REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

MATERIAIS MANIPULÁVEIS NA PREPARAÇÃO PARA A SEGUNDA FASE DA OBMEP: CONTRIBUIÇÕES DE UMA PESQUISA-AÇÃO DESENVOLVIDA EM UM GRUPO DE ESTUDOS

MANIPULATIVE MATERIALS IN PREPARING FOR THE SECOND PHASE OF OBMEP: CONTRIBUTIONS OF ACTION RESEARCH CONDUCTED IN A STUDY GROUP

MATERIALES MANIPULATIVOS EN LA PREPARACIÓN PARA LA SEGUNDA FASE DE LA OBMEP: APORTES DE UNA INVESTIGACIÓN-ACCIÓN DESARROLLADA EN UN GRUPO DE ESTUDIO

Kalisson Miranda dos Santos
Mestrando em Matemática/Profmat, Instituto Federal do Piauí – IFPI, Brasil
E-mail: kalissonmiranda2@gmail.com

Egnilson Miranda de Moura
Doutor, Universidade Federal do Piauí – UFPI, Brasil
E-mail: egnilson@ufpi.edu.br

Igor Ferreira do Nascimento
Doutor, Instituto Federal do Piauí -IFPI, Brasil
E-mail: igor.nascimento@ifpi.edu.br

Guilherme Gonçalves Holanda
Mestre em Matemática – IFPI, Brasil
E-mail: guylhermeholanda96@gmail.com

José Carlos Cecopierre Roldan Junior
Mestre em Matemática – IFPI, Brasil
E-mail: joseroldan695@gmail.com

Lucas Purificação Mendes de Souza
Mestrando em Matemática/Profmat, Instituto Federal do Piauí – IFPI, Brasil
E-mail: lucksmendes@gmail.com

Resumo

A preparação de estudantes para a segunda fase da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas (OBMEP) demanda estratégias que estimulem a resolução de problemas, o

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

raciocínio lógico e a argumentação matemática. Nesse contexto, este estudo teve como objetivo analisar as contribuições da utilização de materiais manipuláveis na preparação de estudantes para a segunda fase da 20ª edição da OBMEP (2025), por meio da implementação de um grupo de estudos em uma escola pública municipal localizada na região sul do estado do Maranhão. Trata-se de uma pesquisa aplicada, com abordagem predominantemente qualitativa e apoio de dados quantitativos de caráter descritivo, desenvolvida por meio de uma intervenção pedagógica com estudantes classificados para a segunda fase da olimpíada e alunos que manifestaram interesse voluntário em participar das atividades. A intervenção foi organizada em uma sequência didática composta por doze encontros fundamentados na metodologia da resolução de problemas, utilizando materiais manipuláveis concretos e digitais elaborados para questões de diferentes edições da OBMEP. A produção dos dados ocorreu por meio de observação participante e da aplicação de um questionário ao final da intervenção. Os resultados indicaram que os participantes relataram que a utilização dos materiais manipuláveis facilitou a compreensão das questões propostas, a elaboração e a socialização de estratégias de resolução, além de favorecer sua participação nas atividades desenvolvidas. As observações realizadas ao longo dos encontros permitiram descrever processos pedagógicos relacionados à utilização desses recursos, enquanto o questionário evidenciou uma percepção positiva dos participantes quanto à proposta desenvolvida. Os resultados obtidos posteriormente em olimpíadas científicas são apresentados como informações contextuais e não como evidências diretas da eficácia da intervenção. Conclui-se que a articulação entre resolução de problemas e materiais manipuláveis constitui uma proposta pedagógica promissora para a preparação de estudantes para olimpíadas de Matemática, tendo sido bem avaliada pelos participantes e possibilitando a descrição de estratégias e processos pedagógicos desenvolvidos durante a intervenção.

Palavras-chave: Materiais manipuláveis; OBMEP; Resolução de problemas; Educação Matemática; Olimpíadas científicas.

Abstract

Preparing students for the second phase of the Brazilian Public and Private Schools Mathematics Olympiad (OBMEP) requires strategies that foster problem-solving, logical reasoning, and mathematical argumentation. In this context, this study aimed to analyze the contributions of using manipulatives in preparing students for the second phase of the 20th edition of OBMEP (2025) through the implementation of a study group in a public municipal school located in the southern region of the state of Maranhão, Brazil. This is an applied study with a predominantly qualitative approach supported by descriptive quantitative data, developed through a pedagogical intervention involving students qualified for the second phase of the Olympiad and students who voluntarily expressed interest in participating in the activities. The intervention consisted of a didactic sequence comprising twelve

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

meetings based on the problem-solving approach, using concrete and digital manipulatives designed for problems from different editions of the OBMEP. Data were produced through participant observation and the administration of a questionnaire at the end of the intervention. The results indicated that participants reported that the use of manipulatives facilitated their understanding of the proposed problems, supported the development and sharing of problem-solving strategies, and encouraged greater engagement in the activities. Observations conducted throughout the intervention allowed the description of pedagogical processes related to the use of these resources, while the questionnaire revealed positive perceptions regarding the proposed methodology. The results obtained in subsequent mathematics competitions are presented as contextual information rather than direct evidence of the effectiveness of the intervention. It is concluded that integrating problem-solving with manipulatives represents a promising pedagogical approach for preparing students for mathematics competitions, having been positively evaluated by the participants and enabling the description of strategies and pedagogical processes developed throughout the intervention.
Keywords: Manipulative materials; OBMEP; Problem solving; Mathematics Education; Scientific Olympiads.

Resumen

La preparación de estudiantes para la segunda fase de la Olimpiada Brasileña de Matemáticas de las Escuelas Públicas y Privadas (OBMEP) requiere estrategias que promuevan la resolución de problemas, el razonamiento lógico y la argumentación matemática. En este contexto, este estudio tuvo como objetivo analizar las contribuciones del uso de materiales manipulativos en la preparación de estudiantes para la segunda fase de la 20.ª edición de la OBMEP (2025), mediante la implementación de un grupo de estudio en una escuela pública municipal ubicada en la región sur del estado de Maranhão, Brasil. Se trata de una investigación aplicada, con un enfoque predominantemente cualitativo y el apoyo de datos cuantitativos de carácter descriptivo, desarrollada mediante una intervención pedagógica con estudiantes clasificados para la segunda fase de la olimpiada y alumnos que manifestaron voluntariamente su interés en participar en las actividades. La intervención se organizó en una secuencia didáctica compuesta por doce encuentros fundamentados en la metodología de resolución de problemas, utilizando materiales manipulativos concretos y digitales elaborados para cuestiones de diferentes ediciones de la OBMEP. La producción de los datos se realizó mediante observación participante y la aplicación de un cuestionario al finalizar la intervención. Los resultados indicaron que los participantes manifestaron que el uso de los materiales manipulativos facilitó la comprensión de las cuestiones propuestas, la elaboración y la socialización de estrategias de resolución, además de favorecer su participación en las actividades desarrolladas. Las observaciones realizadas durante los encuentros permitieron describir procesos pedagógicos relacionados con el uso de estos recursos, mientras que el cuestionario evidenció una percepción positiva de los participantes respecto a la propuesta desarrollada. Los resultados obtenidos

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

posteriormente en olimpiadas científicas se presentan como información contextual y no como evidencia directa de la eficacia de la intervención. Se concluye que la articulación entre la resolución de problemas y los materiales manipulativos constituye una propuesta pedagógica prometedora para la preparación de estudiantes para olimpiadas de matemáticas, habiendo sido valorada positivamente por los participantes y permitiendo describir estrategias y procesos pedagógicos desarrollados durante la intervención.

Palabras clave: Materiales manipulativos; OBMEP; Resolución de problemas; Educación Matemática; Olimpiadas científicas.

1. Introdução

A Educação Matemática tem sido constantemente desafiada a desenvolver estratégias pedagógicas que favoreçam a aprendizagem dos estudantes, estimulando o raciocínio lógico, a criatividade, a argumentação e a capacidade de resolver problemas. Entretanto, apesar dos avanços nas pesquisas e nas metodologias de ensino, muitos estudantes ainda apresentam dificuldades para interpretar situações-problema, elaborar estratégias de resolução e justificar matematicamente suas respostas, especialmente diante de desafios que extrapolam os exercícios rotineiramente desenvolvidos em sala de aula.

Nesse contexto, a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas (OBMEP) consolidou-se como uma das principais iniciativas de incentivo ao estudo da Matemática no Brasil. Desde sua criação, a olimpíada busca estimular o interesse dos estudantes pela disciplina, identificar jovens talentos e contribuir para a melhoria da qualidade da Educação Básica. As questões propostas, especialmente na segunda fase da competição, exigem dos participantes mais do que a aplicação de algoritmos e procedimentos operatórios, demandando interpretação, elaboração de estratégias, criatividade, argumentação matemática e capacidade de resolver problemas de forma autônoma.

Diante dessas características, torna-se necessário que os processos de preparação para a OBMEP ultrapassem metodologias centradas na repetição de exercícios, incorporando estratégias que favoreçam a investigação, a

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

experimentação e a construção do conhecimento matemático. Entre essas estratégias, destaca-se a utilização de materiais manipuláveis, que possibilitam aos estudantes explorar conceitos, formular hipóteses, identificar padrões e construir diferentes estratégias de resolução. Quando articulados à metodologia da resolução de problemas, esses recursos podem ampliar as oportunidades de investigação matemática e favorecer a participação ativa dos estudantes durante o processo de aprendizagem.

Estudos da área apontam que os materiais manipuláveis constituem recursos relevantes para o ensino de Matemática e podem contribuir para a exploração de conceitos, para a visualização de relações matemáticas e para a diversificação das estratégias de resolução. Entretanto, ainda são reduzidos os trabalhos que descrevem, de forma sistematizada, intervenções pedagógicas voltadas à preparação para olimpíadas de Matemática fundamentadas na utilização desses recursos, especialmente na segunda fase da OBMEP. Essa lacuna motivou a elaboração de uma sequência didática que integrasse materiais manipuláveis e resolução de problemas, oferecendo aos professores uma proposta passível de adaptação a diferentes contextos escolares.

Dessa forma, o presente artigo tem como objetivo analisar uma intervenção pedagógica desenvolvida para a preparação de estudantes para a segunda fase da OBMEP, realizada em um grupo de estudos de uma escola pública municipal localizada na região sul do estado do Maranhão. A proposta foi organizada em doze encontros fundamentados na resolução de problemas e na utilização de materiais manipuláveis, buscando criar oportunidades para que os estudantes explorassem diferentes estratégias de resolução e construíssem justificativas matemáticas para questões características da olimpíada.

Além de descrever a estrutura da sequência didática, o artigo analisa sua implementação, apresenta as percepções dos estudantes acerca da metodologia adotada e discute os processos pedagógicos observados durante a intervenção, evidenciando as possibilidades e as limitações da utilização de materiais manipuláveis como recurso para a preparação de estudantes para olimpíadas de Matemática.

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

2. Revisão da Literatura

2.1 Materiais manipuláveis no ensino da Matemática

As discussões acerca da melhoria da aprendizagem matemática têm impulsionado a busca por metodologias que promovam maior participação dos estudantes na construção do conhecimento. Nesse cenário, os materiais manipuláveis têm ocupado lugar de destaque na Educação Matemática por favorecerem experiências de aprendizagem baseadas na exploração, na investigação e na resolução de problemas. Em oposição a práticas centradas exclusivamente na exposição oral e na repetição de procedimentos, esses recursos possibilitam que os estudantes estabeleçam relações entre representações concretas e conceitos abstratos, favorecendo uma aprendizagem mais significativa.

Antes de discutir especificamente os materiais manipuláveis, é importante compreender o conceito de material didático. Lorenzato (2012) define material didático como qualquer instrumento utilizado para auxiliar o processo de ensino e aprendizagem, abrangendo desde recursos simples, como o quadro e o giz, até jogos, softwares, calculadoras, sólidos geométricos e outros objetos empregados durante as atividades escolares. Essa concepção evidencia que o potencial pedagógico de um recurso não está apenas em sua natureza física, mas principalmente na forma como é planejado e utilizado pelo professor durante a mediação da aprendizagem.

Nessa mesma perspectiva, Vale (2002) compreende os materiais didáticos como recursos que possibilitam diversificar as estratégias de ensino, favorecendo diferentes formas de representação dos conceitos matemáticos. Com o avanço das tecnologias digitais, a autora destaca que esses recursos passaram a incluir também os chamados materiais manipuláveis virtuais, como softwares e ambientes dinâmicos que permitem ao estudante modificar objetos matemáticos, observar

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

regularidades e construir conhecimentos por meio da interação com diferentes representações.

Entre os diversos recursos didáticos utilizados no ensino da Matemática, destacam-se os materiais manipuláveis, caracterizados pela possibilidade de serem explorados diretamente pelos estudantes durante as atividades. Para Carvalho e Almeida (2018), esses materiais constituem objetos que podem ser tocados, movimentados e reorganizados conforme as necessidades da atividade proposta, favorecendo processos de investigação e construção do conhecimento. Essa característica diferencia os materiais manipuláveis de recursos meramente ilustrativos, uma vez que sua utilização pressupõe a participação ativa do estudante durante o processo de aprendizagem.

Passos (2012) ressalta que os materiais manipuláveis representam importantes mediadores entre o pensamento concreto e o pensamento abstrato, permitindo que os estudantes construam significados a partir da experimentação e da exploração dos objetos. Segundo a autora, a manipulação favorece a formulação de hipóteses, a identificação de padrões e a elaboração de estratégias de resolução, contribuindo para o desenvolvimento do raciocínio lógico e da autonomia intelectual.

Entretanto, diversos pesquisadores alertam que a simples presença dos materiais manipuláveis em sala de aula não garante melhorias na aprendizagem. Lorenzato (2012) enfatiza que esses recursos somente produzem resultados significativos quando utilizados dentro de uma proposta pedagógica cuidadosamente planejada, em que os estudantes sejam constantemente desafiados a pensar, argumentar e justificar suas conclusões. Conforme destaca o autor, "faz-se necessário que haja uma atividade mental, e não somente a manipulativa" (Lorenzato, 2012, p. 33-34). Dessa forma, a manipulação dos objetos deve estar sempre associada à reflexão matemática, evitando que a atividade se reduza a uma ação meramente mecânica.

Outro aspecto ressaltado por Lorenzato (2012) refere-se ao protagonismo do estudante durante a utilização desses recursos. Para o autor, situações em que os próprios alunos manipulam os materiais tendem a produzir resultados mais

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

satisfatórios do que aquelas em que o professor apenas demonstra seu funcionamento. Isso ocorre porque a manipulação direta possibilita observações, reflexões, comparações e descobertas realizadas em ritmos próprios, respeitando as diferentes formas de aprendizagem presentes na sala de aula.

Essa compreensão também é reforçada por Conceição et al. (2019), ao afirmarem que a associação entre teoria e manipulação de materiais didáticos constitui uma alternativa capaz de favorecer a compreensão dos conteúdos matemáticos. Os autores destacam que a experimentação permite que os estudantes construam significados para conceitos muitas vezes considerados abstratos, tornando o processo de aprendizagem mais dinâmico e participativo.
Mais recentemente, Nunes (2025) observa que a utilização de blocos, cubos e outros recursos visuais torna os conteúdos matemáticos mais concretos, facilitando a aprendizagem e tornando as aulas mais acessíveis aos estudantes. Embora sua pesquisa esteja voltada para outro contexto educacional, suas conclusões corroboram a ideia de que a utilização planejada de materiais manipuláveis favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e amplia as possibilidades de compreensão dos conceitos matemáticos.

As contribuições desses autores evidenciam que os materiais manipuláveis não devem ser compreendidos apenas como recursos de apoio às aulas de Matemática, mas como instrumentos de mediação capazes de favorecer a construção do conhecimento quando articulados a metodologias que valorizem a investigação, a argumentação e a resolução de problemas. Nessa perspectiva, seu uso deixa de representar um elemento complementar e passa a constituir parte integrante da estratégia pedagógica, criando condições para que os estudantes assumam papel ativo no processo de aprendizagem.

2.2 Resolução de problemas como metodologia de ensino

A resolução de problemas ocupa posição de destaque nas pesquisas em Educação Matemática por constituir uma metodologia que favorece a construção do conhecimento a partir da investigação, da reflexão e da elaboração de

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

estratégias pelos estudantes. Diferentemente de práticas centradas na memorização de procedimentos, essa abordagem coloca o aluno diante de situações desafiadoras que exigem interpretação, tomada de decisões, argumentação e validação de hipóteses, contribuindo para o desenvolvimento do raciocínio lógico e da autonomia intelectual.

Segundo Pólya (1995), resolver um problema envolve muito mais do que encontrar uma resposta correta. Trata-se de um processo investigativo no qual o estudante precisa compreender a situação apresentada, elaborar um plano de resolução, executar esse plano e, por fim, verificar se a solução obtida responde adequadamente ao problema proposto. Essas quatro etapas, compreender o problema, elaborar um plano, executar o plano e revisar a solução, constituem uma referência clássica para o ensino da Matemática e continuam sendo amplamente utilizadas em práticas pedagógicas voltadas ao desenvolvimento do pensamento matemático.

Ao propor essa metodologia, Pólya (1995) destaca que o professor deve atuar como mediador da aprendizagem, incentivando os estudantes a formularem perguntas, estabelecerem relações entre conhecimentos já adquiridos e desenvolverem diferentes estratégias de resolução. Nessa perspectiva, o erro deixa de ser entendido como simples fracasso e passa a constituir uma oportunidade para reflexão, análise e reconstrução do conhecimento.

Essa concepção também é defendida por Dante (2011), ao afirmar que a resolução de problemas deve ocupar posição central no ensino da Matemática. Para o autor, um problema caracteriza-se por apresentar uma situação cuja solução não é imediatamente conhecida pelo estudante, exigindo a mobilização de conhecimentos, o planejamento de estratégias e a tomada de decisões. Dessa forma, os problemas diferenciam-se dos exercícios rotineiros, que normalmente demandam apenas a aplicação direta de algoritmos ou procedimentos previamente aprendidos.

Sob essa perspectiva, trabalhar com problemas favorece não apenas a aprendizagem de conteúdos matemáticos, mas também o desenvolvimento de competências como criatividade, pensamento crítico, comunicação matemática e

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

capacidade de argumentação. Ao discutir diferentes estratégias de resolução, os estudantes passam a compreender que um mesmo problema pode admitir diferentes caminhos de solução, fortalecendo sua autonomia e ampliando sua capacidade de análise.

A metodologia da resolução de problemas apresenta estreita relação com a utilização de materiais manipuláveis. Enquanto os problemas oferecem situações desafiadoras que mobilizam o pensamento matemático, os materiais manipuláveis possibilitam aos estudantes representar, explorar e testar diferentes estratégias de resolução. Essa articulação favorece a formulação de hipóteses, a identificação de regularidades e a construção de argumentos matemáticos mais consistentes, tornando o processo de aprendizagem mais significativo.

Nesse sentido, Lorenzato (2012) ressalta que os materiais manipuláveis somente alcançam seu potencial educativo quando associados a atividades que exijam reflexão e atividade intelectual dos estudantes. Assim, a manipulação dos recursos deve constituir uma etapa do processo investigativo, e não um fim em si mesma. Essa compreensão aproxima-se da proposta de Pólya (1995), uma vez que tanto a resolução de problemas quanto a utilização de materiais manipuláveis valorizam a participação ativa do estudante na construção do conhecimento.

Em todos os encontros da sequência didática, os estudantes foram inicialmente incentivados a resolver as situações-problema utilizando seus conhecimentos prévios e elaborando estratégias próprias. Somente após essa etapa os materiais manipuláveis eram disponibilizados, permitindo que os participantes testassem hipóteses, reformulassem estratégias, validassem procedimentos e socializassem suas soluções. Dessa forma, buscou-se evitar que os materiais fossem utilizados apenas como instrumentos demonstrativos, valorizando sua função como mediadores da aprendizagem e do desenvolvimento do raciocínio matemático.

A adoção dessa metodologia mostrou-se coerente com os objetivos da pesquisa, uma vez que as questões da segunda fase da OBMEP exigem justamente competências relacionadas à interpretação, à elaboração de estratégias, à argumentação e à resolução de problemas. Assim, a integração entre

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

resolução de problemas e materiais manipuláveis constituiu o principal fundamento pedagógico da sequência didática apresentada neste artigo, favorecendo um ambiente de aprendizagem investigativo, colaborativo e centrado na participação ativa dos estudantes.

2.3 A OBMEP e a preparação para olimpíadas científicas

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas (OBMEP) foi criada em 2005 pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), com apoio do Ministério da Educação (MEC) e do Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovações (MCTI), com o objetivo de estimular o estudo da Matemática, contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, identificar jovens talentos e incentivar o aperfeiçoamento dos professores (OBMEP, 2026). Ao longo dos anos, a olimpíada consolidou-se como uma das maiores competições científicas do mundo, envolvendo milhões de estudantes brasileiros.

A OBMEP organiza seus participantes em três níveis: Nível 1, destinado aos estudantes do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental; Nível 2, voltado aos estudantes do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental; e Nível 3, destinado ao Ensino Médio (OBMEP, 2026). Essa organização influencia diretamente a elaboração das provas, que apresentam níveis crescentes de complexidade e são adaptadas às especificidades de cada etapa de escolarização. Em razão dessas características, ações de preparação para a olimpíada também devem considerar as particularidades de cada nível, selecionando problemas e estratégias compatíveis com os conhecimentos matemáticos esperados dos estudantes.

A estrutura da competição é composta por duas etapas. A primeira consiste em uma prova objetiva aplicada pelas próprias escolas participantes, funcionando como processo classificatório para a etapa seguinte. Nessa fase, classificam-se os estudantes com melhor desempenho em cada nível de ensino. A segunda etapa é composta por uma prova discursiva, na qual os participantes devem apresentar detalhadamente seus procedimentos de resolução, justificando matematicamente cada resposta. Nessa etapa, são valorizadas não apenas as respostas corretas,

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

mas também a coerência, a clareza e a consistência do raciocínio desenvolvido pelo estudante.

As questões discursivas apresentam elevado grau de complexidade e exigem competências que vão além da aplicação mecânica de fórmulas ou algoritmos. Os participantes precisam interpretar cuidadosamente as situações propostas, identificar relações matemáticas, elaborar estratégias, testar diferentes possibilidades de resolução e comunicar seus argumentos de forma clara e consistente. Essas características aproximam a olimpíada das perspectivas defendidas por Pólya (1995) e Dante (2011), que compreendem a resolução de problemas como eixo estruturante da aprendizagem matemática.

Além das medalhas e menções honrosas, a OBMEP oferece oportunidades de continuidade da formação acadêmica dos estudantes, como a participação no Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC) e no Programa de Iniciação Científica e Mestrado (PICME), fortalecendo a formação científica e incentivando a permanência dos alunos em áreas relacionadas à Matemática e às ciências exatas.

Além dos benefícios proporcionados aos estudantes premiados, a OBMEP também exerce importante influência sobre o ensino da Matemática nas escolas. Silva et al. (2023) destacam que iniciativas voltadas à preparação para a OBMEP podem contribuir para o fortalecimento da cultura matemática escolar, estimulando a participação dos estudantes em atividades investigativas e favorecendo o desenvolvimento do raciocínio lógico e da argumentação matemática.

Nesse contexto, os grupos de estudos voltados à preparação para a olimpíada constituem importantes espaços de aprendizagem, pois permitem que os estudantes enfrentem problemas desafiadores em um ambiente colaborativo, no qual diferentes estratégias podem ser discutidas, comparadas e aperfeiçoadas coletivamente. Foi com base nessa perspectiva que a sequência didática apresentada neste artigo foi elaborada, integrando materiais manipuláveis e resolução de problemas como estratégias para potencializar a aprendizagem matemática e preparar os estudantes para os desafios da segunda fase da OBMEP.

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

3. Metodologia

Esta pesquisa caracteriza-se como aplicada, com abordagem predominantemente qualitativa e apoio de dados quantitativos de caráter descritivo, sendo desenvolvida por meio de uma intervenção pedagógica realizada em uma escola pública municipal localizada na região sul do estado do Maranhão. A intervenção teve origem na atuação do pesquisador como professor de Matemática e responsável pela preparação de estudantes para a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas (OBMEP). A experiência acumulada em anos anteriores evidenciou dificuldades recorrentes entre estudantes classificados para a segunda fase da olimpíada, relacionadas ao desconhecimento das características da prova discursiva, à elaboração de estratégias de resolução e à construção de justificativas matemáticas.

O diagnóstico que fundamentou a intervenção foi realizado a partir da observação da prática docente, de conversas com os estudantes e da análise de provas de edições anteriores da segunda fase da OBMEP. Essas observações permitiram identificar dificuldades na interpretação dos problemas, na organização das estratégias de resolução e na comunicação do raciocínio matemático, subsidiando o planejamento da proposta pedagógica.

Em 2025, a escola possuía 480 estudantes aptos a participar da OBMEP, sendo 240 no Nível 1 e 240 no Nível 2. Desse total, 24 estudantes foram classificados para a segunda fase da olimpíada. Todos foram convidados a participar da intervenção pedagógica, sendo que 12 aceitaram o convite, seis de cada nível. Além desses, quatro estudantes não classificados manifestaram interesse espontâneo em integrar o grupo de estudos, totalizando 16 participantes. O grupo foi composto por sete estudantes do Nível 1, com idades entre 12 e 13 anos, e nove estudantes do Nível 2, com idades entre 13 e 15 anos. Não houve desistências durante a intervenção. Os participantes foram selecionados por amostragem intencional, uma vez que o grupo foi constituído por estudantes classificados para a segunda fase da OBMEP e por estudantes que manifestaram

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

interesse voluntário em participar das atividades.

A intervenção foi organizada em doze encontros presenciais, realizados no contraturno escolar. Os encontros destinados à resolução e à discussão de problemas tiveram duração de duas aulas de cinquenta minutos, enquanto os encontros voltados ao nivelamento e à consolidação dos conteúdos foram desenvolvidos em três aulas de cinquenta minutos. O planejamento das atividades baseou-se na análise de provas de edições anteriores da segunda fase da OBMEP, considerando a recorrência dos conteúdos, o nível de dificuldade e o potencial das questões para a utilização de materiais manipuláveis. Foram selecionados problemas envolvendo Geometria, Álgebra, Aritmética e Raciocínio Lógico.

A intervenção combinou diferentes estratégias pedagógicas ao longo dos encontros. Os momentos de nivelamento e consolidação dos conteúdos foram desenvolvidos por meio de atividades predominantemente expositivas e de resolução orientada de problemas, enquanto os demais encontros privilegiaram atividades investigativas mediadas por materiais manipuláveis concretos e digitais. Em geral, foram trabalhadas três questões por encontro. Inicialmente, os estudantes realizavam individualmente a leitura e a resolução das situações-problema, mobilizando seus conhecimentos prévios. Em seguida, quando previsto no planejamento, utilizavam materiais manipuláveis para testar hipóteses, explorar possibilidades de resolução e identificar regularidades. Posteriormente, as estratégias eram socializadas e discutidas coletivamente, cabendo ao professor conduzir a sistematização dos conceitos envolvidos e orientar a elaboração ou reformulação das justificativas matemáticas escritas, buscando aproximar as respostas produzidas pelos estudantes do padrão discursivo exigido na segunda fase da OBMEP. Dessa forma, os materiais manipuláveis foram empregados como instrumentos de investigação e apoio à resolução dos problemas, e não como substitutos da argumentação matemática formal.

A produção dos dados ocorreu ao longo de toda a intervenção por meio de observação participante, aplicação de um questionário ao final das atividades e registros fotográficos. A observação participante foi realizada durante todos os encontros, concentrando-se nas estratégias de resolução utilizadas pelos

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

estudantes, nas dificuldades apresentadas diante das situações-problema, nas interações promovidas durante as discussões coletivas, na utilização dos materiais manipuláveis e na forma como os participantes construíam e justificavam suas respostas. Os registros dessas observações foram realizados pelo pesquisador ao longo da intervenção e subsidiaram a descrição e a interpretação dos processos pedagógicos desenvolvidos durante os encontros.

Ao término da intervenção foi aplicado um questionário elaborado pelo pesquisador com base nos objetivos da pesquisa, buscando identificar a percepção dos participantes acerca da sequência didática e da utilização dos materiais manipuláveis. O instrumento foi composto por sete questões fechadas, respondidas individualmente, de forma anônima, após a conclusão da intervenção. O pesquisador não permaneceu presente durante o preenchimento das respostas, buscando minimizar possíveis interferências nas manifestações dos participantes. O instrumento não foi submetido a pré-teste antes de sua aplicação, constituindo uma limitação metodológica deste estudo.

A análise dos dados foi realizada de forma descritiva e interpretativa, articulando as observações registradas durante a intervenção e as respostas ao questionário com os referenciais teóricos que fundamentam a pesquisa. Os dados qualitativos foram interpretados a partir das estratégias de resolução, das dificuldades observadas, das discussões promovidas durante os encontros e das percepções manifestadas pelos participantes. Os dados quantitativos, provenientes da caracterização dos participantes e das questões fechadas do questionário, foram organizados em frequências absolutas e relativas, sendo utilizados para complementar a interpretação dos resultados.

A realização da intervenção pedagógica foi autorizada pela direção da escola participante. A participação dos estudantes ocorreu mediante autorização dos responsáveis legais, formalizada por meio do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), e mediante o assentimento dos próprios estudantes. Também foi obtida autorização para o registro e a utilização de fotografias exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, assegurando-se a preservação da identidade dos participantes na divulgação dos resultados. Os modelos dos documentos

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

utilizados durante a pesquisa são apresentados nos apêndices.

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

4. Resultados e Discussão

4.1 Estrutura da sequência didática

A sequência didática elaborada para esta pesquisa teve como objetivo preparar estudantes para a segunda fase da 20ª edição da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas (OBMEP), realizada em 2025. A proposta foi desenvolvida com dois grupos distintos, correspondentes ao Nível 1, composto por estudantes do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental, e ao Nível 2, formado por estudantes do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental. Embora ambos os grupos tenham participado dos mesmos doze encontros e seguido uma organização metodológica comum, as questões selecionadas, os materiais manipuláveis confeccionados e algumas estratégias de mediação foram adaptados às especificidades e ao nível de complexidade exigido em cada prova.

A sequência didática foi organizada em doze encontros presenciais, estruturados de forma progressiva e fundamentados na metodologia da resolução de problemas. Em todos os encontros foram utilizadas questões discursivas de edições anteriores da OBMEP, selecionadas de acordo com os objetivos estabelecidos para cada etapa da intervenção. Sempre que possível, foram trabalhadas questões correspondentes aos dois níveis da olimpíada, permitindo que os estudantes explorassem habilidades semelhantes por meio de problemas com diferentes graus de complexidade. Em algumas atividades, as questões do Nível 1 e do Nível 2 abordavam a mesma ideia matemática, diferenciando-se pelo contexto ou pela profundidade dos conceitos envolvidos.

Embora a utilização de materiais manipuláveis tenha constituído um dos eixos centrais da intervenção, sua aplicação ocorreu de forma articulada a outras estratégias pedagógicas. Os primeiro, quinto e nono encontros tiveram caráter predominantemente expositivo, sendo destinados ao nivelamento e à consolidação de conteúdos considerados essenciais para o desenvolvimento das atividades

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

subsequentes. Nos demais encontros, foram priorizadas atividades investigativas, nas quais os materiais manipuláveis foram utilizados como recursos de apoio à exploração dos problemas propostos.

Nos encontros investigativos, as atividades foram organizadas em quatro momentos pedagógicos. Inicialmente, os estudantes realizavam a leitura e a resolução individual da situação-problema, registrando suas estratégias e mobilizando seus conhecimentos prévios. Em seguida, quando previsto no planejamento, utilizavam os materiais manipuláveis para testar hipóteses, explorar diferentes possibilidades de resolução, identificar regularidades e reformular estratégias. Posteriormente, ocorria a socialização das soluções, momento em que os estudantes apresentavam seus procedimentos, comparavam diferentes estratégias e explicavam as relações matemáticas observadas durante a manipulação. Ao final de cada encontro, o professor sistematizava os conceitos envolvidos e orientava os participantes na elaboração ou reformulação de justificativas matemáticas escritas, aproximando as respostas produzidas do padrão discursivo exigido na segunda fase da OBMEP.

Os materiais manipuláveis foram confeccionados de acordo com as características das questões trabalhadas em cada nível da competição. Utilizaram-se recursos concretos, como cartões numerados, geoplano, folhas de papel e tesouras, além de recursos digitais interativos empregados em dois encontros da sequência didática. Em atividades que envolviam materiais ou recursos ainda desconhecidos pelos estudantes, o professor realizava inicialmente uma breve apresentação sobre seu funcionamento, assegurando que todos compreendessem sua utilização antes do início da exploração. Após essa etapa, os participantes manipulavam os recursos de forma autônoma, testando hipóteses e discutindo diferentes estratégias de resolução.

A utilização dos materiais manipuláveis não constituiu a etapa final das atividades. As conclusões obtidas durante a experimentação eram retomadas nas discussões coletivas e posteriormente convertidas em argumentos matemáticos escritos, com a mediação do professor. Dessa forma, os materiais foram empregados como instrumentos de investigação e apoio à resolução dos problemas,

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

favorecendo a exploração das situações propostas, enquanto a elaboração das justificativas permaneceu como elemento central da intervenção, em consonância com as exigências da segunda fase da OBMEP.

Embora a organização geral da sequência didática tenha sido comum aos dois grupos, a mediação pedagógica foi adaptada às características de cada nível da competição. No Nível 1, as intervenções do professor concentraram-se em orientar a interpretação dos enunciados, estimular a formulação de estratégias de resolução e apoiar a construção das primeiras justificativas matemáticas. No Nível 2, as mediações privilegiaram o refinamento das estratégias, a ampliação da autonomia dos estudantes e a elaboração de justificativas mais completas e rigorosas, compatíveis com o nível de formalização esperado para as questões dessa categoria. Dessa forma, embora os objetivos gerais da intervenção tenham sido comuns aos dois grupos, o grau de complexidade das tarefas e das mediações foi ajustado às especificidades de cada nível da OBMEP.

4.2 Desenvolvimento da sequência didática

4.2.1 Primeiro encontro

O primeiro encontro com os estudantes dos Níveis 1 e 2 foi dedicado ao fortalecimento da base em Aritmética, utilizando como material de apoio a apostila “Encontros de Aritmética”, do portal oficial da OBMEP. Estruturado em três aulas de 50 minutos intercaladas por pequenos intervalos, o momento abordou temas essenciais como frações, paridade, números primos, múltiplos e divisores, além dos critérios de divisibilidade explorados com a turma do Nível 2. Por meio de explicações teóricas, exemplos práticos e discussões coletivas de problemas característicos das provas da olimpíada, o encontro permitiu promover o nivelamento dos alunos, diagnosticar eventuais dificuldades e orientar o planejamento das etapas subsequentes.

Embora a utilização de materiais manipuláveis tenha constituído um dos eixos centrais da intervenção, sua aplicação ocorreu de forma articulada a outras

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

estratégias pedagógicas. Os primeiro, quinto e nono encontros tiveram caráter predominantemente expositivo e foram destinados ao nivelamento e à consolidação de conteúdos considerados essenciais para o desenvolvimento das atividades subsequentes, não contemplando a utilização de materiais manipuláveis. Essa organização buscou assegurar que os estudantes possuíssem conhecimentos prévios necessários para a exploração dos problemas propostos nos encontros seguintes, evidenciando que a intervenção combinou diferentes estratégias didáticas em função dos objetivos de cada etapa.

4.2.2 Segundo encontro

Objetivo: Desenvolver estratégias de resolução envolvendo o conceito de divisibilidade por meio da manipulação de cartões numéricos.

Questões trabalhadas: 18ª OBMEP (2023), Questão 3 do Nível 1 e Questão 1 do Nível 2.

Material manipulável: Cartões numerados de 1 a 9 confeccionados em papel cartão.

Principais aspectos matemáticos desenvolvidos: Elaborar estratégias de resolução, formular hipóteses, identificar relações de divisibilidade, argumentar matematicamente e validar conjecturas.

No segundo encontro foram trabalhadas questões da 18ª edição da OBMEP (2023), correspondentes à terceira questão do Nível 1 e à primeira questão do Nível 2, ambas fundamentadas no conceito de divisibilidade. Inicialmente, os estudantes resolveram individualmente as situações-problema e, em seguida, utilizaram cartões numerados de 1 a 9 confeccionados especificamente para a atividade. A manipulação do material permitiu testar diferentes combinações, formular hipóteses e identificar relações entre os números, favorecendo a construção coletiva das estratégias de resolução. Ao final, as soluções foram socializadas e discutidas com toda a turma, destacando os principais conceitos envolvidos.

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

Figura 1 – Material Manipulável Segundo Encontro



Fonte: Autoria Própria

Figura 2 – Alunos no Segundo Encontro



Fonte: Autoria Própria

Inicialmente, alguns estudantes buscaram resolver a questão por tentativas sucessivas de organização dos cartões, sem identificar a propriedade matemática envolvida. Durante a manipulação do material, observaram que os números 5 e 7 somente poderiam ser conectados por meio do número 1, levando à percepção de que a sequência solicitada não poderia ser construída. A discussão coletiva permitiu transformar essa observação em uma justificativa fundamentada nas relações de divisibilidade presentes no problema.

4.2.3 Terceiro encontro

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

Objetivo: Compreender o conceito de paridade por meio da experimentação e da investigação matemática.

Questões trabalhadas: 18ª OBMEP (2023), Questão 4 do Nível 1 e Questão 2 do Nível 2.

Material utilizado: Folhas A4 e tesouras.

Principais aspectos matemáticos desenvolvidos: Formular hipóteses, identificar invariantes, desenvolver raciocínio lógico e justificar matematicamente as conclusões obtidas.

O terceiro encontro abordou o conceito de paridade utilizando questões da 18ª edição da OBMEP (2023). Após a resolução individual das situações-problema, os estudantes utilizaram folhas de papel A4 e tesouras para simular as ações descritas nas questões, observando regularidades e formulando hipóteses acerca do comportamento da soma dos pedaços obtidos após sucessivos cortes. A experimentação permitiu que os participantes percebessem propriedades invariantes presentes no problema, favorecendo a compreensão do conceito de paridade e fortalecendo a argumentação matemática durante a discussão coletiva das estratégias de resolução.

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

Figura 3 – Alunos utilizando o material manipulável do terceiro encontro



Fonte: Autoria Própria

No início da atividade, alguns estudantes procuravam resolver o problema apenas estimando o maior valor possível para a soma dos números obtidos, sem considerar a propriedade matemática envolvida. A manipulação das folhas de papel permitiu observar que todos os cortes produziam parcelas pares, conduzindo à identificação da paridade como elemento central da resolução. A partir da mediação do professor, essa percepção foi formalizada por meio da justificativa de que a soma de um número ímpar com números pares permanece ímpar, tornando impossível obter o valor solicitado pelo problema.

4.2.4 Quarto encontro

Objetivo: Desenvolver estratégias de resolução de problemas por meio da exploração de padrões e simulações utilizando materiais manipuláveis virtuais.

Questões trabalhadas: 18ª edição da OBMEP (2023), Questão 6 do Nível 1, e 17ª edição da OBMEP (2022), Questão 4 do Nível 2.

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

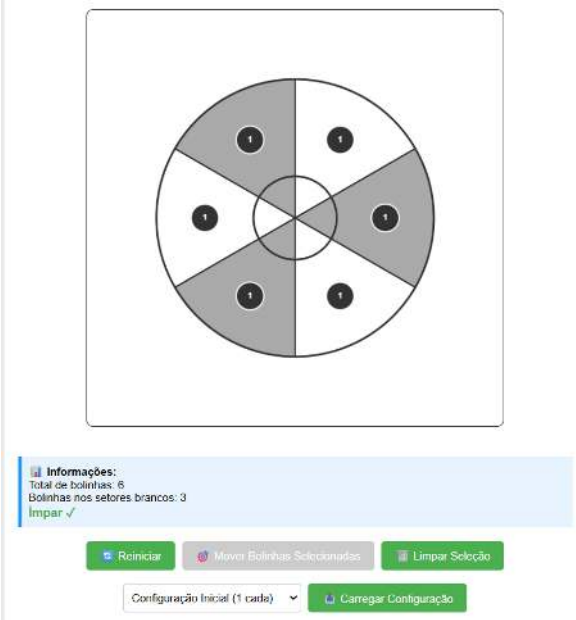
Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

Material didático: Material didático digital interativo em formato HTML, desenvolvido com auxílio da inteligência artificial DeepSeek, permitindo a simulação das situações propostas nas questões.

Principais aspectos matemáticos desenvolvidos: Identificar padrões, elaborar estratégias de resolução, testar hipóteses por meio de simulações, desenvolver o raciocínio lógico e justificar matematicamente os procedimentos adotados.

O quarto encontro foi desenvolvido separadamente para os estudantes dos Níveis 1 e 2, mantendo a mesma proposta metodológica baseada na utilização de materiais manipuláveis virtuais. Para o Nível 1, foi trabalhada a 6ª questão da 18ª edição da OBMEP (2023), utilizando um material didático digital interativo em formato HTML, desenvolvido com auxílio da inteligência artificial DeepSeek. O recurso simulava um tabuleiro circular dividido em seis setores alternados entre branco e cinza, contendo inicialmente uma bolinha em cada setor. Os estudantes podiam movimentar as bolinhas conforme as regras estabelecidas no problema, realizar sucessivas simulações e reiniciar o tabuleiro sempre que desejassem, favorecendo a investigação de diferentes estratégias de resolução.

Figura 4 – Material Manipulável Quarto encontro Nível 1



Fonte: Autoria Própria

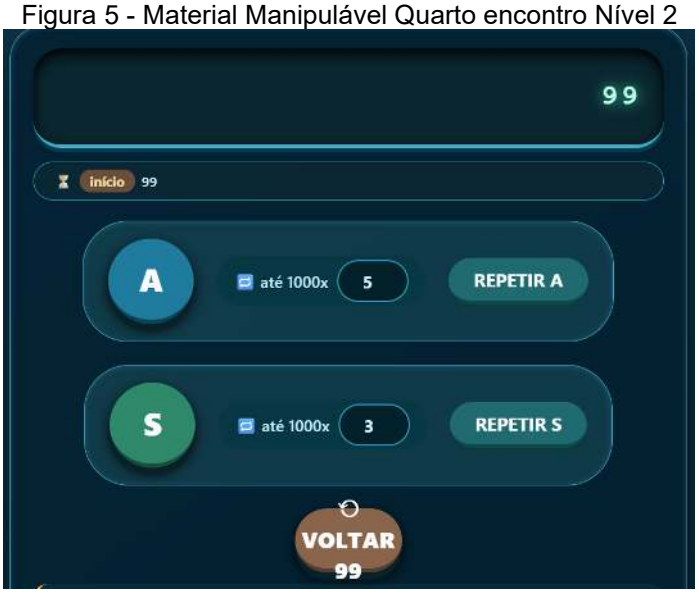
CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

Para o Nível 2, foi utilizada a Questão 4 da 17ª edição da OBMEP (2022), também apoiada por um material digital interativo desenvolvido em HTML com auxílio da inteligência artificial DeepSeek. O recurso foi elaborado para reproduzir o funcionamento da calculadora descrita no enunciado, permitindo que os estudantes realizassem diferentes simulações antes de formalizar suas respostas. Em ambos os níveis, a utilização do material virtual favoreceu a exploração autônoma das situações-problema, possibilitando aos participantes testar conjecturas, identificar regularidades e validar estratégias de resolução de forma dinâmica e investigativa, antes da socialização das soluções e da sistematização dos conceitos matemáticos envolvidos.

Figura 5 - Material Manipulável Quarto encontro Nível 2



Fonte: Autoria Própria

Os simuladores digitais foram desenvolvidos em linguagem HTML e reproduziam fielmente as regras das questões originais da OBMEP, permitindo aos estudantes realizar movimentações, testar diferentes estratégias e reiniciar as simulações sempre que necessário. Antes de sua utilização com os estudantes, os recursos foram testados pelo pesquisador para verificar sua correspondência com as regras matemáticas das questões. Os arquivos utilizados serão disponibilizados como material suplementar, permitindo sua reprodução em outros contextos educacionais.

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

4.2.5 Quinto encontro

O quinto encontro dos Níveis 1 e 2, estruturado em três aulas de 50 minutos com intervalos de 10 minutos, focou no desenvolvimento do raciocínio lógico e da resolução de problemas característicos da OBMEP. Ao longo das atividades, foram trabalhados os Princípios Multiplicativo e Aditivo da Combinatória, sequências numéricas, visão espacial, operações básicas e cálculo mental. A dinâmica priorizou a apresentação conceitual seguida da resolução prática de questões com foco em padrões, figuras e estratégias de contagem, incentivando os estudantes a discutir diferentes métodos de resolução, comparar caminhos e justificar seus raciocínios. Dessa forma, o encontro fortaleceu a autonomia, a argumentação matemática e a capacidade de análise dos alunos para o enfrentamento de situações-problema mais complexas.

4.2.6 Sexto encontro

Objetivo: Desenvolver a visualização espacial e a interpretação de planificações de sólidos geométricos, favorecendo a resolução de problemas envolvendo Geometria Espacial.

Questões trabalhadas: 15ª edição da OBMEP (2019), Questão 5 do Nível 1 e Questão 3 do Nível 2.

Material didático: Material manipulável concreto composto por duas planificações de cubos impressas, destinadas à montagem dos sólidos geométricos.

Principais aspectos matemáticos desenvolvidos: Visualização espacial, interpretação de planificações, identificação de faces opostas e adjacentes, raciocínio geométrico e argumentação matemática.

No sexto encontro, foi trabalhada uma questão comum aos estudantes dos Níveis 1 e 2 da OBMEP, extraída da 15ª edição da olimpíada (2019). A atividade abordava conceitos de Geometria Espacial e exigia dos participantes a interpretação de planificações de cubos, bem como a identificação das relações entre suas faces

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

após a montagem do sólido. Inicialmente, os estudantes buscaram resolver a questão apenas por meio da observação das planificações, sem utilizar o material manipulável. Em seguida, receberam duas planificações impressas, que foram recortadas e montadas, permitindo visualizar concretamente a organização das faces do cubo.

A utilização do material manipulável possibilitou aos estudantes verificar suas hipóteses, compreender as relações entre as faces opostas e adjacentes e superar dificuldades relacionadas à visualização espacial. Durante a socialização das soluções, diferentes estratégias foram discutidas e comparadas, permitindo que os participantes justificassem matematicamente suas respostas. Conforme observado durante a atividade, tanto os estudantes do Nível 1 quanto os do Nível 2 relataram que a manipulação das planificações facilitou a compreensão do problema e proporcionou maior segurança na resolução da questão, evidenciando a contribuição do material concreto para a construção do raciocínio geométrico e da visualização espacial.

Figura 6 - Material Manipulável Sexto encontro Nível 1 e 2



Fonte: Autoria Própria

4.2.7 Sétimo encontro

Objetivo: Desenvolver a visualização espacial, o raciocínio lógico e a elaboração de estratégias de resolução por meio da manipulação de representações tridimensionais e da simulação de situações-problema.

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

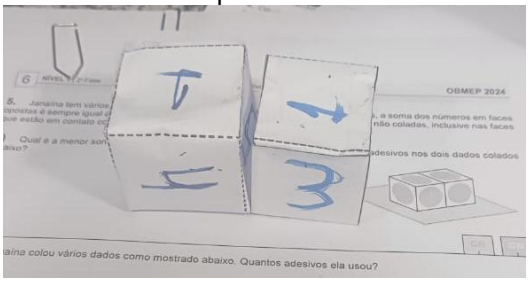
Questões trabalhadas: 19ª edição da OBMEP (2024), Questão 5 do Nível 1, e 17ª edição da OBMEP (2022), Questão 2 do Nível 2.

Material didático: Material manipulável concreto. Para o Nível 1, foram utilizados cubos confeccionados em papel A4 e cubinhos do material dourado. Para o Nível 2, foi confeccionado um tabuleiro ampliado da atividade, acompanhado de peões e dados para simulação das jogadas.

Principais aspectos matemáticos desenvolvidos: Visualização espacial, interpretação de representações tridimensionais, identificação de padrões, raciocínio lógico, elaboração de estratégias, argumentação matemática e análise de situações-problema.

No sétimo encontro, os estudantes dos Níveis 1 e 2 desenvolveram atividades distintas, mas fundamentadas na mesma proposta metodológica baseada na resolução de problemas e na utilização de materiais manipuláveis. Para o Nível 1, foi trabalhada a Questão 5 da 19ª edição da OBMEP (2024), que explorava as propriedades dos dados, especialmente as relações entre faces opostas, adjacentes e ocultas. Inicialmente, os estudantes resolveram a atividade apenas pela observação das figuras e, posteriormente, utilizaram cubos confeccionados em papel A4 e cubinhos do material dourado para representar concretamente as estruturas apresentadas na questão. Os participantes relataram que os materiais facilitaram a compreensão e a elaboração de estratégias. Apesar de os cubinhos do material dourado terem apresentado pequenas limitações de visualização para alguns itens, os estudantes conseguiram resolver satisfatoriamente a atividade e reconheceram a contribuição do material para a compreensão do problema.

Figura 7 - Material Manipulável Sétimo encontro Nível 1



Fonte: Autoria Própria

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

Para o Nível 2, foi trabalhada a Questão 2 da 17ª edição da OBMEP (2022), que exigia a interpretação das regras de um jogo de tabuleiro, a análise das movimentações possíveis e a elaboração de estratégias para prever posições finais e justificar impossibilidades. Como material manipulável, foi confeccionada uma versão ampliada do tabuleiro da questão, permitindo que os estudantes utilizassem peões e dados para simular concretamente as jogadas antes da resolução formal da atividade. A exploração prática do tabuleiro possibilitou compreender o funcionamento das casas especiais, identificar padrões nas movimentações e validar hipóteses por meio das simulações realizadas durante a aula, tornando a atividade mais dinâmica, investigativa e participativa.

Figura 8 - Material Manipulável Sétimo encontro Nível 2



Fonte: Autoria Própria

4.2.8 Oitavo encontro

Objetivo: Desenvolver a visualização espacial, a interpretação de representações tridimensionais e a elaboração de estratégias de resolução por meio da utilização de materiais manipuláveis.

Questões trabalhadas: 13ª edição da OBMEP (2017), Questão 4 do Nível 1, e 6ª edição da OBMEP (2010), Questão 6 do Nível 2.

Material didático: Material manipulável concreto. Para o Nível 1, foi utilizado o material dourado para representar as estruturas tridimensionais da questão. Para

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

o Nível 2, foi confeccionado um tabuleiro ampliado do jogo "Arrasta Um", acompanhado das peças móveis necessárias para a realização das simulações.

Principais aspectos matemáticos desenvolvidos: Visualização espacial, interpretação de representações bidimensionais e tridimensionais, raciocínio lógico, análise de padrões, planejamento de estratégias e argumentação matemática.

No oitavo encontro, os estudantes dos Níveis 1 e 2 desenvolveram atividades distintas, mantendo a mesma metodologia fundamentada na resolução de problemas e na utilização de materiais manipuláveis. Para o Nível 1, foi trabalhada a Questão 4 da 13ª edição da OBMEP (2017), que exigia a interpretação de estruturas tridimensionais, a identificação dos cubinhos em contato com a mesa e a análise das alterações produzidas pela adição de novos cubos. Inicialmente, os estudantes analisaram a figura impressa e registraram suas hipóteses. Em seguida, utilizaram o material dourado para reconstruir concretamente as estruturas apresentadas no enunciado, favorecendo a compreensão das relações espaciais e a visualização das marcas deixadas pela construção sobre a superfície. A manipulação do material possibilitou compreender quais cubinhos influenciavam diretamente a região formada, contribuindo para a elaboração de estratégias mais consistentes de resolução.

Figura 9 - Material Manipulável Oitavo encontro Nível 1



Fonte: Autoria Própria

Em atividades de visualização espacial, verificou-se que os cubinhos do material dourado apresentavam limitações para representar determinadas

CC BY

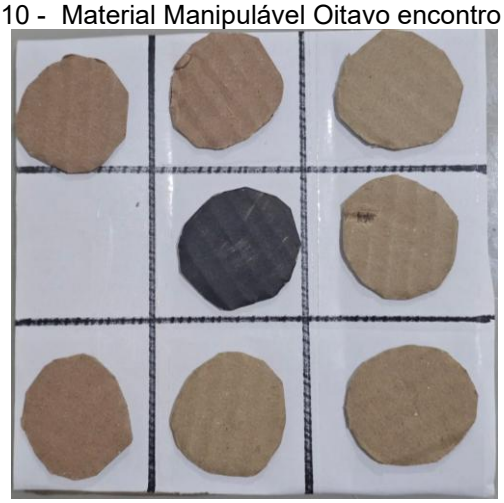
REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

configurações tridimensionais. Nessas situações, a mediação do professor foi necessária para discutir as limitações da representação concreta e relacioná-la às propriedades geométricas envolvidas no problema.

Para o Nível 2, foi desenvolvida a Questão 6 da 6ª edição da OBMEP (2010), baseada no jogo "Arrasta Um", no qual os estudantes deveriam movimentar peças em um tabuleiro quadriculado até posicionar a peça preta em uma determinada posição. Como recurso didático, foi confeccionado um tabuleiro ampliado acompanhado das peças do jogo, permitindo que os participantes simulassem diferentes sequências de movimentos antes da resolução formal da atividade. Os participantes relataram que a utilização do material favoreceu a compreensão das regras, o planejamento das jogadas, a identificação de padrões e a validação das estratégias elaboradas pelos estudantes. Além disso, o caráter lúdico da atividade aumentou o engajamento dos participantes e tornou o processo de resolução mais investigativo, colaborativo e dinâmico.

Figura 10 - Material Manipulável Oitavo encontro Nível 2



Fonte: Autoria Própria

4.2.9 Nono encontro

O nono encontro dos Níveis 1 e 2, também dividido em três momentos de 50 minutos com intervalos de 10 minutos, teve como foco a consolidação de conceitos fundamentais de Geometria a partir da apostila “Encontros de Geometria – Parte 1”, do portal oficial da OBMEP. A programação foi distribuída progressivamente: o

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

primeiro momento abordou conceitos básicos como ângulos, triângulos, quadriláteros e retas paralelas; o segundo dedicou-se ao estudo da circunferência, lugares geométricos e pontos notáveis do triângulo; e o terceiro concentrou-se no cálculo de áreas de figuras planas por meio da interpretação e decomposição de figuras. Com um caráter mais teórico e formativo, o encontro funcionou como uma revisão sistematizada, incentivando a resolução ativa de exemplos e a discussão de estratégias para fornecer ferramentas essenciais e dar maior segurança aos estudantes no enfrentamento de problemas geométricos na OBMEP.

4.2.10 Décimo encontro

Objetivo: Desenvolver conceitos de Geometria por meio da resolução de problemas, favorecendo a compreensão de perímetro, equivalência de áreas, visualização espacial e elaboração de estratégias matemáticas.

Questões trabalhadas: 18ª edição da OBMEP (2023), Questão 2 do Nível 1, e 19ª edição da OBMEP (2024), Questão 3 do Nível 2.

Material didático: Material manipulável concreto. Para o Nível 1, foi confeccionado um tabuleiro ampliado de hexágonos em papelão, com alfinetes nos vértices e barbante para representação do perímetro. Para o Nível 2, foi confeccionado um conjunto de peças geométricas recortáveis correspondente às figuras apresentadas na questão, permitindo a reconstrução do quadrado original.

Principais aspectos matemáticos desenvolvidos: Compreensão de perímetro, equivalência de áreas, visualização espacial, identificação de padrões geométricos, raciocínio lógico, elaboração de estratégias e argumentação matemática.

No décimo encontro, os estudantes dos Níveis 1 e 2 realizaram atividades distintas, ambas fundamentadas na utilização de materiais manipuláveis para favorecer a compreensão de conceitos geométricos. Para o Nível 1, foi trabalhada a Questão 2 da 18ª edição da OBMEP (2023), que explorava o conceito de perímetro em figuras formadas por hexágonos. Como recurso didático, foi confeccionado um tabuleiro ampliado em papelão, no qual foram inseridos alfinetes nos vértices dos

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

hexágonos para permitir que os estudantes utilizassem barbante na representação dos perímetros das diferentes configurações. A manipulação desse material possibilitou visualizar concretamente as alterações ocorridas no perímetro à medida que novos hexágonos eram adicionados, favorecendo a identificação de padrões e a construção de justificativas, especialmente na explicação de por que todas as figuras apresentavam perímetro par.

Figura 11 - Material Manipulável Décimo encontro Nível 1



Fonte: Autoria Própria

Para o Nível 2, foi desenvolvida a Questão 3 da 19ª edição da OBMEP (2024), que exigia dos estudantes reorganizar diferentes peças geométricas para reconstruir um quadrado e estabelecer relações entre suas áreas. Como material manipulável, foram confeccionadas réplicas das peças presentes no problema, permitindo que os participantes realizassem recortes, reorganizações e diferentes tentativas de montagem antes da formalização da solução. A utilização do material favoreceu a visualização espacial, a compreensão das equivalências de áreas e a elaboração de estratégias para resolver os itens propostos. Além disso, a possibilidade de manipular fisicamente as peças tornou a atividade mais investigativa e participativa, estimulando o desenvolvimento do raciocínio geométrico e da argumentação

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

matemática.

Figura 12 – Material Manipulável Décimo encontro Nível 2



Fonte: Autoria Própria

4.2.11 Décimo primeiro encontro

Objetivo: Desenvolver estratégias para a resolução de problemas envolvendo cálculo de áreas, decomposição de figuras e equivalência entre regiões planas por meio da utilização do geoplano.

Questões trabalhadas: 19ª edição da OBMEP (2024), Questão 3 do Nível 1, e 13ª edição da OBMEP (2017), Questão 2 do Nível 2.

Material didático: Geoplano

Principais aspectos matemáticos desenvolvidos: Decomposição de figuras planas, equivalência de áreas, visualização geométrica, raciocínio espacial, argumentação matemática e elaboração de estratégias de resolução.

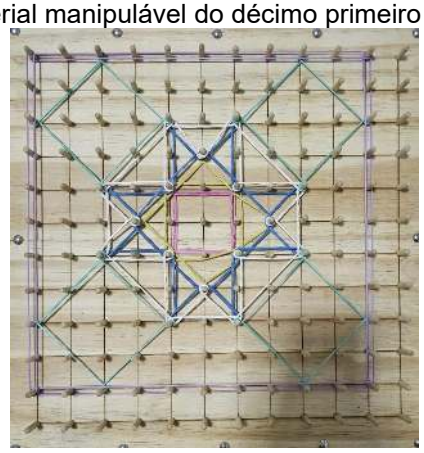
No décimo primeiro encontro, os estudantes dos Níveis 1 e 2 desenvolveram atividades distintas, ambas fundamentadas na utilização do geoplano como material manipulável para favorecer a compreensão de conceitos geométricos. Para o Nível 1, foi trabalhada a Questão 3 da 19ª edição da OBMEP (2024), que exigia a decomposição de figuras e o estabelecimento de relações entre diferentes regiões de uma mesma construção geométrica. Para isso, foi confeccionado um geoplano reproduzindo fielmente a figura apresentada no enunciado, utilizando diferentes cores para destacar os quadrados, triângulos e demais regiões analisadas durante a resolução da atividade.

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

Figura 13 - Material manipulável do décimo primeiro encontro Nível 1



Fonte: Autoria Própria

Inicialmente, os estudantes realizaram a leitura da questão e elaboraram individualmente suas estratégias de resolução. Em seguida, o professor utilizou o geoplano para representar a figura e conduzir a discussão sobre as subdivisões, as congruências entre triângulos e as relações de equivalência de áreas presentes no problema. Após a explicação, os estudantes puderam manipular o material, verificando visualmente as relações discutidas durante a aula e consolidando a compreensão dos conceitos envolvidos.

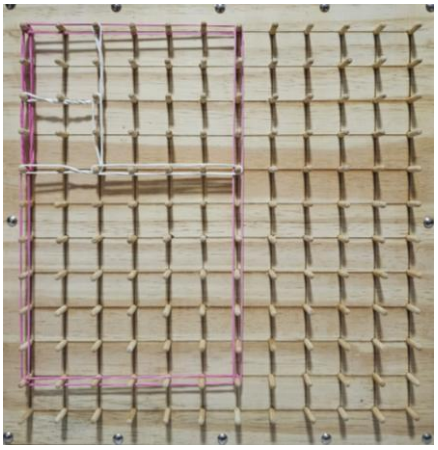
Para o Nível 2, foi trabalhada a Questão 2 da 13ª edição da OBMEP (2017), também utilizando o geoplano como recurso didático. As figuras foram representadas considerando que a distância entre dois pinos consecutivos correspondia a um centímetro, preservando as dimensões da questão original. Durante a atividade, os estudantes construíram as figuras no geoplano, analisaram suas propriedades e utilizaram a decomposição geométrica como estratégia para determinar as áreas solicitadas. A manipulação do material favoreceu a visualização espacial, permitindo compreender as relações entre as figuras e fortalecer a argumentação matemática durante a socialização das soluções.

Figura 14 - Material manipulável do décimo primeiro encontro Nível 2

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71



Fonte: Autoria Própria

4.2.12 Décimo segundo encontro

Objetivo: Desenvolver estratégias para a resolução de problemas envolvendo cálculo de áreas, decomposição de figuras e visualização geométrica por meio da utilização do geoplano.

Questões trabalhadas: 12ª edição da OBMEP (2016), Questão 4 do Nível 1, e 1ª edição da OBMEP (2005), Questão 4 do Nível 2.

Material didático: Geoplano

Principais aspectos matemáticos desenvolvidos: Decomposição de figuras, cálculo de áreas, equivalência de superfícies, visualização geométrica, raciocínio espacial, argumentação matemática e elaboração de estratégias de resolução.

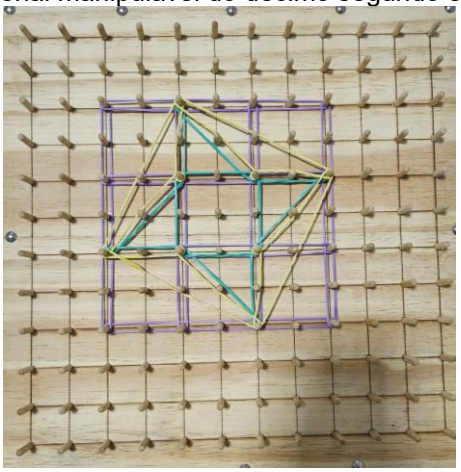
No décimo segundo encontro, os estudantes dos Níveis 1 e 2 realizaram atividades distintas, ambas fundamentadas na utilização do geoplano como recurso para favorecer a compreensão de conceitos de Geometria Plana. Para o Nível 1, foi trabalhada a Questão 4 da 12ª edição da OBMEP (2016), que apresentava uma figura construída sobre uma malha quadrada e solicitava o cálculo das áreas de diferentes regiões. Como material manipulável, foi utilizado um geoplano de madeira, no qual a figura da questão foi reproduzida com ligas elásticas coloridas. Para facilitar a visualização da malha original, cada quadrado foi representado individualmente no geoplano, preservando as proporções do enunciado e permitindo aos estudantes identificar com maior clareza as subdivisões da figura.

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

Figura 15 - Material manipulável do décimo segundo encontro Nível 1



Fonte: Autoria Própria

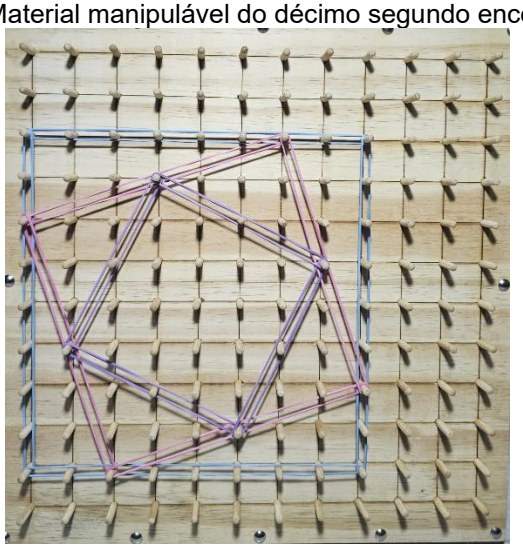
Para o Nível 2, foi trabalhada a Questão 4 da 1ª edição da OBMEP (2005), que envolvia a análise de áreas de quadrados construídos a partir dos pontos médios dos lados de um quadrado maior. Também foi utilizado um geoplano de madeira, no qual as figuras foram representadas com ligas elásticas coloridas. Antes do início da atividade, os estudantes foram orientados a considerar que uma unidade de medida da questão correspondia a duas unidades de medida do geoplano, garantindo a proporcionalidade entre a representação concreta e a figura original. Essa adaptação permitiu explorar adequadamente as relações métricas presentes no problema e favoreceu a visualização das construções geométricas.

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

Figura 16 – Material manipulável do décimo segundo encontro Nível 2



Fonte: Autoria Própria

Em ambos os níveis, os estudantes iniciaram a resolução utilizando apenas a figura impressa e, posteriormente, realizaram a atividade com o auxílio do geoplano. A mediação do professor destacou as decomposições geométricas, as equivalências entre regiões e as estratégias necessárias para determinar as áreas solicitadas. A manipulação do material permitiu visualizar com maior clareza as subdivisões das figuras, favorecendo a compreensão dos conceitos envolvidos e fortalecendo a argumentação matemática durante a socialização das soluções.

4.3 Limitações representacionais dos materiais manipuláveis e o processo de formalização matemática

Ao longo da intervenção pedagógica, verificou-se que os materiais manipuláveis desempenharam importante função na exploração inicial dos problemas, permitindo aos estudantes testar hipóteses, realizar simulações e visualizar propriedades matemáticas presentes nas questões da OBMEP. Entretanto, observou-se que cada recurso apresentava potencialidades e limitações próprias, tornando necessária a mediação do professor para que a manipulação dos materiais fosse convertida em argumentações matemáticas consistentes.

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

Os materiais concretos, como cartões numerados, planificações de cubos, tabuleiros, peças geométricas e geoplano, favoreceram principalmente a visualização de relações matemáticas, a identificação de padrões e a verificação de conjecturas. Contudo, a manipulação desses recursos, isoladamente, não conduzia à resolução completa das questões, uma vez que a segunda fase da OBMEP exige respostas discursivas fundamentadas em justificativas matemáticas. Em diversas situações, os estudantes conseguiam identificar a solução por meio da experimentação, mas apresentavam dificuldades para expressar formalmente o raciocínio utilizado.

Também foram observadas limitações específicas em alguns materiais. Os cubinhos do material dourado, por exemplo, facilitaram a construção de representações tridimensionais, mas apresentaram restrições na visualização simultânea de determinadas faces e estruturas mais complexas. Nos materiais digitais desenvolvidos em HTML, embora as simulações permitissem repetir procedimentos, testar diferentes possibilidades e reiniciar as atividades quantas vezes fossem necessárias, esses recursos foram utilizados apenas como instrumentos de exploração, não fornecendo respostas automáticas nem indicações sobre a estratégia correta. Antes de sua utilização, todos os simuladores foram testados pelo pesquisador para verificar sua correspondência com as regras matemáticas presentes nas questões originais da OBMEP. Os recursos digitais serão disponibilizados como material suplementar, permitindo sua utilização e avaliação em outros contextos educacionais.

Para assegurar a transição entre a manipulação dos materiais e a construção das justificativas matemáticas, todas as atividades seguiram uma mesma sequência metodológica. Inicialmente, os estudantes resolviam individualmente os problemas e registravam suas estratégias. Em seguida, utilizavam os materiais manipuláveis para testar hipóteses, explorar possibilidades e verificar regularidades. Após essa etapa, realizava-se a socialização das soluções, momento em que o professor conduzia discussões coletivas, solicitando que os participantes justificassem seus procedimentos, explicassem as relações matemáticas observadas durante a manipulação e fundamentassem suas conclusões com argumentos compatíveis com

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

o padrão discursivo exigido na segunda fase da OBMEP. Dessa forma, os materiais manipuláveis foram empregados como recursos de apoio à investigação matemática, e não como substitutos da argumentação formal.

4.4 Percepção dos estudantes sobre a sequência didática

Com o objetivo de avaliar a percepção dos participantes acerca da sequência didática desenvolvida, ao término da intervenção foi aplicado um questionário composto por questões fechadas. O instrumento buscou identificar a opinião dos estudantes sobre as contribuições dos materiais manipuláveis, das estratégias metodológicas adotadas e dos encontros realizados para a preparação para a segunda fase da 20ª edição da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas (OBMEP), realizada em 2025. Participaram dessa etapa os 16 estudantes integrantes do grupo de estudos, sendo 7 do Nível 1 e 9 do Nível 2.

Inicialmente, apresentam-se os resultados obtidos nas questões fechadas do questionário**.**

Quadro 1 – Respostas das perguntas fechadas

PERGUNTA	SIM	NÃO
As atividades realizadas com materiais manipuláveis tornaram as aulas mais interessantes?	100%	0%
Os materiais manipuláveis ajudaram você a compreender melhor as questões trabalhadas nos encontros?	100%	0%
Você acredita que os materiais manipuláveis ajudaram a encontrar estratégias para resolver problemas da OBMEP?	100%	0%
Comparando com aulas tradicionais, você considera que aprendeu melhor quando utilizou os materiais manipuláveis?	100%	0%
Após participar do projeto, você se sentiu mais preparado para resolver questões de olimpíadas de Matemática?	100%	0%

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

Os materiais manipuláveis ajudaram você a compreender melhor questões que antes pareciam difíceis?	100%	0%
Os encontros ajudaram você a desenvolver o raciocínio lógico necessário para resolver problemas desafiadores?	100%	0%

Fonte: Autoria Própria.

Os resultados apresentados no Quadro 1 evidenciam uma percepção amplamente positiva dos participantes em relação à sequência didática desenvolvida. Todos os estudantes responderam afirmativamente aos itens do questionário, indicando que perceberam os materiais manipuláveis como recursos que facilitaram a compreensão das questões, a elaboração de estratégias de resolução e a preparação para problemas característicos da segunda fase da OBMEP. Dessa forma, os resultados obtidos refletem a percepção dos estudantes sobre a sequência didática e sobre a utilização dos materiais manipuláveis, evidenciando a aceitação da proposta e a forma como ela foi vivenciada pelos participantes, sem possibilitar afirmar, apenas com base nesse instrumento, melhorias na aprendizagem ou no desempenho matemático.

Esses achados corroboram as contribuições de Lorenzato (2012), ao evidenciar que os materiais manipuláveis favorecem uma aprendizagem mais significativa quando os estudantes participam ativamente do processo de construção do conhecimento. Da mesma forma, dialogam com Nunes (2025), que destaca o potencial dos recursos visuais para tornar os conteúdos matemáticos mais concretos e acessíveis, e com Conceição et al. (2019), que defendem a associação entre materiais didáticos e fundamentação teórica como estratégia para potencializar o ensino da Matemática.

Os resultados também convergem com as concepções de Pólya (1995) e Dante (2011), ao indicar que a resolução de problemas, associada à utilização de materiais manipuláveis, favorece a formulação de hipóteses, a construção de estratégias e o desenvolvimento do raciocínio lógico. Além disso, confirmam observações de Silva e Paula (2021), que identificaram, em um grupo de preparação

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

para a segunda fase da OBMEP, maior interesse dos estudantes, participação mais ativa nas atividades e avanços na resolução de problemas matemáticos.

4.5 Resultados obtidos na OBMEP e em outras olimpíadas científicas

Além da percepção positiva manifestada pelos estudantes no questionário, buscou-se analisar os resultados obtidos pelos participantes em competições matemáticas realizadas após a implementação da sequência didática. Na 20ª edição da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas (OBMEP), os estudantes participantes do grupo de estudos conquistaram 1 medalha de bronze estadual e 3 menções honrosas.

Os reflexos da intervenção também puderam ser observados em outras olimpíadas científicas. Na Olimpíada Brasileira de Raciocínio Lógico (OBRL), a Escola conquistou 7 medalhas de ouro, 2 medalhas de prata e 1 medalha de bronze, sendo que todos os estudantes premiados participaram do grupo de estudos desenvolvido nesta pesquisa. Da mesma forma, na Olimpíada Itabirana de Matemática (OIM), o colégio obteve 4 menções honrosas e 2 medalhas na categoria "Elas em Destaque", sendo que todos os estudantes premiados também integravam o grupo de estudos.

Esses resultados são apresentados como informações contextuais posteriores ao desenvolvimento da intervenção e não devem ser interpretados como evidências diretas de sua eficácia, uma vez que o desempenho em competições é influenciado por diversos fatores, como conhecimentos prévios, estudo individual, experiências anteriores e outras oportunidades de aprendizagem.

Os resultados apresentados devem ser interpretados considerando as características do grupo participante. Por tratar-se de uma amostra intencional, composta por estudantes previamente classificados para a segunda fase da OBMEP e por participantes que aderiram voluntariamente à proposta, é possível que o interesse pela Matemática e a motivação para participar das atividades tenham influenciado as percepções registradas durante a intervenção.

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

5. Conclusão

A intervenção pedagógica desenvolvida neste estudo permitiu descrever a implementação de uma sequência didática fundamentada na resolução de problemas e na utilização de materiais manipuláveis para a preparação de estudantes para a segunda fase da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas (OBMEP). As observações realizadas ao longo dos encontros possibilitaram analisar diferentes estratégias de resolução, formas de utilização dos materiais manipuláveis e processos de mediação docente empregados durante as atividades. O questionário aplicado ao final da intervenção evidenciou uma percepção positiva dos participantes quanto à proposta desenvolvida, indicando que os materiais manipuláveis foram considerados recursos que facilitaram a compreensão das questões, a elaboração de estratégias de resolução e a participação nas atividades.

A intervenção evidenciou que os materiais manipuláveis desempenharam diferentes funções ao longo da sequência didática, favorecendo a exploração de hipóteses, a identificação de regularidades e a discussão coletiva das soluções. Entretanto, observou-se que sua utilização, isoladamente, não era suficiente para atender às exigências da segunda fase da OBMEP, tornando necessária a mediação do professor para conduzir a transição entre a experimentação proporcionada pelos materiais e a elaboração de justificativas matemáticas escritas. Também foram identificadas limitações em alguns recursos utilizados, como nas atividades de visualização espacial com cubinhos do material dourado, reforçando que a escolha dos materiais deve considerar as características de cada problema e os objetivos de aprendizagem pretendidos.

Os resultados apresentados devem ser interpretados considerando as características metodológicas desta investigação. O estudo foi desenvolvido com uma amostra intencional composta por estudantes classificados para a segunda fase da OBMEP e por participantes que manifestaram interesse voluntário em integrar o grupo de estudos. Além disso, não foram realizadas avaliações

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

diagnósticas anteriores à intervenção nem utilizados grupos de comparação. Dessa forma, os resultados descrevem os processos pedagógicos desenvolvidos durante a intervenção e as percepções manifestadas pelos participantes, não permitindo atribuir, de forma causal, melhorias na aprendizagem matemática ou no desempenho em competições científicas exclusivamente à proposta implementada. As premiações obtidas posteriormente em olimpíadas são apresentadas como informações contextuais e não como evidências diretas da eficácia da intervenção.

Apesar dessas limitações, considera-se que o estudo contribui para o Ensino de Matemática ao apresentar uma proposta de intervenção pedagógica estruturada para a preparação de estudantes para a segunda fase da OBMEP, articulando resolução de problemas, materiais manipuláveis e momentos de sistematização dos conhecimentos matemáticos. Ao descrever a organização da sequência didática, os recursos produzidos, as estratégias de mediação e as percepções dos participantes, o trabalho oferece subsídios que podem orientar professores interessados em desenvolver propostas semelhantes em contextos educacionais com características próximas às investigadas.

Por fim, recomenda-se que pesquisas futuras ampliem o número de participantes, contemplem diferentes contextos escolares e utilizem instrumentos que permitam comparar o desempenho dos estudantes antes e após a intervenção, bem como grupos de comparação, de modo a produzir evidências adicionais sobre os efeitos de propostas dessa natureza. Também se recomenda a disponibilização dos materiais manipuláveis digitais em repositórios permanentes, favorecendo sua utilização, adaptação e validação por outros pesquisadores e professores.

Referências

CARVALHO, Bruno Leandro Freitas de; ALMEIDA, Igor Carlos Alvim de. O uso de materiais manipuláveis como estratégia de ensino e aprendizagem na matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DAS LICENCIATURAS, 7., 2018, Fortaleza. **Anais do VII Encontro Nacional das Licenciaturas.** Campina Grande: Realize Editora, 2018. Disponível em. https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/51579. Acesso em: 8 jul. 2026.

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

CONCEIÇÃO, Francisco da Cruz da et al. Uso de materiais didáticos manipuláveis no ensino e aprendizagem de geometria espacial. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 6., 2019, Fortaleza. **Anais do VI Congresso Nacional de Educação**. Campina Grande: Realize Editora, 2019. Disponível em: https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/62902. Acesso em: 8 jul. 2026.

DANTE, Luiz Roberto. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática.** 1. ed. São Paulo: Ática, 2011.

LORENZATO, Sergio (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores.** 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. (Coleção formação de professores).

NUNES, Missandra Pires da Silva. **Metodologia ativa no ensino de matemática: contribuições dos materiais manipuláveis para o Princípio Fundamental da Contagem**. Orientador: José Francisco da Silva Costa. 2025. 110 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Pará, Abaetetuba, 2025. Disponível em: https://sca.profmat-sbm.org.br/busca_tcc_det.php?id=171061610&id1=8385. Acesso em: 15 jul. 2026.

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS (OBMEP). **Apresentação**. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, [2026]. Disponível em: https://www.obmep.org.br/apresentacao.htm. Acesso em: 23 jul. 2026.

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, Sergio (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. p. 77-92.

PÓLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. 2. ed. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1995.

SILVA, Jailson José da; RODRIGUES, Vagno Izidorio; NASCIMENTO, César de Oliveira; OLIVEIRA JÚNIOR, Jalon Saturnino de. **A influência da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas no Índice de Desenvolvimento da Educação Básica: uma análise no município de Coruripe-Alagoas.** International Seven Multidisciplinary Journal, São José dos Pinhais, v. 2, n. 2, p. 267–284, mar./abr. 2023. DOI: 10.56238/isevmjv2n2-009. Disponível em: https://sevenpubl.com.br/ISJM/article/download/1681/2179/5899. Acesso em: 23 jul. 2026.

SILVA, Werley Sales da; PAULA, Fernanda Vital de. **Preparação para a OBMEP: um relato de sucesso em duas escolas de Araguaína/TO**. *REMAT: Revista Eletrônica da Matemática*, Bento Gonçalves, RS, v. 7, n. 2, p. e2006, 15 set. 2021.

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

DOI: https://doi.org/10.35819/remat2021v7i2id4789. Disponível em: https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/4789. Acesso em: 5 ago. 2026.

VALE, Isabel. **Materiais manipuláveis**. 1. ed. 2. tir. Viana do Castelo: Instituto Politécnico de Viana do Castelo, Escola Superior de Educação, Laboratório de Educação Matemática (LEM), 2002. 54 p. Disponível em: https://www.academia.edu/6307061/Materiais_Manipul%C3%A1veis. Acesso em: 6 jul. 2026.

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

ANEXO 1 - TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA PARTICIPAÇÃO NO PROJETO

TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA PARTICIPAÇÃO NO PROJETO "MATERIAIS MANIPULÁVEIS NA PREPARAÇÃO PARA A SEGUNDA FASE DA OBMEP: IMPLEMENTAÇÃO DE UM GRUPO DE ESTUDOS NO COLÉGIO MILITAR TIRADENTES XVII"

Eu, _____, **portador(a) do RG nº _____, CPF nº _____, responsável legal pelo(a) aluno(a) _____,** regularmente matriculado(a) no **Colégio Militar Tiradentes XVII**, **AUTORIZO** a participação do(a) referido(a) aluno(a) no projeto de pesquisa intitulado **"Materiais Manipuláveis na Preparação para a Segunda Fase da OBMEP: implementação de um grupo de estudos no Colégio Militar Tiradentes XVII"**, desenvolvido pelo professor-pesquisador **Kalisson Miranda dos Santos**, como parte do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT).

O projeto tem como objetivo investigar as contribuições da utilização de materiais manipuláveis para a aprendizagem matemática e para a preparação dos estudantes para a segunda fase da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas (OBMEP). Para isso, serão desenvolvidas atividades de resolução de problemas, utilização de materiais manipuláveis concretos e virtuais, discussões coletivas, registros escritos e aplicação de instrumentos de avaliação, sempre nas dependências do Colégio Militar Tiradentes XVII e em conformidade com as normas da instituição.

Declaro estar ciente de que a participação do(a) estudante é voluntária, que sua identidade será preservada e que as informações coletadas serão utilizadas exclusivamente para fins científicos e acadêmicos. Declaro, ainda, que fui informado(a) sobre os objetivos da pesquisa e que poderei retirar esta autorização a qualquer momento, sem qualquer prejuízo ao(à) estudante.

Por ser expressão da minha vontade, firmo o presente termo.

Balsas – MA, _____ de _____ de 2025.

_____
(assinatura do responsável)

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

ANEXO 2 - TERMO DE USO DE IMAGEM

INSTITUTO FEDERAL
Piauí

PROFMAT

TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM PARA MENORES DE IDADE

Eu,_____, nacionalidade _____, estado civil _____, portador(a) da Cédula de Identidade RG nº _____ e CPF nº _____, residente à Rua/Avenida _____, nº _____, na cidade de _____, responsável legal pelo(a) menor _____, portador(a) do CPF nº _____, **AUTORIZO** o uso da imagem do(a) referido(a) estudante durante a realização das atividades do projeto de pesquisa intitulado **"Materiais Manipuláveis na Preparação para a Segunda Fase da OBMEP: implementação de um grupo de estudos no Colégio Militar Tiradentes XVII"**, desenvolvido pelo professor-pesquisador **Kalisson Miranda dos Santos**, como parte do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT).

Declaro estar ciente de que esta autorização tem como finalidade o registro fotográfico das atividades desenvolvidas durante a pesquisa, sendo as imagens utilizadas exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, podendo compor a dissertação de mestrado, apresentações em eventos científicos e publicações decorrentes da pesquisa, sempre preservando a dignidade e a integridade dos participantes.

Declaro, ainda, que esta autorização é concedida de forma gratuita, sem qualquer ônus para as partes, e que poderá ser revogada a qualquer momento mediante solicitação formal, desde que não prejudique materiais já publicados ou divulgados no âmbito acadêmico.

Por ser expressão da minha vontade, firmo a presente autorização.

Balsas – MA, _____ de _____ de 2025.

_____
(assinatura do responsável)

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

ANEXO 3 – QUESTIONARIO

INSTITUTO FEDERAL
Piauí

PROFMAT

1) As atividades realizadas com os materiais manipuláveis tornaram as aulas mais interessantes? () SIM () NÃO

2) Os materiais manipuláveis ajudaram você a compreender melhor as questões trabalhadas nos encontros? () SIM () NÃO

3) Você acredita que os materiais manipuláveis ajudaram a encontrar estratégias para resolver problemas da OBMEP? () SIM () NÃO

4) Comparando com aulas tradicionais, você considera que aprendeu melhor quando utilizou os materiais manipuláveis? () SIM () NÃO

5) Após participar do projeto, você se sentiu mais preparado para resolver questões de olimpíadas de Matemática? () SIM () NÃO

6) Os materiais manipuláveis ajudaram você a compreender melhor questões que antes pareciam difíceis? () SIM () NÃO

7) Os encontros ajudaram você a desenvolver o raciocínio lógico necessário para resolver problemas desafiadores? () SIM () NÃO

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

ANEXO 4 – ARQUIVO PARA IMPRESSÂO ENCONTRO 2

1	2	3
4	5	6
7	8	9

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

ANEXO 5 – CÓDIGO HTML USADO NO NÍVEL 1

```
<!DOCTYPE html>
<html lang="pt">
<head>
   <meta charset="UTF-8">
   <meta name="viewport" content="width=device-width, initial-scale=1.0">
   <title>Tabuleiro Circular - Bolinhas</title>
   <style>
      body {
         font-family: Arial, sans-serif;
         text-align: center;
         background-color: #f0f0f0;
         margin: 0;
         padding: 20px;
      }
      .container {
         max-width: 800px;
         margin: 0 auto;
         background-color: white;
         border-radius: 10px;
         padding: 20px;
         box-shadow: 0 0 10px rgba(0,0,0,0.1);
      }
      canvas {
         border: 2px solid #333;
         border-radius: 10px;
         margin: 20px 0;
         background-color: white;
      }
      .controles {
         display: flex;
         flex-wrap: wrap;
         justify-content: center;
         gap: 10px;
         margin: 20px 0;
      }
      button {
         padding: 10px 20px;
         font-size: 16px;
         cursor: pointer;
         background-color: #4CAF50;
         color: white;
         border: none;
         border-radius: 5px;
         transition: all 0.3s;
      }
      button:hover {
         background-color: #45a049;
         transform: scale(1.05);
      }
      button:disabled {
         background-color: #cccccc;
         cursor: not-allowed;
      }
      .info {
         background-color: #e7f3fe;
         border-left: 6px solid #2196F3;
         padding: 10px;
         margin: 20px 0;
         text-align: left;
      }
      .dica {
         background-color: #fff3cd;
```


CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

```
            border-left: 6px solid #ffc107;
            padding: 10px;
            margin: 20px 0;
            text-align: left;
        }
        .paridade {
            font-size: 18px;
            font-weight: bold;
            color: #d32f2f;
            margin: 10px 0;
        }
        select, input {
            padding: 8px;
            font-size: 16px;
            border-radius: 5px;
            border: 1px solid #ccc;
        }
        .configuracao-item {
            margin: 10px 0;
        }
        .configuracao-item label {
            display: inline-block;
            width: 100px;
        }
        .setor-info {
            display: inline-block;
            width: 30px;
            height: 30px;
            line-height: 30px;
            text-align: center;
            border-radius: 50%;
            margin: 2px;
            font-weight: bold;
        }
        .branco { background-color: white; border: 2px solid #333; }
        .cinza { background-color: #aaa; border: 2px solid #333; color: white; }
    </style>
</head>
<body>
    <div class="container">
        <h1>🎲 Tabuleiro Circular Interativo</h1>

        <canvas id="tabuleiroCanvas" width="600" height="600"></canvas>

        <div class="info">
            <strong>📊 Informações:</strong><br>
            Total de bolinhas: <span id="totalBolinhas">6</span><br>
            Bolinhas nos setores brancos: <span id="bolinhasBrancas">3</span><br>
            <span id="paridadeMensagem" class="paridade">Ímpar ✓</span>
        </div>

        <div class="controles">
            <button id="btnReset">🔄 Reiniciar</button>
            <button id="btnMovimentar" disabled>🎯 Mover Bolinhas Selecionadas</button>
            <button id="btnLimparSelecao">🗑️ Limpar Seleção</button>
        </div>

        <div class="controles">
            <select id="seletorConfiguracao">
                <option value="inicial">Configuração Inicial (1 cada)</option>
                <option value="finalItemA">Configuração Final do Item (a)</option>
                <option value="personalizada">Personalizar...</option>
            </select>
            <button id="btnCarregarConfig">📥 Carregar Configuração</button>
```


CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

```
    </div>

    <div id="configPersonalizada" style="display: none;">
      <h3>Personalizar configuração:</h3>
      <div id="setoresInputs"></div>
      <button id="btnAplicarPersonalizada">Aplicar</button>
    </div>

    <div class="dica">
      <strong> 💡 Como usar:</strong><br>
      1. Clique em uma bolinha para selecioná-la (ela ficará vermelha)<br>
      2. Selecione uma segunda bolinha (ela ficará azul)<br>
      3. Clique em "Mover Bolinhas Selecionadas" para movimentá-las<br>
      ➡️ A primeira selecionada vai no sentido HORÁRIO<br>
      ⬅️ A segunda selecionada vai no sentido ANTI-HORÁRIO
    </div>

    <div class="dica">
      <strong> 📝 Desafios:</strong><br>
      <strong>a)</strong> Tente chegar à configuração: [2,0,0,2,1,1] em 3 movimentos<br>
      <strong>b)</strong> Observe que a paridade nos setores brancos é sempre ÍMPAR!<br>
      <strong>c)</strong> Tente colocar todas as bolinhas em um setor - é possível?
    </div>
  </div>

  <script>
    // Configuração do tabuleiro
    const NUM_SETORES = 6;
    const RAIO_TABULEIRO = 200;
    const RAIO_BOLINHA = 20;
    const CENTRO_X = 300;
    const CENTRO_Y = 300;

    // Cores dos setores (alternados: 0-branco, 1-cinza, 2-branco, 3-cinza, 4-branco, 5-cinza)
    const CORES_SETORES = ['#fff', '#aaa', '#fff', '#aaa', '#fff', '#aaa'];

    // Estado do jogo
    let bolinhas = [1, 1, 1, 1, 1, 1]; // quantidade de bolinhas por setor
    let selecionadas = []; // índices das bolinhas selecionadas (até 2)
    let canvas = document.getElementById('tabuleiroCanvas');
    let ctx = canvas.getContext('2d');

    // Elementos DOM
    let totalBolinhasSpan = document.getElementById('totalBolinhas');
    let bolinhasBrancasSpan = document.getElementById('bolinhasBrancas');
    let paridadeMensagem = document.getElementById('paridadeMensagem');
    let btnMovimentar = document.getElementById('btnMovimentar');
    let btnReset = document.getElementById('btnReset');
    let btnLimparSelecao = document.getElementById('btnLimparSelecao');
    let seletorConfiguracao = document.getElementById('seletorConfiguracao');
    let btnCarregarConfig = document.getElementById('btnCarregarConfig');
    let configPersonalizada = document.getElementById('configPersonalizada');
    let setoresInputs = document.getElementById('setoresInputs');
    let btnAplicarPersonalizada = document.getElementById('btnAplicarPersonalizada');

    // Configuração final do item (a)
    const CONFIG_FINAL_A = [2, 0, 0, 2, 1, 1];

    // Inicializa inputs para configuração personalizada
    function criarInputsPersonalizados() {
      setoresInputs.innerHTML = '';
      for (let i = 0; i < NUM_SETORES; i++) {
        let div = document.createElement('div');
        div.className = 'configuracao-item';
```


CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

```
            div.innerHTML = `
                <label>Setor ${i+1} (${CORES_SETORES[i] === '#fff' ? 'Branco' : 'Cinza'}):</label>
                <input type="number" id="setor${i}" min="0" max="10" value="${bolinhas[i]}">
            `;
            setoresInputs.appendChild(div);
        }
    }
    criarInputsPersonalizados();

    // Desenha o tabuleiro
    function desenhar() {
        ctx.clearRect(0, 0, canvas.width, canvas.height);

        // Desenha os setores
        for (let i = 0; i < NUM_SETORES; i++) {
            let anguloInicio = (i * 60 - 90) * Math.PI / 180;
            let anguloFim = ((i + 1) * 60 - 90) * Math.PI / 180;

            ctx.beginPath();
            ctx.moveTo(CENTRO_X, CENTRO_Y);
            ctx.arc(CENTRO_X, CENTRO_Y, RAIO_TABULEIRO, anguloInicio, anguloFim);
            ctx.closePath();
            ctx.fillStyle = CORES_SETORES[i];
            ctx.fill();
            ctx.strokeStyle = '#333';
            ctx.stroke();

            // Desenha bordas dos setores
            ctx.beginPath();
            ctx.moveTo(CENTRO_X, CENTRO_Y);
            ctx.lineTo(CENTRO_X + RAIO_TABULEIRO * Math.cos(anguloInicio), CENTRO_Y +
RAIO_TABULEIRO * Math.sin(anguloInicio));
            ctx.strokeStyle = '#333';
            ctx.stroke();
        }

        // Desenha círculo externo
        ctx.beginPath();
        ctx.arc(CENTRO_X, CENTRO_Y, RAIO_TABULEIRO, 0, 2 * Math.PI);
        ctx.strokeStyle = '#333';
        ctx.lineWidth = 3;
        ctx.stroke();

        // Desenha círculo interno
        ctx.beginPath();
        ctx.arc(CENTRO_X, CENTRO_Y, RAIO_TABULEIRO * 0.3, 0, 2 * Math.PI);
        ctx.strokeStyle = '#333';
        ctx.stroke();

        // Desenha as bolinhas
        for (let i = 0; i < NUM_SETORES; i++) {
            let quantidade = bolinhas[i];
            let anguloCentro = (i * 60 + 30 - 90) * Math.PI / 180; // centro do setor
            let distancia = RAIO_TABULEIRO * 0.65; // distância do centro para as bolinhas

            for (let j = 0; j < quantidade; j++) {
                // Distribui as bolinhas em arco
                let offsetAngulo = (j - (quantidade-1)/2) * 0.15; // espaçamento angular
                let angulo = anguloCentro + offsetAngulo;

                let x = CENTRO_X + distancia * Math.cos(angulo);
                let y = CENTRO_Y + distancia * Math.sin(angulo);

                ctx.beginPath();
```


CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

```
            ctx.arc(x, y, RAIO_BOLINHA, 0, 2 * Math.PI);

            // Cor da bolinha baseada na seleção
            if (selecionadas[0] === i && selecionadas[0] !== undefined) {
                ctx.fillStyle = '#ff4444'; // vermelho para primeira selecionada
            } else if (selecionadas[1] === i && selecionadas[1] !== undefined) {
                ctx.fillStyle = '#4444ff'; // azul para segunda selecionada
            } else {
                ctx.fillStyle = '#333';
            }

            ctx.fill();
            ctx.strokeStyle = '#fff';
            ctx.lineWidth = 2;
            ctx.stroke();

            // Número da bolinha (opcional)
            ctx.fillStyle = '#fff';
            ctx.font = 'bold 12px Arial';
            ctx.textAlign = 'center';
            ctx.textBaseline = 'middle';
            ctx.fillText(j+1, x, y);
        }
    }

    // Atualiza informações
    atualizarInfo();
}

// Calcula total de bolinhas nos setores brancos (índices pares)
function calcularBolinhasBrancas() {
    let total = 0;
    for (let i = 0; i < NUM_SETORES; i += 2) { // setores brancos (0, 2, 4)
        total += bolinhas[i];
    }
    return total;
}

// Atualiza informações na tela
function atualizarInfo() {
    let total = bolinhas.reduce((a, b) => a + b, 0);
    let brancas = calcularBolinhasBrancas();

    totalBolinhasSpan.textContent = total;
    bolinhasBrancasSpan.textContent = brancas;

    if (brancas % 2 === 0) {
        paridadeMensagem.textContent = 'PAR ⚠';
        paridadeMensagem.style.color = '#f44336';
    } else {
        paridadeMensagem.textContent = 'Ímpar ✓';
        paridadeMensagem.style.color = '#4CAF50';
    }
}

// Manipula clique no canvas
canvas.addEventListener('click', (e) => {
    const rect = canvas.getBoundingClientRect();
    const scaleX = canvas.width / rect.width;
    const scaleY = canvas.height / rect.height;

    const mouseX = (e.clientX - rect.left) * scaleX;
    const mouseY = (e.clientY - rect.top) * scaleY;
```


CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

```
    // Encontra qual bolinha foi clicada
    for (let i = 0; i < NUM_SETORES; i++) {
        let quantidade = bolinhas[i];
        let anguloCentro = (i * 60 + 30 - 90) * Math.PI / 180;
        let distancia = RAIO_TABULEIRO * 0.65;

        for (let j = 0; j < quantidade; j++) {
            let offsetAngulo = (j - (quantidade-1)/2) * 0.15;
            let angulo = anguloCentro + offsetAngulo;

            let x = CENTRO_X + distancia * Math.cos(angulo);
            let y = CENTRO_Y + distancia * Math.sin(angulo);

            let dist = Math.sqrt((mouseX - x) ** 2 + (mouseY - y) ** 2);
            if (dist <= RAIO_BOLINHA) {
                // Clicou em uma bolinha
                if (selecionadas.length === 0) {
                    selecionadas = [i];
                } else if (selecionadas.length === 1 && selecionadas[0] !== i) {
                    selecionadas.push(i);
                } else if (selecionadas.length === 2) {
                    selecionadas = [i];
                } else if (selecionadas[0] === i) {
                    selecionadas = []; // desseleciona se clicar na mesma
                }

                btnMovimentar.disabled = selecionadas.length !== 2;
                desenhar();
                return;
            }
        }
    }

    // Clicou fora das bolinhas
    selecionadas = [];
    btnMovimentar.disabled = true;
    desenhar();
});

// Movimenta as bolinhas selecionadas
function movimentar() {
    if (selecionadas.length !== 2) return;

    let [setor1, setor2] = selecionadas;

    // Verifica se há bolinhas para mover
    if (bolinhas[setor1] === 0 || bolinhas[setor2] === 0) return;

    // Move uma bolinha do setor1 para o vizinho horário
    let vizinhoHorario = (setor1 + 1) % NUM_SETORES;
    bolinhas[setor1]--;
    bolinhas[vizinhoHorario]++;

    // Move uma bolinha do setor2 para o vizinho anti-horário
    let vizinhoAntiHorario = (setor2 - 1 + NUM_SETORES) % NUM_SETORES;
    bolinhas[setor2]--;
    bolinhas[vizinhoAntiHorario]++;

    // Limpa seleção
    selecionadas = [];
    btnMovimentar.disabled = true;

    desenhar();
}
```


CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

```
// Reinicia para configuração inicial
function reiniciar() {
    bolinhas = [1, 1, 1, 1, 1, 1];
    selecionadas = [];
    btnMovimentar.disabled = true;
    desenhar();
}

// Carrega configuração específica
function carregarConfiguracao(tipo) {
    if (tipo === 'inicial') {
        bolinhas = [1, 1, 1, 1, 1, 1];
    } else if (tipo === 'finalItemA') {
        bolinhas = [...CONFIG_FINAL_A];
    } else if (tipo === 'personalizada') {
        configPersonalizada.style.display = 'block';
        return;
    }
    configPersonalizada.style.display = 'none';
    selecionadas = [];
    btnMovimentar.disabled = true;
    desenhar();
}

// Aplica configuração personalizada
function aplicarPersonalizada() {
    let novaConfig = [];
    for (let i = 0; i < NUM_SETORES; i++) {
        let valor = parseInt(document.getElementById(`setor${i}`).value);
        novaConfig.push(isNaN(valor) ? 0 : valor);
    }
    bolinhas = novaConfig;
    selecionadas = [];
    btnMovimentar.disabled = true;
    configPersonalizada.style.display = 'none';
    desenhar();
}

// Event listeners
btnMovimentar.addEventListener('click', movimentar);
btnReset.addEventListener('click', reiniciar);
btnLimparSelecao.addEventListener('click', () => {
    selecionadas = [];
    btnMovimentar.disabled = true;
    desenhar();
});

btnCarregarConfig.addEventListener('click', () => {
    carregarConfiguracao(seletorConfiguracao.value);
});

btnAplicarPersonalizada.addEventListener('click', aplicarPersonalizada);

// Mostra/esconde configuração personalizada
seletorConfiguracao.addEventListener('change', () => {
    if (seletorConfiguracao.value === 'personalizada') {
        configPersonalizada.style.display = 'block';
    } else {
        configPersonalizada.style.display = 'none';
    }
});

// Inicia o jogo
```


CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

```
        reiniciar();
    </script>
</body>
</html>
```


CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

ANEXO 6 – CÓDIGO HTML USADO NO NÍVEL 2

```
<!DOCTYPE html>
<html lang="pt">
<head>
   <meta charset="UTF-8">
   <meta name="viewport" content="width=device-width, initial-scale=1.0">
   <title>🧮 Joana Calculadora - Versão String (sem NaN)</title>
   <style>
      * {
         box-sizing: border-box;
         font-family: 'Segoe UI', Roboto, system-ui, sans-serif;
      }
      body {
         background: linear-gradient(145deg, #0f3448 0%, #0a2835 100%);
         min-height: 100vh;
         margin: 0;
         display: flex;
         justify-content: center;
         align-items: center;
      }
      .card {
         background: rgba(0, 30, 45, 0.75);
         backdrop-filter: blur(16px);
         -webkit-backdrop-filter: blur(16px);
         border-radius: 3rem;
         padding: 2rem 2rem 2.5rem;
         box-shadow: 0 25px 45px #000000aa, inset 0 2px 8px #5fafcf55;
         border: 1px solid #399dbb;
         max-width: 950px;
         width: 95%;
      }
      .visor {
         background: #0a262f;
         border-radius: 2.5rem;
         padding: 1.5rem 2rem;
         margin-bottom: 1.2rem;
         box-shadow: inset 0 8px 18px #000000, 0 6px 0 #043d4f;
         border-bottom: 5px solid #3faaca;
         text-align: right;
         font-family: 'Courier New', monospace;
         font-size: 2.5rem;
         font-weight: 700;
         letter-spacing: 4px;
         color: #baffe6;
         text-shadow: 0 0 20px #40e6b0;
         word-break: break-all;
         line-height: 1.3;
         min-height: 140px;
         max-height: 300px;
         overflow-y: auto;
         display: flex;
         align-items: center;
         justify-content: flex-end;
      }
      .historico {
         background: #0b2833e0;
         border-radius: 2.5rem;
         padding: 0.8rem 1.8rem;
         margin: 0.8rem 0 1.8rem;
```


CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

```
    color: #d2f0fc;
    font-size: 1.2rem;
    border: 1px solid #30a1c0;
    max-height: 100px;
    overflow-y: auto;
    font-weight: 500;
}
.historico span {
    background: #1b6077;
    color: #fde3a5;
    font-weight: 700;
    padding: 0.2rem 0.9rem;
    border-radius: 2rem;
    margin: 0 4px;
}
.painel-rep {
    display: flex;
    flex-wrap: wrap;
    justify-content: center;
    gap: 2rem;
    margin: 1.5rem 0 2rem;
}
.bloco-tecla {
    background: #154553b3;
    border-radius: 4rem;
    padding: 1.5rem 2.2rem;
    border: 1px solid #35b0d4;
    box-shadow: inset 0 1px 8px #64d6ff33;
    display: flex;
    align-items: center;
    gap: 2rem;
    flex-wrap: wrap;
    justify-content: center;
}
.tecla {
    border: none;
    border-bottom: 6px solid #0b2f40;
    color: white;
    font-size: 2.8rem;
    font-weight: 800;
    width: 120px;
    height: 120px;
    border-radius: 4rem;
    box-shadow: 0 10px 0 #08212b, 0 8px 18px black;
    cursor: pointer;
    transition: 0.06s linear;
    display: flex;
    align-items: center;
    justify-content: center;
}
.teclaA { background: #1f7c9e; border-bottom-color: #0e445a; }
.teclaS { background: #2f8a6b; border-bottom-color: #1a4f3b; }
.tecla:active {
    transform: translateY(7px);
    border-bottom-width: 2px;
    box-shadow: 0 4px 0 #08212b;
}
.rep-input-group {
    display: flex;
    align-items: center;
    gap: 0.8rem;
    background: #093845;
    padding: 0.4rem 1.5rem;
    border-radius: 4rem;
```


CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

```
}
.rep-input-group label {
    color: #c2ecff;
    font-size: 1.4rem;
    font-weight: 600;
}
.rep-input-group input {
    width: 100px;
    background: #03212b;
    border: 2px solid #289bbf;
    border-radius: 3rem;
    padding: 0.7rem 1rem;
    color: #d4f4ff;
    font-weight: 700;
    font-size: 1.5rem;
    text-align: center;
}
.rep-input-group input:focus {
    border-color: #f9b84a;
    background: #064050;
}
.botao-rep {
    background: #206b70;
    border: none;
    border-bottom: 5px solid #0e494e;
    color: white;
    font-size: 1.6rem;
    font-weight: bold;
    padding: 0.8rem 2.2rem;
    border-radius: 4rem;
    cursor: pointer;
    box-shadow: 0 7px 0 #0c3c40;
    transition: 0.05s linear;
}
.botao-rep:active {
    transform: translateY(6px);
    border-bottom-width: 2px;
    box-shadow: 0 2px 0 #0c3c40;
}
.resetContainer {
    display: flex;
    justify-content: center;
    margin: 1.5rem 0 0.8rem;
}
.tecla.reset {
    background: #8a654b;
    border-bottom-color: #543f2f;
    font-size: 2rem;
    width: 150px;
    height: 90px;
}
.status-bar {
    background: #072d3a;
    border-radius: 3rem;
    padding: 0.6rem 1.8rem;
    margin-top: 1rem;
    text-align: center;
    color: #bce5f0;
    font-weight: 600;
    border-left: 6px solid #f9b84a;
}
.gabarito {
    background: #0b3747;
    padding: 1.2rem 1.8rem;
```


CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

```
            border-radius: 2.5rem;
            border-left: 8px solid #f3b35e;
            color: #e2f0f5;
            font-size: 1rem;
            margin: 1.8rem 0 0;
        }
        .gabarito details summary {
            font-weight: 700;
            color: #ffe394;
            font-size: 1.2rem;
        }
        hr {
            border: 2px solid #226477;
        }
    </style>
</head>
<body>
<div class="card">
    <div class="visor" id="visor">99</div>
    <div class="historico" id="historico">⏳ <span>início</span> 99</div>

    <!-- Bloco A com repetição até 1000 -->
    <div class="painel-rep">
        <div class="bloco-tecla">
            <button class="tecla teclaA" id="btnA">A</button>
            <div class="rep-input-group">
                <label>🔁 até 1000x</label>
                <input type="number" id="repA" value="5" min="1" max="1000" step="1">
            </div>
            <button class="botao-rep" id="repABtn">REPETIR A</button>
        </div>
        <!-- Bloco S com repetição até 1000 -->
        <div class="bloco-tecla">
            <button class="tecla teclaS" id="btnS">S</button>
            <div class="rep-input-group">
                <label>🔁 até 1000x</label>
                <input type="number" id="repS" value="3" min="1" max="1000" step="1">
            </div>
            <button class="botao-rep" id="repSBtn">REPETIR S</button>
        </div>
    </div>

    <div class="resetContainer">
        <button class="tecla reset" id="btnReset">↺ VOLTAR 99</button>
    </div>

    <!-- Barra de status pra feedback durante repetições longas -->
    <div class="status-bar" id="statusMsg">💡 Agora usando strings: sem NaN, números podem ficar
enormes!</div>

    <!-- Gabarito compacto -->
    <div class="gabarito">
        <details>
            <summary>📜 Ver respostas (a, b, c) + informações</summary>
            <p><strong>a)</strong> 99 [A][S][A][S] = 99→993→21→213→6 → <strong>6</strong></p>
            <p><strong>b)</strong> Obter 2022: <strong>impossível</strong>. Motivo: 2022 termina em
2, nunca sai de [A]; e [S] produz apenas múltiplos de 3 (22 não é múltiplo de 3).</p>
            <p><strong>c)</strong> 22 inatingível: [A] sempre gera final 3; [S] sempre gera números
múltiplos de 3 (pois 99 é múltiplo de 3 e [A] acrescenta 3). 22 (soma 4) não é múltiplo de 3 →
impossível.</p>
            <p style="background:#226d6d;">🚀 Agora com repetição de até <strong>1000
vezes</strong> e sem risco de NaN! Os números são tratados como strings, então podem ficar
enormes sem erro.</p>
        </details>
```


CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

```
    </div>
    <hr>
    <div style="text-align:center; color:#a2d0dd; font-size:0.95rem;">Atalhos: A (tecla A), S (tecla S),
R (reset).</div>
</div>

<script>
(function() {
    // Agora current é uma string para evitar limites numéricos
    let current = "99";
    const visor = document.getElementById('visor');
    const historicoDiv = document.getElementById('historico');
    const statusDiv = document.getElementById('statusMsg');
    let history = [{ from: 'início', value: "99" }];

    const repAInput = document.getElementById('repA');
    const repSInput = document.getElementById('repS');

    // Função pra atualizar visor e histórico
    function updateDisplay() {
        visor.innerText = current;
        let entries = history.slice(-6).map(entry => {
            let cor = entry.from === 'A' ? '#1f7c9e' : (entry.from === 'S' ? '#2f8a6b' : '#6b4f3c');
            return `<span style="background: ${cor};">${entry.from}</span> ${entry.value}`;
        }).join(' → ');
        historicoDiv.innerHTML = ' ⌛ ' + entries;
    }

    function pushHistory(tecla, valorAntes) {
        history.push({ from: tecla, value: valorAntes });
        if (history.length > 12) history.shift();
    }

    // Operações individuais (sempre com string)
    function apertarA() {
        let novo = current + '3';  // concatenação simples
        // Sem limite de tamanho! Pode crescer indefinidamente.
        pushHistory('A', current);
        current = novo;
        updateDisplay();
        statusDiv.innerText = `✔ Aplicado A. Tamanho: ${novo.length} dígitos.`;
        return true;
    }

    function apertarS() {
        // Soma dos dígitos (tratando como string, mas resultado é número)
        let soma = 0;
        for (let i = 0; i < current.length; i++) {
            soma += parseInt(current.charAt(i), 10);
        }
        let novo = soma.toString();  // converte para string
        pushHistory('S', current);
        current = novo;
        updateDisplay();
        statusDiv.innerText = `✔ Soma dos dígitos = ${novo}`;
        return true;
    }

    // Repetir A com segurança (agora sem risco de NaN)
    function repetirA(vezes) {
        let count = 0;
        statusDiv.innerText = `⌛ Repetindo A ${vezes}x ...`;

        function passo() {
```


CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

```
        if (count >= vezes) {
            statusDiv.innerText = `☑ Repetição A (${vezes}) concluída. Tamanho final:
${current.length} dígitos.`;
            updateDisplay();
            return;
        }

        // Concatena '3' a cada passo
        current = current + '3';
        pushHistory('A', current.slice(0, -1)); // histórico guarda o valor antes desta operação

        count++;
        // Agenda próximo passo para não travar a interface
        setTimeout(passo, 0);
    }
    passo();
}

// Repetir S
function repetirS(vezes) {
    let count = 0;
    statusDiv.innerText = `⏳ Repetindo S ${vezes}x ...`;

    function passo() {
        if (count >= vezes) {
            statusDiv.innerText = `☑ Repetição S (${vezes}) concluída. Resultado: ${current}`;
            updateDisplay();
            return;
        }

        // Soma dos dígitos
        let soma = 0;
        for (let i = 0; i < current.length; i++) {
            soma += parseInt(current.charAt(i), 10);
        }
        pushHistory('S', current);
        current = soma.toString();

        count++;
        setTimeout(passo, 0);
    }
    passo();
}

// resets
function resetar() {
    pushHistory('reset', current);
    current = "99";
    history = [{ from: 'início', value: "99" }];
    updateDisplay();
    statusDiv.innerText = '🔄 Reset para 99.';
}

// Event listeners
document.getElementById('btnA').addEventListener('click', apertarA);
document.getElementById('btnS').addEventListener('click', apertarS);

document.getElementById('repABtn').addEventListener('click', () => {
    let vezes = parseInt(repAInput.value, 10);
    if (isNaN(vezes) || vezes < 1) vezes = 1;
    if (vezes > 1000) {
        alert('Máximo permitido: 1000 repetições.');
        vezes = 1000;
    }
```


CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

```
        repetirA(vezes);
    });

    document.getElementById('repSBtn').addEventListener('click', () => {
        let vezes = parseInt(repSInput.value, 10);
        if (isNaN(vezes) || vezes < 1) vezes = 1;
        if (vezes > 1000) {
            alert('Máximo permitido: 1000 repetições.');
            vezes = 1000;
        }
        repetirS(vezes);
    });

    document.getElementById('btnReset').addEventListener('click', resetar);

    // Teclado
    window.addEventListener('keydown', (e) => {
        if (e.key === 'a' || e.key === 'A') {
            e.preventDefault();
            apertarA();
        } else if (e.key === 's' || e.key === 'S') {
            e.preventDefault();
            apertarS();
        } else if (e.key === 'r' || e.key === 'R') {
            e.preventDefault();
            resetar();
        }
    });

    // Inicializa
    updateDisplay();
})();
</script>
</body>
</html>
```


CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

ANEXO 7 – MATERIAL PARA IMPRESSAÕ 6 ENCONTRO

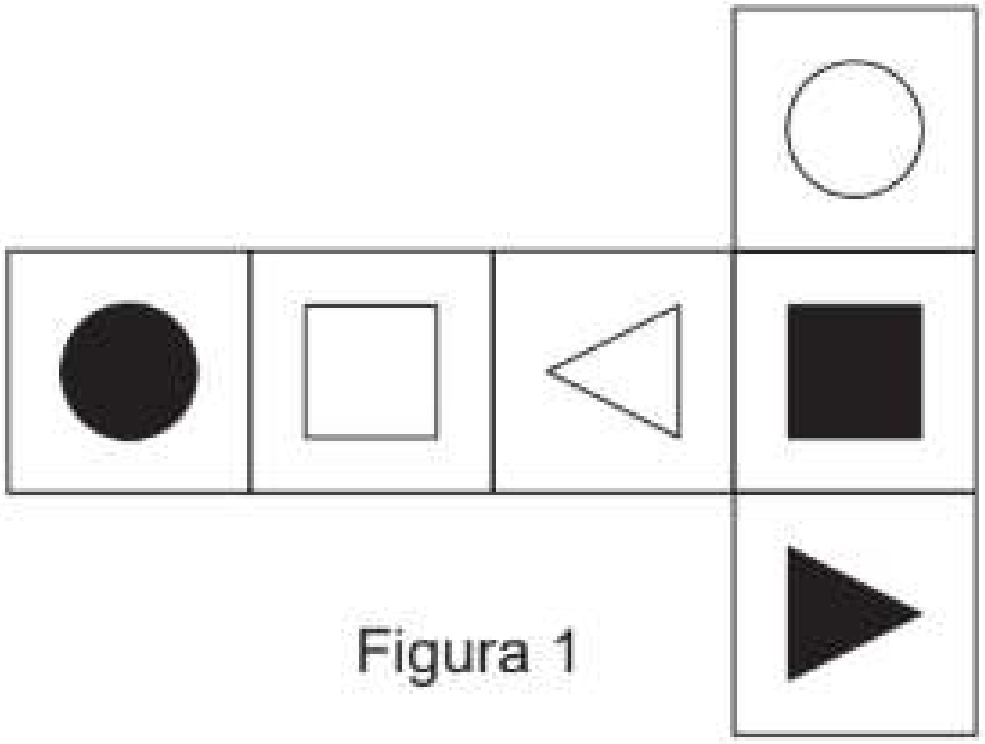
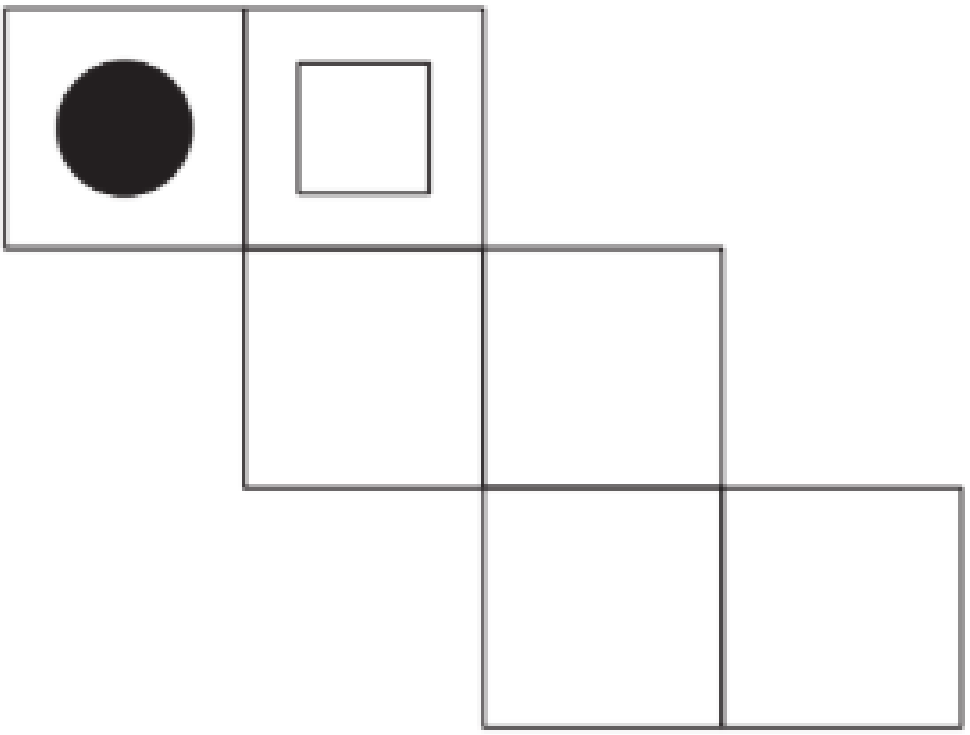


Figura 1

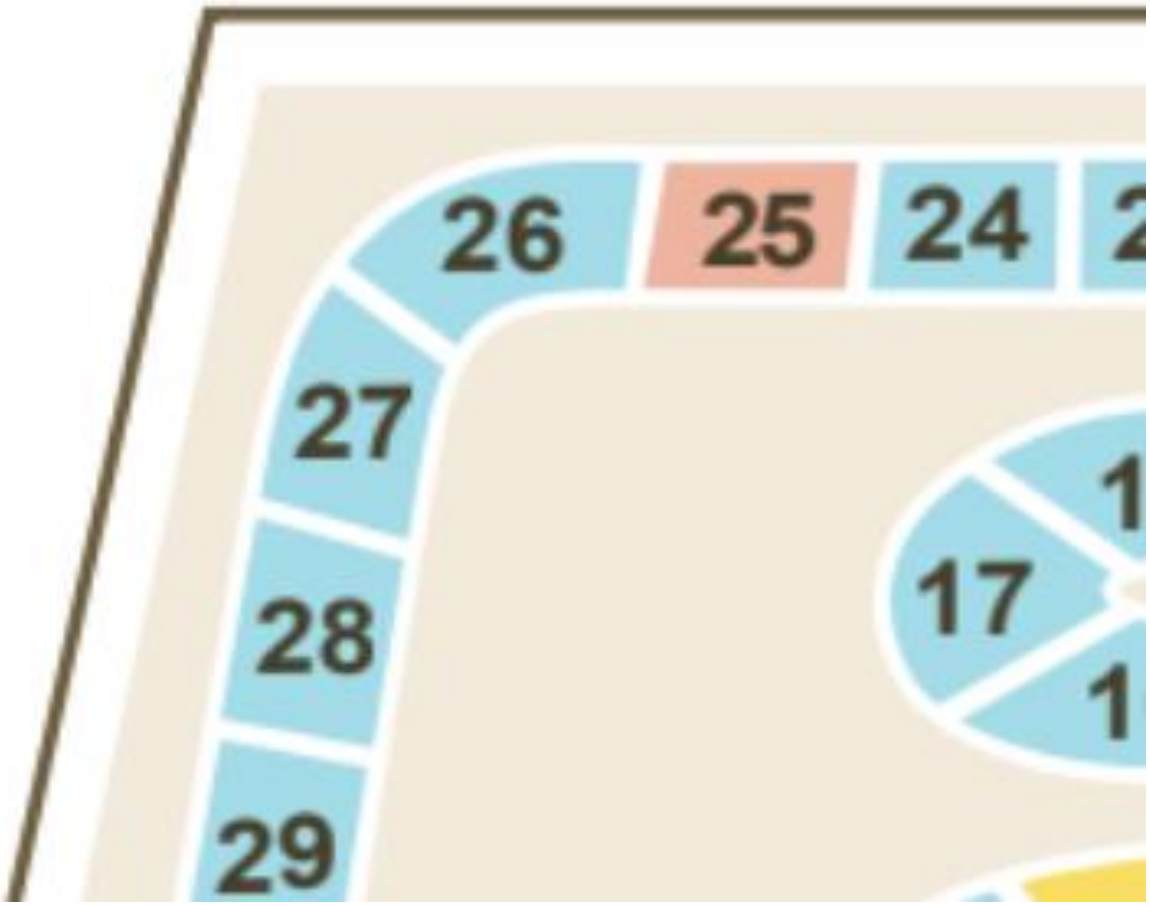


CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

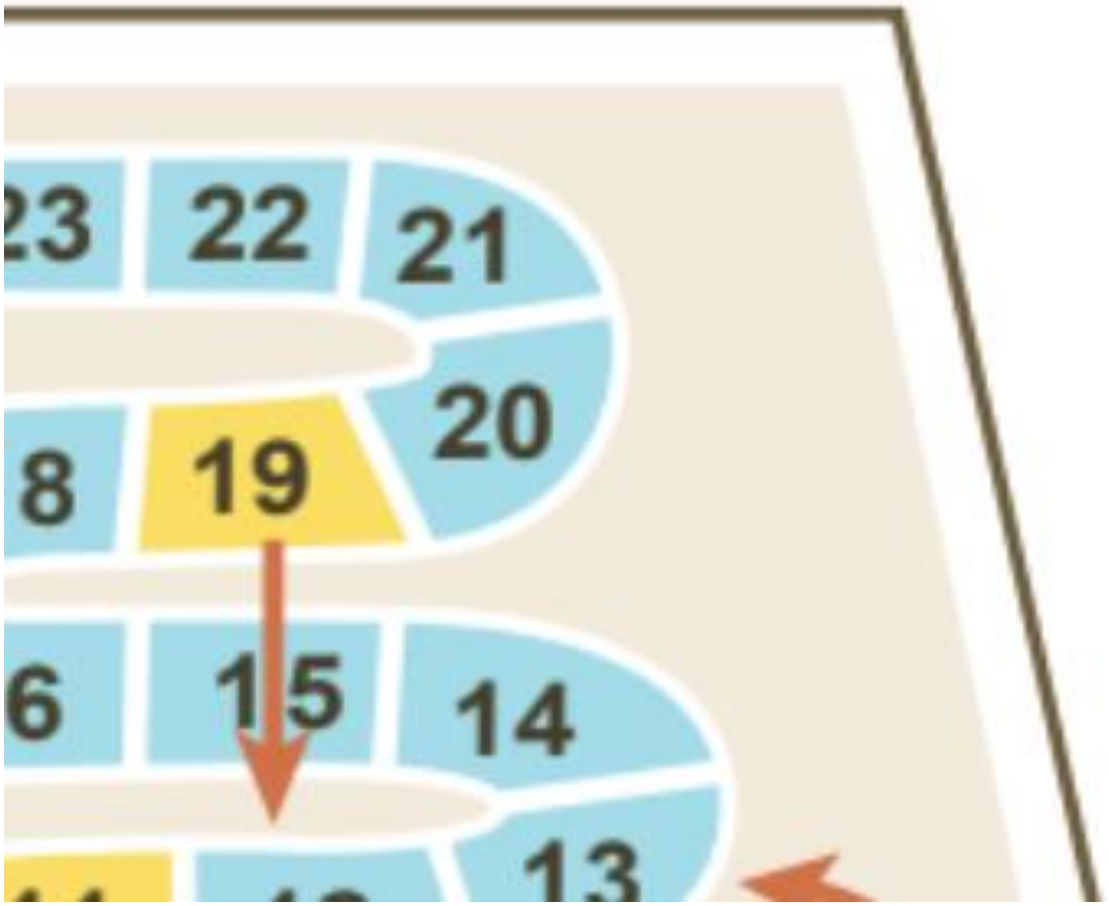
ANEXO 8 – MATERIAL PARA IMPRESSAO 7 ENCONTRO



CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

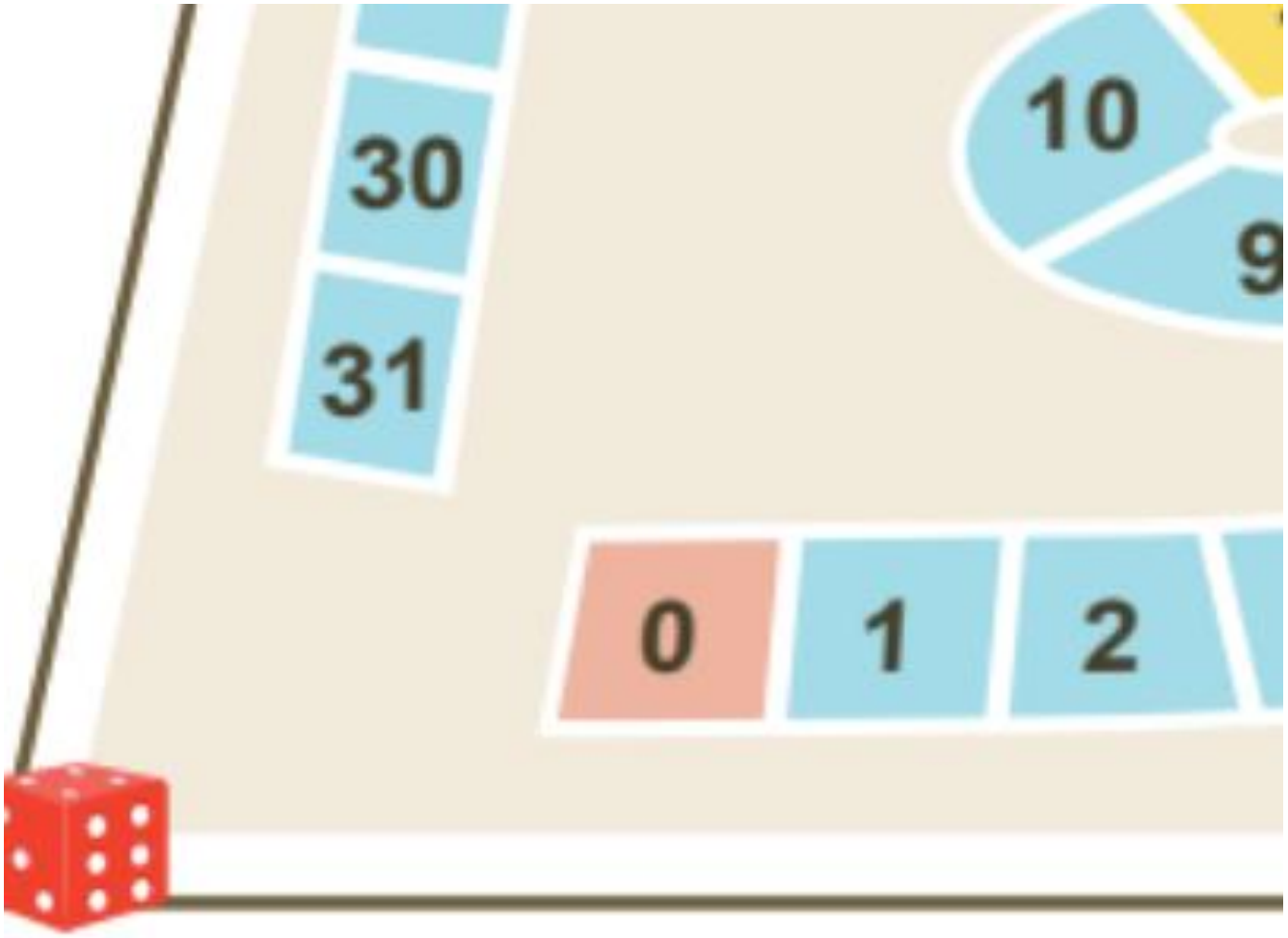
Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71



CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

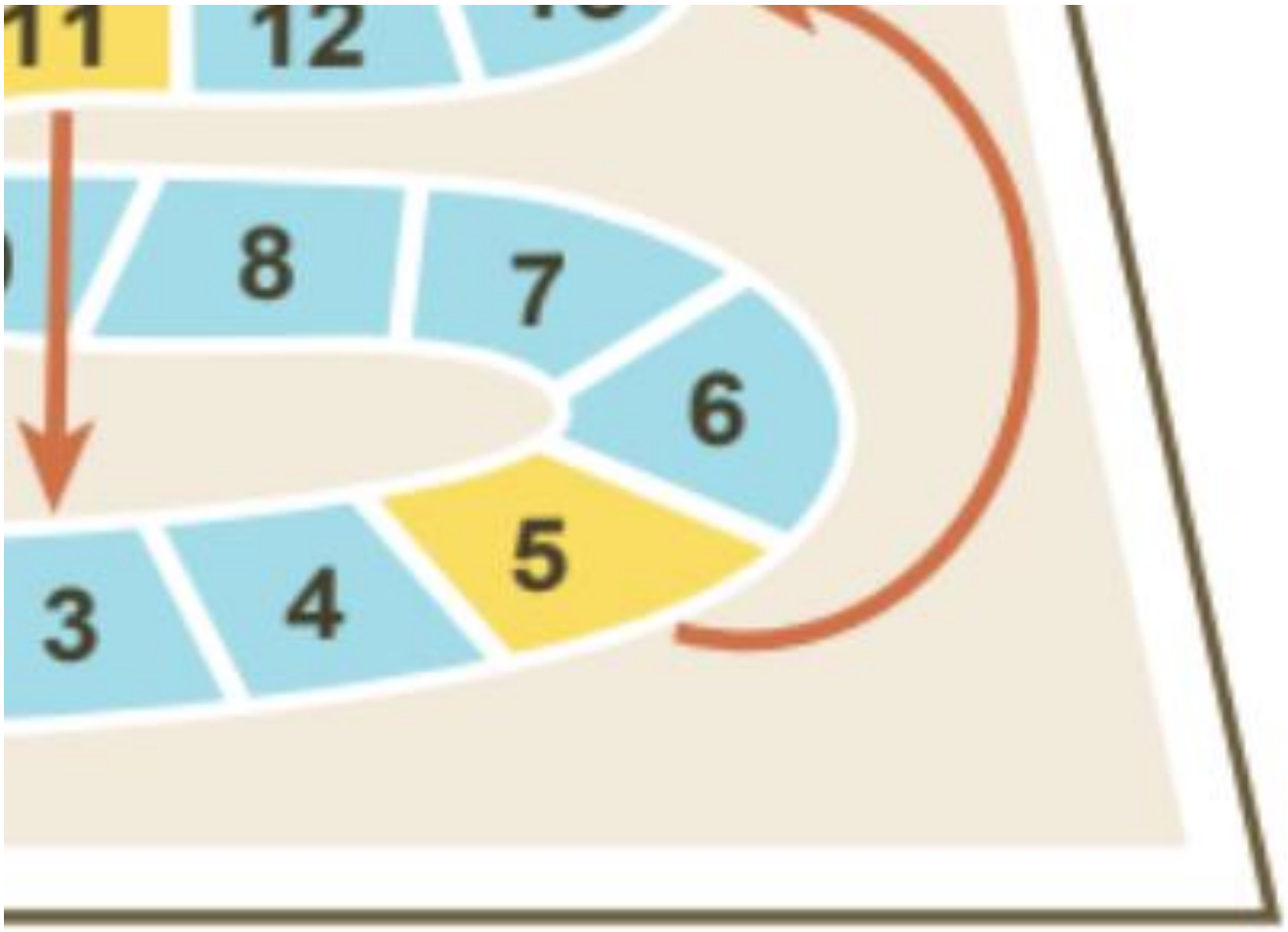
Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71



CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71



CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/06/2026 - **Accepted:** 06/08/2026
Vol: 13.14
DOI: 10.66104/w7qkkq97
Pages: 1-71

CC BY