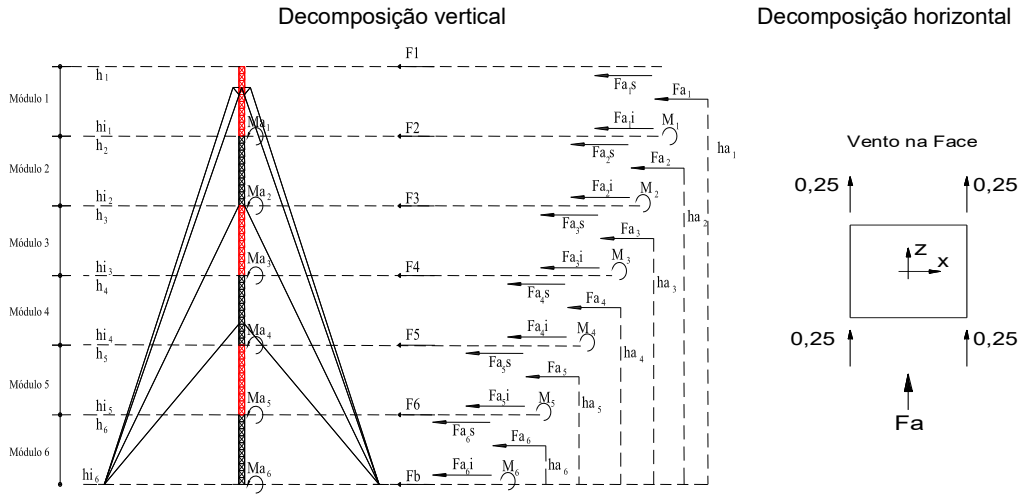


Figura 5 – Decomposições vertical e horizontal para as forças de arrasto (Fa)

Para o equilíbrio estático de momentos de cada módulo, tem-se:

$$\sum M(hi_i) = 0 \quad \Rightarrow \quad Fa_i s\ (h_i - hi_i) - Fa_i\ (ha_i - hi_i) = 0 \quad (75)$$

Obtendo-se, então:

$$Fa_i s = \frac{Fa_i(ha_i - hi_i)}{h_i - hi_i} \quad (76)$$

Para o plano horizontal inferior de cada módulo, tem-se:

$$\sum F = 0 \quad \Rightarrow \quad Fa_i i + Fa_i s = Fa_i \quad (77)$$

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

Obtendo-se, então:

$$Fa_i i = Fa_i - Fa_i s \tag{78}$$

Finalmente, a força de arrasto (Fi) no topo de cada módulo da torre é dada segundo a expressão:

$$Fi = Fa_i s + Fa_{i-1} i \tag{79}$$

2.4 Análise dinâmica (método de Monte Carlo)

Para a consideração dos efeitos do vento em estruturas, é razoável supor que o carregamento do vento na direção do escoamento é uma combinação de uma velocidade média e flutuações em torno dessa média. A velocidade média é admitida como constante e aplicada estaticamente, sendo convencionalmente determinada para intervalos de 10 minutos a 1 hora para garantir a estacionariedade do fluxo, conforme discutido por Gao et al. (2022). Paralelamente, as flutuações de curto intervalo, denominadas rajadas, representam a parcela dinâmica do fenômeno. Estudos recentes de Chen et al. (2023) e Liu et al. (2025) reforçam que a caracterização espectral dessas rajadas é fundamental para prever a resposta ressonante em estruturas de alta esbeltez, uma vez que a energia contida nas baixas frequências das flutuações pode coincidir com os modos naturais de vibração da torre. No entanto, a norma brasileira NBR6123, como várias outras normas internacionais, adota como referência intervalos de tempo muito curtos (2s a 5s). Para o intervalo de tempo de 3s, são definidos os valores de pico de velocidade (velocidade básica V_o) na NBR6123.

Partindo desses valores de referência praticamente instantâneos, é possível determinar a velocidade média avaliada para um intervalo de tempo de, por exemplo, 10 minutos. Deste modo, é possível estabelecer uma razão entre a pressão de pico (t = 3 segundos) e a pressão média (t = 10 minutos), isto é, calcular a porcentagem entre a pressão média e a pressão máxima flutuante para o pico total de pressão. Portanto, a razão entre a pressão média e a pressão de pico será dada por:

$$\frac{p_{600}}{p_3} = \frac{(1/2)\rho V_{600}^2}{(1/2)\rho V_3^2} = \left(\frac{V_{600}}{V_3}\right)^2 = \left(\frac{1{,}035}{1{,}50}\right)^2 = (0{,}69)^2 = 0{,}48 \tag{80}$$

onde ρ é a massa específica do ar, V_{600} a velocidade para o período de 600 segundos e V_3 a velocidade de pico para o período de 3 segundos. Portanto 48% da pressão total de pico

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

representa o valor médio (constante) e 52% representam pressões flutuantes (rajadas), NBR6123. Esta proporcionalidade é corroborada por Gao et al. (2021) e Chen et al. (2023), cujas análises em torres de treliça confirmam que a componente flutuante é frequentemente a parcela dominante em estruturas com elevada sensibilidade dinâmica sob ventos turbulentos.

O espectro de densidade de potência do vento adotado neste estudo baseia-se na formulação de **Davenport**, com os ajustes normativos contemporâneos frequentemente aplicados em códigos internacionais de construção. Esta abordagem é validada por **Gao et al. (2022)**, que demonstram a eficácia de espectros modificados na representação da energia contida na turbulência para torres de treliça. A expressão utilizada é dada por:

$$\frac{n\,S(n)}{u_*^2} = 4\frac{x^2}{(1+x^2)^{4/3}} \quad ; \quad x = \frac{1220n}{U_0} \tag{81}$$

Cabe observar que o espectro de Davenport, originalmente desenvolvido para condições de terreno aberto (roughness length $z_0 \approx 0{,}01$ m a 0,05 m), é compatível com a categoria de terreno II da NBR 6123. A opção pelo espectro de Davenport, em vez do modelo espectral simplificado do Anexo A da NBR 6123, justifica-se pela sua ampla validação na literatura internacional para torres de treliça (Gao et al., 2022; Chen et al., 2023) e pela disponibilidade de expressões analíticas fechadas que facilitam a implementação computacional. A conversão entre os parâmetros normativos brasileiros (V_0, S_1, S_2, S_3) e os parâmetros do espectro de Davenport (u^*, U_0) foi realizada conforme a relação $U_0 = 0{,}69 \times V_0 \times S_1 \times S_3$, onde 0,69 corresponde à razão entre velocidades médias de 10 minutos e velocidades de pico de 3 segundos.

Onde $U_0 = 0{,}69V_0$ representa a velocidade média sobre 10 minutos a 10 metros acima do terreno de categoria II, u_* é a velocidade de fricção e n a frequência em Hz.

Conforme discutido por Liu et al. (2025) e Abubakar et al. (2024), essa linearização entre velocidade e pressão permanece como uma ferramenta robusta e precisa para a análise de resposta dinâmica em estruturas metálicas de alta esbeltez, desde que as flutuações não ultrapassem os limites de estabilidade aerodinâmica, também válida para baixa intensidade de turbulência, admite que o espectro de pressões flutuantes $S_{p'}(z,n)$ pode ser escrito em função do espectro de velocidades.

$$S_{p'}(z,n) = (\rho c_{ar} U_z)^2\, S(z,n) \tag{82}$$

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

Onde ρ é a massa específica do ar, c_{ar} o coeficiente aerodinâmico no ponto considerado e U_z a velocidade média na altura z.

Pode-se assumir com suficiente precisão que:

$$S_{p'}(z,n) \quad = \quad P\ [S(z,n)]; \quad P = (\rho c U_z)^2 \tag{83}$$

significando, portanto, que em todos os pontos da estrutura, o espectro de pressões flutuantes $S_{p'}(z,n)$ pode ser considerado proporcional ao espectro de velocidades $S(z,n)$.

A pressão flutuante *p'(t)* em todos os pontos da estrutura corresponde a 52% da pressão total, constituindo um processo aleatório, estacionário, ergódico e gaussiano com média zero, podendo ser representada por meio de uma integral de Fourier:

$$p'(t) \quad = \quad \int_{-\infty}^{+\infty} C(n)\, cos[\,2\pi nt - \theta(n)]\ dn \tag{84}$$

onde:

$$C(n) = \sqrt{A^2(n) + B^2(n)} \tag{85}$$

$$\theta(n) = tan^{-1}\frac{B(n)}{A(n)} \tag{86}$$

$$A(n) \quad = \quad \int_{-\infty}^{\infty} p'(t)\, cos\ (2\pi nt)dt \tag{87}$$

$$B(n) \quad = \quad \int_{-\infty}^{\infty} p'(n)\ \ sin\ (2\pi nt)dt \tag{88}$$

Ao invés de utilizar um número infinito de funções harmônicas para representar *p'(t)*, uma simplificação adequada é a aproximação por um número finito de *m* funções harmônicas. As funções devem ser convenientemente escolhidas de modo que o intervalo de frequências adotado contenha o intervalo de interesse que vai de aproximadamente 600s a 0,5s ou menos, de modo a abranger pelos menos o período fundamental da estrutura.

Conforme discutido por Gao et al. (2022) e Chen et al. (2023), a utilização de no mínimo 11 funções harmônicas ($m \geq 11$), de modo que o período T_r de uma delas coincida com o período fundamental da estrutura. Esta abordagem de truncamento é validada por Liu et al. (2025), que demonstram que a inclusão das frequências ressonantes é o fator determinante para a precisão da resposta dinâmica, superando a necessidade de um número excessivo de harmónicas que aumentaria o custo computacional sem ganhos significativos na fidelidade dos resultados.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

Os períodos das outras funções harmônicas são obtidos como múltiplos ou submúltiplos do período fundamental. Em escala logarítmica, isso resulta em espaçamentos iguais entre as componentes, conforme pode ser visto na Figura 6.

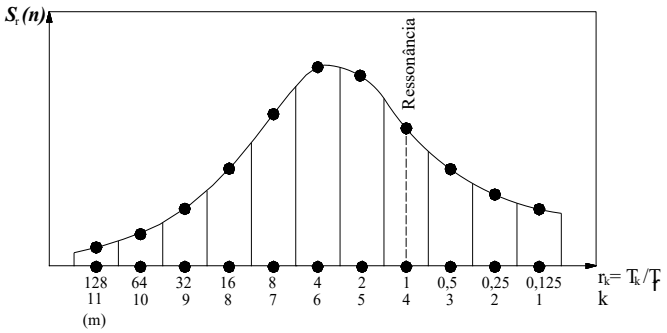


Figura 6 - Decomposição espectral da pressão flutuante

Portanto, a equação (84) pode ser representada de forma adequada por:

$$p'(t) \cong \sum_{K=1}^{m} C_k \cos\left(\frac{2\pi}{T_r r_k} t - \theta_k\right) \tag{89}$$

onde os coeficientes C_k e r_k são dados por:

$$C_k = \sqrt{2 \int_{\frac{(n_k + n_{k+1})}{2}}^{\frac{(n_{k-1} + n_k)}{2}} S(n)\,dn} \qquad \text{e} \qquad r_k = 2^{k-r} \tag{90}$$

Os valores de C_k são calculados por integração da função de densidade espectral de potência sobre os m intervalos de frequência escolhidos. Os coeficientes de amplitudes relativas (c_k) das m funções harmônicas de $p'(t)$ podem ser expressas pela relação entre as áreas de cada uma das faixas de frequência (C_k) e a área total do espectro por:

$$p'_k = \frac{C_k}{\sum_{k=1}^{m} C_k} p' = c_k p' \tag{91}$$

onde p' representa a componente flutuante do vento.

Os ângulos de fase são indeterminados e as m funções harmônicas serão superpostas de acordo com combinações aleatórias destes ângulos.

Para a obtenção da correlação espacial entre velocidades e pressões flutuantes, foi utilizado o conceito de dimensão de rajada, que significa uma dimensão de uma rajada

REMUNOM
ISSN 2178-6925
Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

perfeitamente correlacionada que induz o mesmo efeito sobre a estrutura. Essa equivalência é obtida com boa aproximação equacionando as resultantes das pressões *p'*, cujo coeficiente de correlação é:

$$Coh(p')(\Delta z, n_k) = \left[exp\left(-\frac{7\Delta z n_k}{U_0}\right)\right]^2 = exp\left(-\frac{14\Delta z n_k}{U_0}\right) \quad (92)$$

Portanto, a altura da rajada equivalente (Δz_{ok}) é determinada pela seguinte expressão:

$$\Delta z_{0k} = 2\int_0^{\infty} exp\left(-\frac{14\Delta z \rightleftharpoons n_k}{U_0}\right) d(\Delta z) = \frac{U_0}{7n_k} \quad (93)$$

As considerações anteriores mostram que a rajada de frequência n_k, cujo coeficiente de correlação é representado pela dupla curva exponencial, como mostra a Figura 7, pode ser aproximado pela rajada equivalente de altura $\Delta z_{ok} = U_o/7n_k$. Porém, neste trabalho, o coeficiente de correlação é aproximado pela rajada definida por dois triângulos. Desta maneira, o coeficiente assume uma correlação linear decrescente de 1 a 0 em uma zona de comprimento total de $2\Delta z_{ok} = 2U_o/7n_k$, Figura 7a. De modo que, quanto menor for a frequência da componente de pressão flutuante, maior será a altura da sua zona. Neste trabalho, adotou-se o centro de rajadas inicialmente a 85% da altura da torre estaiada, conforme Figura 7b.

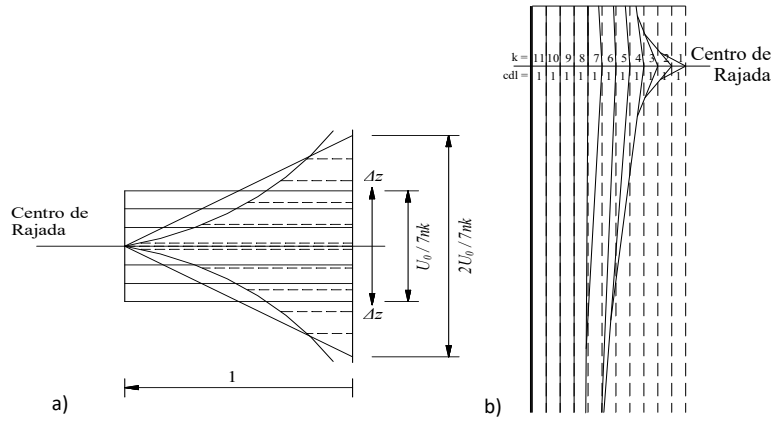


Figura 7 – Rajada equivalente (a) e coeficiente de redução de pressões flutuantes (b)

A seleção da série temporal representativa seguiu o critério de máxima aproximação ao deslocamento característico (xc), obtido pela análise estatística de extremos de Gumbel com probabilidade de não excedência de 95%. Dentre as 20 séries simuladas, foram identificadas as séries cujo deslocamento máximo apresentou menor desvio absoluto em relação a xc. Para a torre de 10 m, a série 20 (deslocamento de 0,5753 cm) apresentou desvio

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

de 1,0% em relação a xc = 0,581 cm. Para a torre de 30 m, a série 18 (deslocamento de 3,8016 cm) apresentou desvio de 0,2% em relação a xc = 3,808 cm. Ressalta-se que o número de 20 séries, embora limitado, atende às recomendações de Chen et al. (2023) para estudos preliminares de resposta dinâmica, reconhecendo-se que amostras maiores (N ≥ 50) confeririam maior robustez estatística ao ajuste de Gumbel.

2.5 Análise Estática

3 APLICAÇÕES E RESULTADOS

3.1 Análise Estática

Esta seção apresenta os resultados das análises estática e dinâmica realizada para as torres estaiadas de 10 e 30 metros de altura. Os resultados foram obtidos por meio dos programas de análises estática (AETEQ) e dinâmica (ADTEQ), desenvolvidos por Menin 9. O programa AETEQ utiliza o modelo linear para cabo tensionado, enquanto que o programa ADTEQ a formulação não-linear. Os resultados foram avaliados em termos de deslocamento máximo de topo, reações de apoio e de ancoragem de cabos como também a comparação entre esforços axiais máximos nos elementos de barra das análises estática e dinâmica. Para avaliar a eficiência dos programas computacionais e a precisão das respostas obtidas destes, realizou-se uma análise comparativa com os resultados obtidos do programa SAP2000 16 *Advanced* v.10.0.1.

Na análise estática das torres estaiadas, a simulação do carregamento do vento foi determinada a partir dos parâmetros definidos na NBR6123, entre eles: velocidade básica do vento igual a 45m/s; fator topográfico S_1 igual a 1,0 e o fator estatístico S_3, para o caso de torres de telecomunicações, é considerado igual a 1,1. As variações de temperatura (ΔT) nos elementos de cabo e barra das torres estaiadas não foram consideradas nesta análise, como também para a análise dinâmica. No programa AETEQ, apesar das exigências da norma NBR6123, para a consideração da ação estática do vento com ângulos de incidência (α) iguais a 0º e 45º da face de barlavento da torre, ressalta-se que neste trabalho foi adotado somente o ângulo de incidência igual a 0º (carregamento perpendicular a uma das faces).

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

A rugosidade do terreno considerada nesta análise para torres estaiadas, segundo a norma NBR6123, correspondeu à categoria II para terrenos abertos com poucos obstáculos. Para as alturas de 10 e 30 metros, tais estruturas correspondem às classes A e B, respectivamente. Neste caso, os parâmetros utilizados para a determinação de S_2 foram: b = 1,00, p = 0,085 e F_r = 1,00 – classe A e b = 1,00, p = 0,09 e F_r = 0,98 – classe B. As dimensões geométricas das torres estaiadas de 10 e de 30 metros e suas respectivas silhuetas são descritas na Tabela 1 e apresentadas na Figura 8 seguintes.

Tabela 1 – Características das torres estaiadas

Descrição	Torres Estaiadas	
	10m	30m
Nº. de Nós	172	252
Elementos de Barra	504	748
Elementos de Cabo	16	16
Dispositivos Anti-torção	1	1
Nº. de Seções por Módulo	10	10
Comprimento da Seção (cm)	25	50
Nº. de Módulos	4	6
Comprimento do Módulo (cm)	250	500
Vão Livre no Topo da Torre (cm)	75	150
Vão Livre entre Cabos (cm)	300	850
Seção Transversal (cm)	40	50
Capacidade Resistente Nominal Cabos (kN)	30,20	50,80
Diâmetro dos Cabos	1/4"	5/16"
Categoria dos Cabos	EHS	EHS

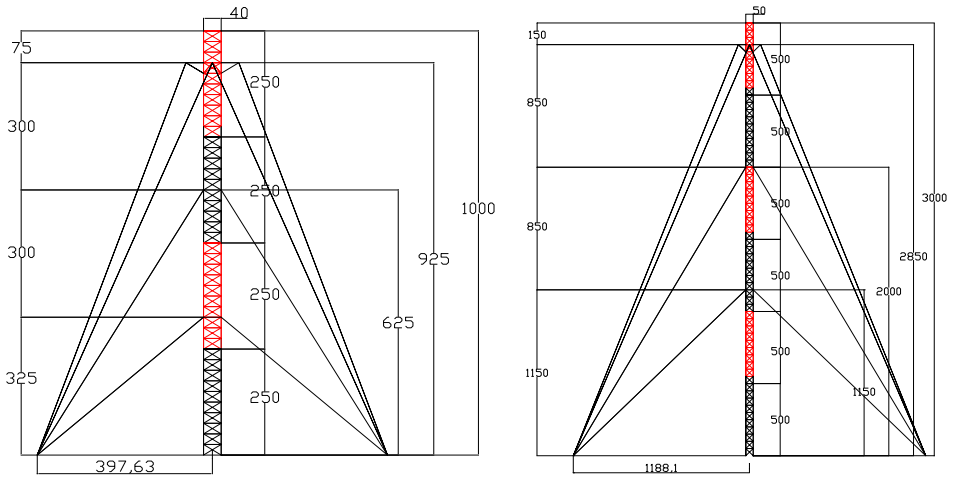


Figura 8 – Torres estaiadas de 10 e de 30 metros (sem escala)

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

A Tabela 2 apresenta inicialmente um resumo dos deslocamentos na direção do carregamento do vento tomando como referência os quatro nós situados no topo das torres estaiadas. Para a análise estática linear, as cargas atuantes nestas estruturas foram: peso próprio (PP), tensionamento dos cabos (DEF) e o carregamento do vento (CV), sendo consideradas como cargas nominais. Ainda na mesma tabela, é apresentada uma comparação dos deslocamentos nodais, obtidos por meio do programa AETEQ, com os do programa SAP2000. Da Tabela 2, observa-se que os valores dos deslocamentos dos nós de topo não apresentaram diferenças significativas entre os programas AETEQ e SAP2000. A variação de resultados entre os dois programas não ultrapassou 1%, mostrando-se satisfatória.

Tabela 2 – Comparação entre deslocamentos nodais no topo das torres estaiadas

Nó	Deslocamentos nodais de topo (cm)			
	10m		30m	
	AETEQ	SAP	AETEQ	SAP
1	0,4356	0,4406	2,6830	2,6848
2	0,4399	0,4448	2,6889	2,6905
3	0,4403	0,4449	2,6897	2,6906
4	0,4353	0,4400	2,6822	2,6834

Devido ao grande número de elementos de barra das torres estaiadas, na Tabela 3 são apresentados somente os esforços axiais máximos para os montantes (M) localizados na base destas estruturas. Conforme a Tabela 3, pode-se observar que os valores gerados pelo programa de análise estática AETEQ apresentaram-se muito próximos dos gerados pelo programa comercial SAP2000. Dessa forma, o limite máximo de diferença alcançado entre os resultados foi menor do que 1%.

Tabela 3 – Esforços axiais nos montantes da base das torres estaiadas

Torre Estaiada	Montantes base	AETEQ Esforço (kN)	SAP2000 Esforço (kN)	Diferença
10m	481	-6,09751	-6,07767	0,33%
	482	-6,44483	-6,39315	0,81%
	483	-13,23699	-13,26850	0,24%
	484	-12,92826	-12,92379	0,03%
30m	725	-4,37667	-4,35033	0,61%
	726	-6,01792	-5,99745	0,34%
	727	-35,28692	-35,33454	0,13%
	728	-33,64566	-33,64946	0,01%

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

Os resultados referentes às reações de apoio na base das torres estaiadas de 10 e de 30 metros de altura, incluindo também os pontos de ancoragem de cabos, são apresentados conforme Tabelas 4 e 5. Os resultados das reações de apoio foram obtidos do programa de análise estática AETEQ e posteriormente comparados às do programa SAP2000. Das Tabelas 4 e 5, os quatros primeiros nós correspondem sempre aos nós de extremidade inferior dos montantes, os demais correspondem aos pontos de ancoragem de cabos. As reações de apoio referentes aos eixos ortogonais *x* e *z* definem o plano horizontal, onde o eixo *z* compreende a direção do carregamento de vento e *y* o eixo vertical da estrutura.

Tabela 4 – Comparação entre reações de apoio dos programas AETEQ e SAP2000 para a Torre Estaiada de 10m

Nó	Torre Estaiada de 10m								
	AETEQ (kN)			SAP2000 (kN)			Diferença Reações (kN e %)		
	RX	RY	RZ	RX	RY	RZ	RX	RY	RZ
161	0,0000	6,0997	0,0000	-0,0008	6,0788	0,0000	0,0008	0,0209	0,0000
							0,00%	0,34%	0,00%
162	0,0000	6,1193	-0,5099	0,0000	6,0748	-0,5119	0,0000	0,0445	0,0020
							0,00%	0,73%	0,38%
163	0,0000	13,2390	0,0000	0,0026	13,2685	0,0000	-0,0026	-0,0295	0,0000
							0,00%	0,22%	0,00%
164	0,0000	13,2194	-0,5001	0,0000	13,2404	-0,5042	0,0000	-0,0211	0,0040
							0,00%	0,16%	0,80%
169	-6,4037	-11,0129	-6,4135	-6,4124	-11,0233	-6,4200	0,0086	0,0104	0,0065
							0,13%	0,09%	0,10%
170	6,4037	-11,0129	-6,4135	6,4135	-11,0258	-6,4207	-0,0098	0,0129	0,0072
							0,15%	0,12%	0,11%
171	4,2463	-7,4334	4,2365	4,2276	-7,4142	4,2202	0,0186	-0,0192	0,0163
							0,44%	0,26%	0,39%
172	-4,2463	-7,4334	4,2365	-4,2308	-7,4155	4,2233	-0,0155	-0,0179	0,0131
							0,37%	0,24%	0,31%

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

Tabela 5 – Comparação entre reações de apoio dos programas AETEQ e SAP2000 para a Torre Estaiada de 30m

Nó	Torre Estaiada de 30m								
	AETEQ (kN)			SAP2000 (kN)			Diferença Reações (kN e %)		
	RX	RY	RZ	RX	RY	RZ	RX	RY	RZ
241	0,0000	4,3934	0,0000	0,0056	4,3595	0,0000	-0,0056	0,0338	0,0000
							0,00%	0,78%	0,00%
242	0,0000	4,3738	-1,6769	0,0000	4,3212	-1,6799	0,0000	0,0526	0,0029
							0,00%	1,22%	0,18%
243	0,0000	35,3137	0,0000	0,0026	35,3487	0,0000	-0,0026	-0,0349	0,0000
							0,00%	0,10%	0,00%
244	0,0000	35,3334	-1,6769	0,0000	35,3459	-1,6797	0,0000	-0,0126	0,0027
							0,00%	0,04%	0,16%
249	-14,9159	-25,8013	-14,9257	-14,9120	-25,7968	-14,9218	-0,0039	-0,0045	-0,0039
							0,03%	0,02%	0,03%
250	14,9159	-25,8013	-14,9257	14,9090	-25,7972	-14,9189	0,0069	-0,0041	-0,0069
							0,05%	0,02%	0,05%
251	5,3250	-10,4245	5,3152	5,3100	-10,3918	5,3002	0,0150	-0,0327	0,0150
							0,28%	0,31%	0,28%
252	-5,3348	-10,4245	5,3250	-5,3153	-10,3929	5,3056	-0,0195	-0,0316	0,0194
							0,37%	0,30%	0,37%

Verifica-se que, na comparação dos valores gerados pelo programa AETEQ e pelo programa SAP2000, a diferença entre reações de apoio permaneceu, na maioria dos casos, menor que 1%. Deste modo, pode-se concluir que existe uma boa correlação entre os resultados obtidos pelos dois programas.

3.2 Análise Dinâmica

Na análise dinâmica, as torres estaiadas de 10 e 30 metros foram submetidas simultaneamente à parcela do carregamento estático do vento, definido como 48% das cargas calculadas conforme metodologia da norma brasileira NBR6123, somada a parcela correspondente a 52% do carregamento flutuante, conforme o método de Monte Carlo.

Para a simulação do carregamento do vento, utilizou-se uma velocidade básica (V_0) de 45m/s, sendo as posições do centro de rajada estacionária de 7,5m e de 25m para as torres de 10 e de 30 metros, respectivamente, correspondendo ao nó de topo do segundo módulo para as duas estruturas. Seguindo a proposta apresentada por **Chen et al. (2023),** a decomposição espectral da parcela do carregamento flutuante foi determinada para um conjunto de 14 e 15 funções harmônicas ($m=14;\ m=15$). O valor do período fundamental

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

para a torre estaiada de 10 metros corresponde a 0,1356s e para a torre estaiada de 30 metros igual a 0,1915s.

As torres estaiadas foram excitadas por 20 séries de carregamentos temporais. Cada série possui um conjunto de ângulos de fase aleatórios ($0 \leq \theta_k \leq 2\pi$) determinados pelo programa RAJADA por meio de funções *random* em código Fortran. A natureza aleatória deste processo fica caracterizada pela combinação dos ângulos de fase, o que determina a defasagem entre as funções harmônicas do espectro adotado.

Para a obtenção da resposta da equação de movimento, adotou-se neste trabalho o método de Newmark, considerando aceleração média constante (β = ¼) para um passo de tempo igual a 0,00005s e para um tempo máximo de análise de 600 segundos. O tempo máximo utilizado na análise dinâmica atende a recomendação proposta por **Gao et al. (2021)** e abrange todas as faixas de frequências contidas na área total definida pelo espectro de Davenport modificado. A fim de garantir a estabilidade numérica do método de Newmark, adotou-se um passo de tempo (Δt) igual a 0,00005s e que correspondente a um quinto do menor período de vibração natural das torres estaiadas, conforme **Abubakar et al. (2024)**; **Zheng e Li (2022) e Park et al. (2025).** Os resultados referentes aos deslocamentos máximos e o instante de sua ocorrência para cada série temporal de carregamento são apresentados na Tabela 6. O deslocamento de referência foi adotado como sendo na direção do carregamento do vento e compreende o deslocamento do nó 1 situado no topo das torres estaiadas de 10 e de 30 metros.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

Tabela 6 – Deslocamentos máximos por série de carregamento das torres 10 e 30 metros

Série	Torre estaiada 10m		Torre estaiada 30m	
	Deslocamento (cm)	Tempo (s)	Deslocamento (cm)	Tempo (s)
1	0,5434	505,93995	3,6358	518,45
2	0,5435	553,23124	3,4998	566,79
3	0,5496	463,56050	3,6842	265,33
4	0,5348	91,80215	3,6210	350,65
5	0,5450	460,14620	3,6629	199,86
6	0,5711	191,01365	3,7445	398,07
7	0,5465	582,74380	3,6144	215,04
8	0,5576	182,74015	3,6992	39,81
9	0,5548	188,09635	3,6802	547,27
10	0,5744	373,98705	3,7276	384,15
11	0,5454	568,37770	3,6369	267,77
12	0,5692	112,08875	3,5480	230,99
13	0,5573	17,62460	3,7519	264,94
14	0,5179	346,47305	3,6046	398,13
15	0,5621	79,32450	3,5084	244,64
16	0,5501	61,79950	3,7689	112,06
17	0,5726	424,46480	3,6497	174,55
18	0,5546	126,96790	3,8016	46,10
19	0,5568	534,75195	3,6365	258,19
20	0,5753	311,23490	3,5625	335,60

A análise estatística de extremos de Gumbel realizada para os valores das 20 séries temporais de carregamento fornece os parâmetros descritos na Tabela 7 para as torres estaiadas de 10 e de 30 metros, o que permite determinar o valor do deslocamento característico (x_c) igual a 0,581cm e 3,808cm, respectivamente.

Tabela 7 – Propriedades estatísticas para as séries de carregamento

Parâmetros estatísticos		Torre 10m	Torre 30m
média	μ	0,554	3,652
desvio padrão	σ	0,014	0,084
propabilidade	p	0,950	0,950
curva exponencial	w	2,970	2,970
dispersão	$\tilde{a}$	88,642	15,360
moda	$\overline{x}$	0,548	3,614
deslocamento característico (cm)	x_c	0,581	3,808

A partir da análise estatística, adotaram-se as séries temporais de carregamento 20 e 18 como sendo as séries cujas respostas máximas mais se aproximam do valor característico do deslocamento (x_c). Os resultados encontrados para estas séries características foram considerados como representativos da análise dinâmica das torres de 10 e de 30 metros. Os históricos dos deslocamentos no tempo máximo de 600s para o nó 1 do topo das torres estaiadas, correspondentes às séries características 20 e 18, são apresentados na Figura 9. Nesta figura podem ser observados os valores dos deslocamentos máximos de 0,5753cm

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

ocorrido para o instante de tempo igual a 311,23s e de 3,8016cm ocorrido para o instante de tempo igual a 46,10s correspondentes às torres de 10 e de 30 metros, respectivamente.

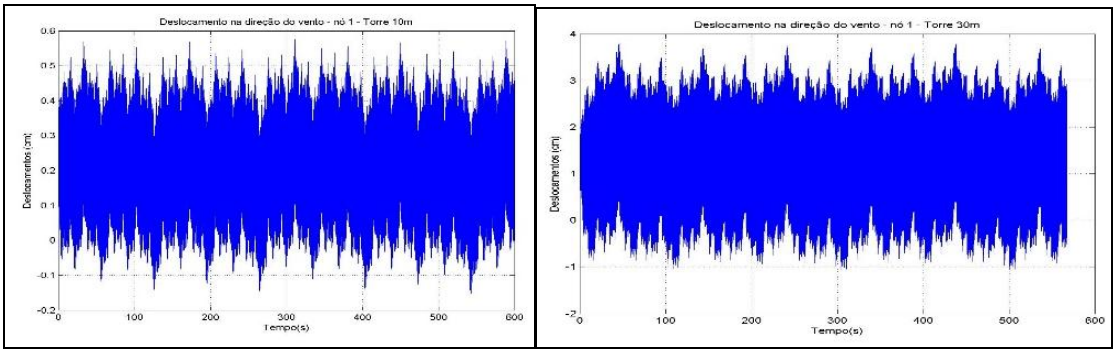


Figura 9 – Deslocamento temporal para as séries características de carregamento

As Tabelas 8 e 9 comparam os esforços axiais máximos de tração e compressão, obtidos do programa de análise estática (AETEQ), com os esforços axiais máximos obtidos do programa de análise dinâmica (ADTEQ), em função do tipo do perfil estrutural (T - travamento interno; H-horizontal; M-montante; D-diagonal e AT-anti-torçor) e a sua cota de ancoragem (altura) nas torres estaiadas de 10 e de 30 metros.

Tabela 8 – Esforços axiais máximos das análises estática e dinâmica da torre de 10m

Altura (m)	Perfil	Capacidade Resistente (kN)		Análise				Diferença (%)	
				Estática AETEQ		Dinâmica ADTEQ			
				Esforço máximo (kN)		Esforço máximo (kN)			
		Tração	Compr.	Tração	Compr.	Tração	Compr.	Tração	Compr.
10,00	T	14,12	-8,99	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0588	–	–
	H	14,12	-5,56	3,2362	-2,5301	3,4225	-2,6870	5,76%	6,20%
	M	28,39	-25,28	0,5884	-7,5609	0,5884	-7,7865	0,00%	2,98%
	D	14,12	-4,00	1,2651	-1,0689	1,6573	-1,4612	31,01%	36,70%
7,50	T	14,12	-8,99	0,0000	0,0000	0,0294	-0,1569	–	–
	H	14,12	-5,56	1,7750	-0,4609	1,8437	-0,7453	3,87%	61,70%
	M	28,39	-25,28	0,0000	-9,4144	0,0000	-9,1202	–	3,23%
	D	14,12	-4,00	0,6570	-0,6570	0,8434	-0,8532	28,36%	29,85%
5,00	T	14,12	-8,99	0,0000	0,0000	0,0196	-0,1373	–	–
	H	14,12	-5,56	2,1673	-0,3825	2,1869	-0,5492	0,90%	43,59%
	M	28,39	-25,28	0,0000	-10,2774	0,0000	-10,7677	–	4,77%
	D	14,12	-4,00	0,6963	-0,6963	0,7649	-0,7747	9,86%	11,27%
2,50	T	14,12	-8,99	0,0000	0,0000	0,0196	-0,1275	–	–
	H	14,12	-5,56	0,3432	-0,3432	0,1667	-0,4609	105,88%	34,29%
	M	28,39	-25,28	0,0000	-13,2390	0,0000	-13,0919	–	1,12%
	D	14,12	-4,00	0,5982	-0,5982	0,4707	-0,4609	27,08%	29,79%
9,25	AT	14,12	-4,45	6,7764	0,0000	7,0510	0,0000	–	–
	AT	19,86	-11,21	0,0000	-6,3351	0,0000	-6,5999	–	4,18%

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

Tabela 9 – Esforços axiais máximos das análises estática e dinâmica da torre de 30m

Altura (m)	Perfil	Capacidade Resistente (kN)		Análise				Diferença (%)	
				Estática AETEQ		Dinâmica ADTEQ			
				Esforço axial (kN)		Esforço axial (kN)			
		Tração	Compr.	Tração	Compr.	Tração	Compr.	Tração	Compr.
30,00	T	19,86	-14,80	0,0000	0,0000	0,0098	-0,1177	–	–
	H	19,86	-11,51	5,1191	-3,6088	5,6388	-3,9619	10,15%	9,78%
	M	50,31	-38,73	2,5890	-22,1336	4,2267	-25,4581	63,26%	15,02%
	D	19,86	-6,40	3,6481	-3,3637	5,0700	-4,7856	38,98%	42,27%
25,00	T	19,86	-14,80	0,0000	0,0000	0,0686	-0,3530	–	–
	H	19,86	-11,51	1,2454	-1,2454	0,5982	-2,0104	108,20%	61,42%
	M	50,31	-38,73	0,8434	-22,1630	4,1874	-25,4875	396,51%	15,00%
	D	19,86	-6,40	1,4220	-1,4220	2,5693	-2,5595	80,69%	80,00%
20,00	T	19,86	-14,80	1,5593	0,0000	1,6573	0,0000	6,29%	–
	H	19,86	-11,51	3,2068	-0,0785	3,7069	-0,2452	15,60%	212,50%
	M	50,31	-38,73	0,0000	-21,4275	0,0000	-21,1431	–	1,35%
	D	19,86	-6,40	0,2059	-0,2059	0,6374	-0,6178	209,52%	200,00%
15,00	T	19,86	-14,80	0,0000	0,0000	0,0490	-0,2844	–	–
	H	19,86	-11,51	5,2956	-1,0297	5,1877	-1,3827	2,08%	34,29%
	M	50,31	-38,73	0,0000	-24,8795	0,0000	-27,0860	–	8,87%
	D	19,86	-6,40	2,9028	-2,9028	2,9616	-2,9420	2,03%	1,35%
10,00	T	19,86	-14,80	0,0000	0,0000	0,0490	-0,2844	–	–
	H	19,86	-11,51	0,9807	-0,9807	0,4707	-1,2454	108,33%	27,00%
	M	50,31	-38,73	0,0000	-20,8489	0,0000	-22,4768	–	7,81%
	D	19,86	-6,40	0,1177	-0,1177	0,3432	-0,3040	191,67%	158,33%
5,00	T	19,86	-14,80	0,0000	0,0000	0,0490	-0,2550	–	–
	H	19,86	-11,51	0,8826	-0,8826	0,4217	-1,0885	109,30%	23,33%
	M	50,31	-38,73	0,0000	-35,3137	0,0000	-30,9890	–	13,96%
	D	19,86	-6,40	2,3732	-2,3732	1,7652	-1,7358	34,44%	36,72%
28,50	AT	19,86	-10,00	10,1695	0,0000	10,9246	0,0000	7,43%	–
	AT	28,39	-13,83	0,0000	-10,1499	0,0000	-11,0423	–	8,79%

Os gráficos das Figuras 10 a 13 apresentam uma melhor visualização da comparação entre os esforços axiais máximos de tração e compressão para cada tipo de perfil estrutural obtidos dos programas de análise estática (AETEQ) e dinâmica (ADTEQ). Conforme gráficos das Figuras 10 e 11 verifica-se a predominância dos esforços estáticos de tração sobre os esforços dinâmicos de tração somente nos módulos inferiores das torres estaiadas. Porém, para os módulos superiores, observa-se uma situação inversa, ou seja, ocorre a predominância dos esforços dinâmicos de tração sobre os estáticos.

Para os gráficos das Figuras 12 e 13, observam-se esforços axiais de compressão obtidos da análise estática superiores aos da análise dinâmica nos perfis estruturais correspondentes aos montantes situados no módulo da base das duas torres estaiadas. Verifica-se uma situação inversa a partir dos módulos seguintes, onde é possível visualizar a predominância dos esforços dinâmicos de compressão sobre os esforços estáticos. Os picos de esforços de compressão visualizados nos gráficos são correspondentes aos montantes com

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

as maiores solicitações axiais associados a cada módulo das torres estaiadas de 10 e de 30 metros.

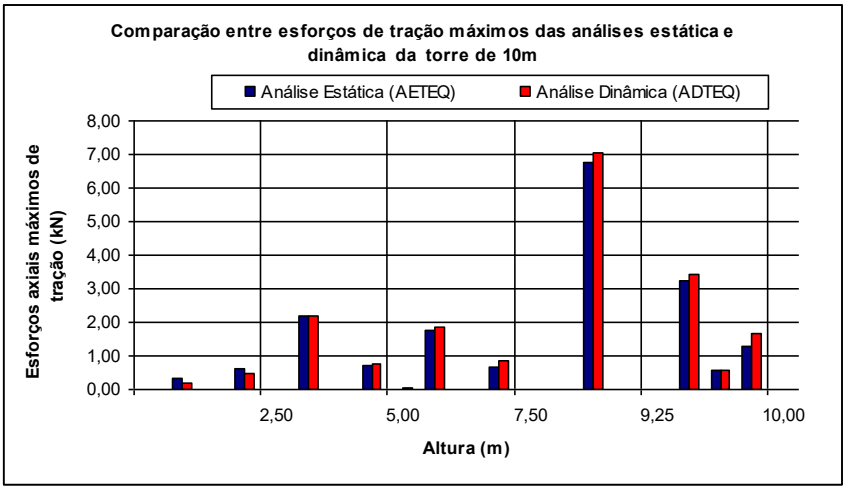


Figura 10 – Comparação entre esforços de tração máximos das análises estática e dinâmica da torre estaiada de 10 metros

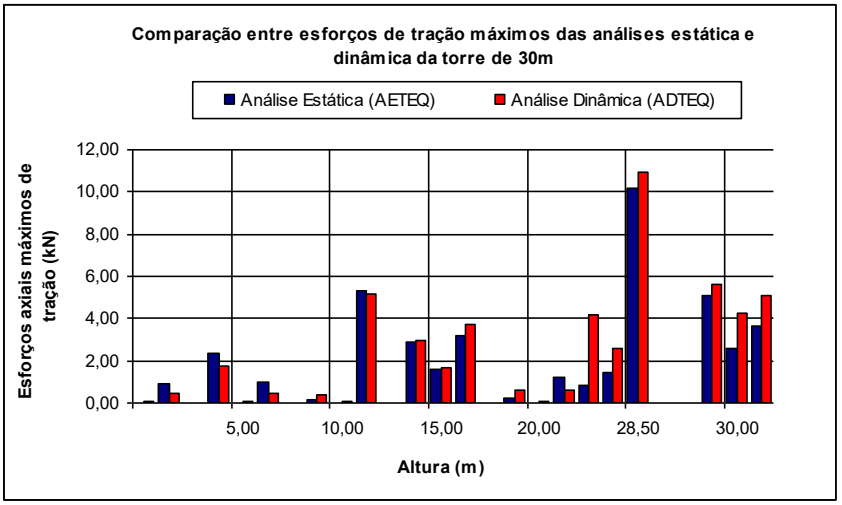


Figura 11 – Comparação entre esforços de tração máximos das análises estática e dinâmica da torre estaiada de 30 metros

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

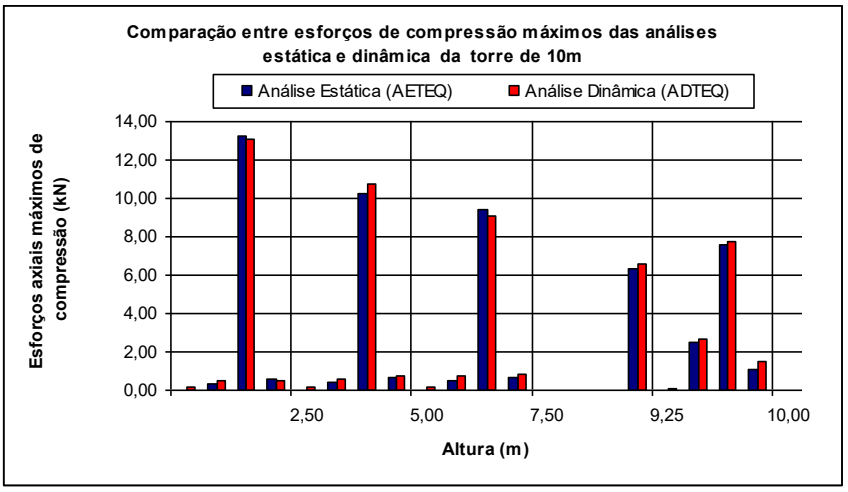


Figura 12 – Comparação entre esforços de compressão máximos das análises estática e dinâmica da torre estaiada de 10 metros

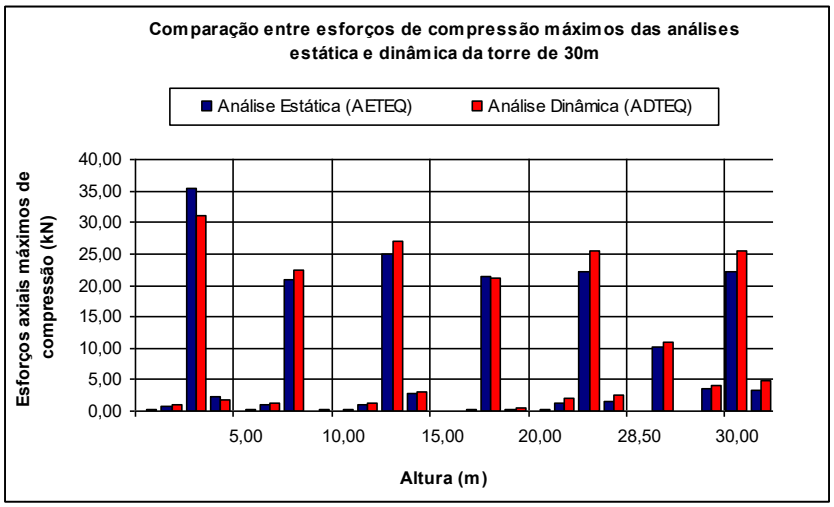


Figura 13 – Comparação entre esforços de compressão máximos das análises estática e dinâmica da torre estaiada de 30 metros

Comparando-se os deslocamentos máximos correspondentes ao nó de topo (nó 1) para as torres estaiadas de 10 e 30 metros, obtidos dos programas AETEQ e ADTEQ, conforme discriminados na Tabela 10, verifica-se diferenças de resultados na ordem de 20% entre os deslocamentos estático e dinâmico.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

Tabela 10 – Deslocamento máximo de topo das torres estaiadas de 10m e 30m

Deslocamento máximo de topo		
Torre Estaiada	AETEQ (cm)	ADTEQ (cm)
10 m	0,4403	0,5810
30 m	2,6897	3,8080

4 LIMITAÇÕES DO ESTUDO

O presente estudo apresenta as seguintes limitações que devem ser consideradas na interpretação dos resultados:

(i) Escopo geométrico restrito: Foram analisadas apenas duas configurações de torres (10 m e 30 m), ambas de seção transversal quadrada. A extrapolação dos resultados para outras alturas, seções triangulares ou retangulares, ou configurações de estaiamento distintas requer validação específica.

(ii) Ângulo de incidência único: O carregamento de vento foi considerado apenas para incidência perpendicular a uma das faces ($\alpha = 0°$). A norma NBR 6123 recomenda a verificação também para $\alpha = 45°$, condição não contemplada neste estudo.

(iii) Categoria de terreno única: As análises foram conduzidas exclusivamente para categoria de terreno II (campo aberto). Terrenos urbanos (categorias III a V) apresentam perfis de velocidade e turbulência distintos que podem alterar significativamente a resposta dinâmica.

(iv) Amostra estatística limitada: A análise de Gumbel foi realizada com 20 séries temporais. Amostras maiores ($N \geq 50$) confeririam maior robustez estatística à determinação do deslocamento característico.

(v) Modelo linear de cabos: Embora o estudo tenha implementado formulação não-linear para os cabos no programa ADTEQ, a comparação sistemática entre modelos linear e não-linear foi limitada. A faixa de pré-tração para a qual o modelo linear permanece válido não foi explicitamente delimitada.

(vi) Validação experimental: Os resultados computacionais não foram confrontados com dados experimentais de campo ou laboratório, o que constitui etapa necessária para validação definitiva da metodologia proposta.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

CONCLUSÕES

Este estudo investigou o comportamento estrutural de duas torres metálicas estaiadas (10 m e 30 m de altura), de seção transversal quadrada, submetidas à ação estática e dinâmica do vento com incidência perpendicular a uma das faces ($\alpha = 0°$). As análises foram conduzidas para terreno de categoria II (campo aberto) e velocidade básica de 45 m/s, conforme NBR 6123. Dentro desse escopo específico, as seguintes conclusões podem ser apresentadas:

(a) Validação computacional: A implementação do programa AETEQ, utilizando formulação linear para elementos de cabo, apresentou boa concordância com o software comercial SAP2000. As diferenças nos deslocamentos de topo, esforços axiais máximos nos montantes de base e reações de apoio permaneceram inferiores a 1% para ambas as torres analisadas. Este resultado valida a implementação para o espectro de parâmetros estudados, não constituindo, porém, validação generalizada para outras configurações geométricas ou condições de carregamento.

(b) Comparação estática × dinâmica: Nos casos analisados, observou-se que a análise estática conduziu a maiores esforços axiais de compressão nos montantes de base, enquanto a análise dinâmica resultou em maiores solicitações nos módulos superiores das torres. Esta observação sugere que, para torres estaiadas com características similares às estudadas, ambas as análises podem ser necessárias para a determinação dos esforços máximos ao longo da altura.

(c) Deslocamentos de topo: A diferença de aproximadamente 20% entre os deslocamentos máximos de topo obtidos pelas análises estática e dinâmica indica que a análise estática pode subestimar os deslocamentos de topo em estruturas com características de flexibilidade similares às torres estudadas.

(d) Decomposição espectral: Para as torres analisadas, a decomposição espectral com 14 e 15 funções harmônicas mostrou-se adequada para representar o espectro de Davenport modificado nas faixas de frequência de interesse. Os deslocamentos característicos obtidos (0,581 cm para 10 m e 3,808 cm para 30 m) podem servir como referência para estudos comparativos em torres de configuração similar.

As conclusões acima são estritamente condicionadas aos casos estudados (torres de 10 m e 30 m, seção quadrada, vento a 0°, categoria de terreno II, $V_0 = 45$ m/s). A generalização para outras configurações geométricas, alturas, categorias de terreno, ângulos de incidência ou níveis de pré-tração dos cabos requer investigação adicional.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6123**: Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1988 (Confirmada em 2013).

ABUBAKAR, M.; et al. Comparative study of finite element modeling techniques for lattice telecommunication towers. **Structures**, v. 62, p. 104-118, 2024.

ALTAY, O.; et al. Numerical investigation of the collapse mechanisms of self-supporting telecommunication towers under extreme wind loading. **Structures**, v. 60, art. 105842, 2024.

CHEN, X.; et al. Stochastic wind field simulation and dynamic response of guyed masts using advanced Monte Carlo techniques. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 234, art. 105341, 2023.

FU, X.; **LI, H.** Dynamic reliability assessment of guyed mast structures considering cable rupture and non-linear wind loads. **Engineering Structures**, v. 250, art. 113398, 2022.

GAO, L.; et al. Wind-induced vibration and structural safety of lattice transmission towers under turbulent wind fields. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 211, art. 104554, 2021.

GAO, L. et al. *Analysis of wind speed stationary intervals for structural health monitoring of tall lattice towers.* **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 220, art. 104856, 2022.

LIU, J. et al. *Gust factor impact and aeroelastic response of telecommunication structures under extreme wind events*. **Engineering Structures**, v. 310, art. 118210, 2025.

PARK, S.; et al. Hybrid beam-truss finite element modeling for the global stability analysis of high-rise communication structures. **Thin-Walled Structures**, v. 195, art. 111422, 2025.

WANG, Y. et al. *Experimental and numerical study on wind drag coefficients of lattice towers with varying solidity ratios*. **Structures**, v. 68, 2025

ZHANG, L.; et al. Geometric non-linearity and cable-stayed interaction in telecommunication masts under extreme weather events. **Engineering Structures**, v. 302, art. 117355, 2024.

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 13/01/2026 - **Accepted:** 15/04/2026
Vol: 13.06
DOI: 10.66104/yw75s531
Pages: 1-38

ZHENG, Y.; **LI, Q.** Nonlinear dynamic analysis and collapse mechanism of self-supporting steel towers under extreme wind loads. **Engineering Structures**, v. 256, art. 113974, 2022.