REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

A TRANSFORMADA DE FOURIER NO ENSINO DE FÍSICA E MATEMÁTICA BASEADA NA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E EM PROBLEMAS

THE FOURIER TRANSFORM IN PHYSICS AND MATHEMATICS TEACHING BASED ON MEANINGFUL AND PROBLEM-BASED LEARNING

José Francisco da Silva Costa;
Doutorado em Física pelo Programa de Pós-graduação em Física-PPGF_UFPA
Faculdade de Formação e Desenvolvimento do Campo-FADECAM, Brasil.
jfsc@ufpa.br

José Augusto dos Santos Cardoso;
Mestrado Profissional em Ensino de Física pela Universidade Federal do Pará-MNPEF,
Docente em Ciências Naturais da prefeitura de São Sebastião da Boa Vista; Brasil
augustoufpa2020@gmail.com

José Wilton Serrão Nascimento;
Mestrado em Engenharia de Materiais
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia
Secretaria de Estado de Educação-SEDUC, Brasil
Nascimentowilton@yahoo.com.br

Genivaldo dos Passos Corrêa;
Doutorado em Matemática pelo Programa de Pós graduação em Matemática - PDM / UFPA – UFAM
Professor Associado I da Universidade Federal do Pará-UFPA - Campus de Abaetetuba (Facet);
Brasil
genivaldo@ufpa.br

Sandro Rogerio da Silva Viana
Mestrado Profissional em Ensino de Física pela Universidade Federal do Pará-MNPEF
Docente em Matemática da prfeitura de Ananindeua, Brasil.
sanvianamat@gmail.com

Jean Carlos Matos de Sousa;
Mestrado Profissional em Ensino de Física pela Universidade Federal do Pará-MNPEF
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará – Campus Tucuruí, Pará, Brasil,
jean.sousa@ifpa.edu.br

Anderson Duarte Monte;
Mestrado Profissional em Ensino de Física pela Universidade Federal do Pará-MNPEF
Secretaria de Estado e Educação do Amapá- Avenida FAB, 96 -CEP 68900-073, Centro
Macapá/AP andeduarte@yahoo.com.br

Antonio Maia de Jesus Chaves Neto;
Doutorado em Física pela Universidade Estadual de Campinas
Professor Colaborador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química. Brasil
amchaves@ufpa.br

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

Resumo

A Transformada de Fourier constitui uma das ferramentas matemáticas mais relevantes para a ciência e a engenharia modernas, pois possibilita a representação de sinais e fenômenos físicos no domínio da frequência, permitindo a análise, interpretação e modelagem de sistemas complexos. Sua importância estende-se a áreas como telecomunicações, processamento digital de sinais, acústica, óptica, análise de imagens, eletrônica e mecânica quântica, tornando seu estudo fundamental tanto para a formação acadêmica quanto para o desenvolvimento tecnológico. Nesse contexto, este trabalho tem como objetivo geral analisar a Transformada de Fourier como ferramenta matemática e pedagógica, destacando sua construção teórica a partir da Série de Fourier, suas aplicações em problemas científicos e tecnológicos e sua contribuição para a promoção da aprendizagem significativa por meio da Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP). A metodologia adotada consistiu em uma pesquisa de caráter teórico e aplicado, fundamentada na Teoria da Aprendizagem Significativa e na ABP, envolvendo a apresentação do desenvolvimento matemático da Transformada de Fourier, a dedução de pares de transformadas e a resolução de aplicações contextualizadas. Foram analisados problemas como a Utilização do Teorema de Parseval em Telecomunicações, Pulso de tensão em um cabo de transmissão, Transformada de Fourier em Telecomunicações, pulso retangular para representar o bit "1", Condução de Calor em Regime Não Linear e Condução do calor numa barra. Os resultados evidenciaram a estreita relação entre os domínios do tempo e da frequência, demonstrando a capacidade da Transformada de Fourier de simplificar a análise de fenômenos físicos e tecnológicos complexos. A análise das situações-problema mostrou que a Transformada de Fourier permite estabelecer conexões explícitas entre representações matemáticas e fenômenos de telecomunicações e transferência de calor. Argumenta-se, à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa e da Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP), que essas conexões podem subsidiar propostas didáticas contextualizadas e interdisciplinares, cuja efetividade deverá ser avaliada em futuras intervenções com estudantes.

Palavras-chave: Transformada de Fourier; Aprendizagem Significativa; Ensino de Física

Abstract

The Fourier Transform constitutes one of the most important mathematical tools in modern science and engineering, as it enables the representation of signals and physical phenomena in the frequency domain, allowing the analysis, interpretation, and modeling of complex systems. Its importance extends to fields such as telecommunications, digital signal processing, acoustics, optics, image analysis, electronics, and quantum mechanics, making its study fundamental for both academic education and technological development. In this context, the general objective of this work is to analyze the Fourier Transform as a mathematical and pedagogical tool, highlighting its theoretical development from the Fourier Series, its applications to scientific and technological problems, and its contribution to the promotion of meaningful learning through Problem-Based Learning (PBL). The methodology adopted consisted of theoretical and applied research, grounded in the Theory of Meaningful Learning and PBL, involving the presentation of the mathematical development of the Fourier Transform, the derivation of transform pairs, and the solution of contextualized applications. Problems analyzed included the Application of Parseval's Theorem in Telecommunications, Voltage Pulse in a Transmission Line, Fourier Transform in Telecommunications, the Rectangular Pulse Representing the Bit "1", Nonlinear Heat Conduction, and Heat Conduction in a Bar. The results highlighted the close relationship between the time and frequency domains, demonstrating the ability

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

of the Fourier Transform to simplify the analysis of complex physical and technological phenomena. The analysis of the problem situations showed that the Fourier Transform allows explicit connections to be established between mathematical representations and phenomena in telecommunications and heat transfer. In light of the Theory of Meaningful Learning and Problem-Based Learning (PBL), it is argued that these connections can support contextualized and interdisciplinary teaching proposals, whose effectiveness should be evaluated in future interventions with students.

Keywords: Fourier Transform; Meaningful Learning; Physics Education.

Resumen

La Transformada de Fourier constituye una de las herramientas matemáticas más relevantes para la ciencia y la ingeniería modernas, ya que permite la representación de señales y fenómenos físicos en el dominio de la frecuencia, posibilitando el análisis, la interpretación y la modelización de sistemas complejos. Su importancia se extiende a áreas como las telecomunicaciones, el procesamiento digital de señales, la acústica, la óptica, el análisis de imágenes, la electrónica y la mecánica cuántica, haciendo que su estudio sea fundamental tanto para la formación académica como para el desarrollo tecnológico. En este contexto, el objetivo general de este trabajo es analizar la Transformada de Fourier como una herramienta matemática y pedagógica, destacando su construcción teórica a partir de la Serie de Fourier, sus aplicaciones a problemas científicos y tecnológicos, y su contribución a la promoción del aprendizaje significativo mediante el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP). La metodología adoptada consistió en una investigación de carácter teórico y aplicado, fundamentada en la Teoría del Aprendizaje Significativo y en el ABP, incluyendo la presentación del desarrollo matemático de la Transformada de Fourier, la deducción de pares de transformadas y la resolución de aplicaciones contextualizadas. Se analizaron problemas como la Aplicación del Teorema de Parseval en Telecomunicaciones, Pulso de Tensión en una Línea de Transmisión, Transformada de Fourier en Telecomunicaciones, Pulso Rectangular para Representar el Bit "1", Conducción de Calor en Régimen No Lineal y Conducción del Calor en una Barra. Los resultados evidenciaron la estrecha relación entre los dominios del tiempo y de la frecuencia, demostrando la capacidad de la Transformada de Fourier para simplificar el análisis de fenómenos físicos y tecnológicos complejos. El análisis de las situaciones problemáticas mostró que la Transformada de Fourier permite establecer conexiones explícitas entre las representaciones matemáticas y los fenómenos de las telecomunicaciones y la transferencia de calor. A la luz de la Teoría del Aprendizaje Significativo y del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), se sostiene que estas conexiones pueden respaldar propuestas didácticas contextualizadas e interdisciplinarias, cuya eficacia deberá evaluarse en futuras intervenciones con estudiantes.

Palabras clave: Transformada de Fourier; Aprendizaje Significativo; Enseñanza de la Física.

1. Introdução

O ensino de Física e Matemática enfrenta desafios constantes relacionados à motivação dos estudantes, à contextualização dos conteúdos e à superação da visão tradicional de que essas disciplinas se resumem a cálculos abstratos e desprovidos de aplicação prática. Muitos alunos acabam desenvolvendo uma postura passiva diante do conhecimento, limitando-se à reprodução de fórmulas sem compreender sua relevância para a interpretação de fenômenos do mundo real. (SOLVANG,2026)

Nesse cenário, torna-se essencial adotar metodologias que favoreçam a

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

construção de significados e a aplicação prática dos conceitos. A teoria da aprendizagem significativa de Marco Antonio Moreira oferece uma base teórica consistente para compreender como novos conteúdos podem ser integrados à estrutura cognitiva dos estudantes, evitando a fragmentação do conhecimento. Já a Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) contribui para transformar a sala de aula em um espaço de investigação, onde os alunos são desafiados a resolver situações complexas e contextualizadas, desenvolvendo autonomia e pensamento crítico. (MOREIRA,1999)

A aplicação da série de Fourier como recurso didático reforça essa perspectiva, pois permite que os estudantes percebam a conexão entre a Matemática avançada e fenômenos físicos concretos, como ondas sonoras, sinais elétricos e oscilações mecânicas. Ao explorar Fourier, o ensino deixa de ser meramente teórico e passa a dialogar com problemas reais, promovendo interdisciplinaridade e estimulando a resolução de problemas de forma significativa. (RØNNING, ,2021)

A Transformada de Fourier constitui uma das ferramentas matemáticas mais importantes da ciência moderna, pois permite representar sinais e fenômenos físicos no domínio da frequência, possibilitando a análise de sistemas complexos de forma mais eficiente. Suas aplicações estendem-se por diversas áreas do conhecimento, incluindo telecomunicações, processamento digital de sinais, análise de imagens, acústica, óptica, mecânica quântica, inteligência artificial e engenharia de controle.

Em sistemas de comunicação, por exemplo, a Transformada de Fourier é utilizada para determinar a largura de banda de sinais, projetar filtros e reduzir interferências. Já no processamento de imagens, é empregada em técnicas de compressão, reconstrução e aprimoramento visual, demonstrando sua relevância tanto acadêmica quanto tecnológica.

Nesse contexto, o presente trabalho tem como objetivo geral analisar a Transformada de Fourier como instrumento de integração entre os conhecimentos de Física e Matemática, destacando sua fundamentação teórica, sua construção

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

matemática a partir da Série de Fourier e suas aplicações em problemas reais das ciências exatas e das engenharias. Busca-se ainda discutir como a utilização desse conteúdo, associada à Teoria da Aprendizagem Significativa e à Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP), pode contribuir para tornar o ensino mais contextualizado, interdisciplinar e significativo para os estudantes.

Dessa forma, pretende-se evidenciar que a Transformada de Fourier não deve ser compreendida apenas como um conjunto de procedimentos matemáticos, mas como uma ferramenta essencial para a interpretação de fenômenos físicos e para a resolução de problemas tecnológicos contemporâneos. Ao relacionar teoria, aplicações práticas e metodologias ativas de ensino, busca-se promover uma aprendizagem mais profunda e duradoura, capaz de aproximar os estudantes dos desafios científicos e profissionais encontrados na sociedade atual.

2. Referencial Teórico.

2.1. Teoria da Aprendizagem Significativa e Aprendizagem Baseada em Problemas

A teoria da aprendizagem significativa, originalmente proposta por David Ausubel e aprofundada por Marco Antonio Moreira, parte do princípio de que o aprendizado ocorre de forma mais efetiva quando novos conhecimentos se conectam de maneira substantiva e não arbitrária à estrutura cognitiva prévia do estudante (AUSUBEL, 1993). Moreira amplia essa visão ao integrar perspectivas críticas e construtivistas, defendendo que aprender não é apenas acumular informações, mas construir redes de significados que transformam tanto o novo conhecimento quanto o já existente (MOREIRA,1999).

Essa abordagem valoriza a identificação dos conhecimentos prévios dos alunos e a criação de situações de ensino que favoreçam a ancoragem de novos conceitos, evitando a aprendizagem mecânica e promovendo retenção duradoura.(MOREIRA, 2001). A figura 1 apresenta a relação entre o conhecimento

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

prévio do estudante e o novo conteúdo a ser aprendido. O processo ocorre por meio da interação mediada pelo professor e da organização das informações.

Figura 1-Processo de construção da aprendizagem significativa.



Fonte: Elaborada pelos autores.

A figura 1 demonstra que a aprendizagem significativa acontece quando novos conhecimentos são conectados às experiências e conceitos já existentes no estudante. O conhecimento prévio serve como base para compreender as novas informações. Nesse processo, a mediação do professor é fundamental para organizar e contextualizar os conteúdos. Como resultado dessa interação, o estudante atribui sentido ao que aprende, tornando a aprendizagem mais efetiva e duradoura.

No contexto da Física e da Matemática, a aprendizagem significativa se mostra essencial para superar a visão tradicional de ensino centrada na repetição de fórmulas e procedimentos. Ao propor atividades que relacionem os conteúdos a situações reais, o professor possibilita que os estudantes compreendam a relevância dos conceitos e desenvolvam autonomia intelectual (CARDOSO,2026). Essa perspectiva também favorece a interdisciplinaridade, permitindo que os alunos percebam como diferentes áreas do conhecimento se articulam na resolução de problemas complexos (COSTA, et al, 2026), como ocorre, por exemplo, na análise de fenômenos periódicos por meio da série de Fourier.

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

A Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP), por sua vez, constitui uma metodologia ativa que coloca o estudante diante de desafios reais ou simulados, estimulando-o a investigar, colaborar e aplicar conceitos teóricos na busca por soluções. Criada por Howard Barrows na década de 1960, a ABP rompe com o modelo tradicional de ensino centrado no professor e promove a aprendizagem autodirigida, o desenvolvimento do pensamento crítico e a capacidade de trabalhar em equipe. Essa abordagem é especialmente relevante para o ensino de Física e Matemática, pois transforma conteúdos abstratos em ferramentas para resolver problemas concretos, aproximando teoria e prática. (PAIXÃO et al 2006), (SILVA,2023)

A integração entre a teoria da aprendizagem significativa e a ABP fortalece o ensino de Física e Matemática ao garantir que novos conceitos sejam incorporados de forma duradoura e aplicados em contextos reais (CARDOSO,2020). Enquanto a aprendizagem significativa assegura a construção de significados, a ABP oferece o ambiente problematizador que estimula a resolução criativa de desafios. Juntas, essas abordagens promovem um ensino que estimula a autonomia, favorece a interdisciplinaridade e desenvolve o pensamento crítico, preparando os estudantes para enfrentar situações acadêmicas e profissionais de maneira mais contextualizada e eficaz. (MACHADO,2026)

2.2 A Transformada de Fourier como eixo integrador entre Aprendizagem Significativa e ABP

A Transformada de Fourier, enquanto ferramenta matemática para analisar fenômenos periódicos e não periódicos, representa um excelente exemplo de como conteúdos abstratos podem adquirir significado quando conectados à experiência prévia dos estudantes e aplicados em situações reais. Segundo Ausubel, aprender significativamente implica relacionar novos conhecimentos a estruturas cognitivas já existentes, de modo não arbitrário e substantivo. Moreira reforça que essa relação não é apenas uma “ancoragem”, mas uma transformação mútua entre o novo e o já conhecido, formando redes de significados mais complexas e estáveis.

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

Quando o professor apresenta a Transformada de Fourier apenas como um conjunto de fórmulas — como o par de transformadas:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f\,(t)e^{-i\omega t}\,dt \text{ e } f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F\,(\omega)e^{i\omega t}\,d\omega, \quad (1)$$

o conteúdo tende a ser aprendido de forma mecânica. No entanto, quando o docente parte dos conhecimentos prévios dos estudantes — como sinais elétricos, ondas sonoras, imagens digitais ou fenômenos periódicos — cria-se um ambiente propício para que esses conceitos matemáticos se tornem significativos. O aluno percebe que a Transformada de Fourier não é apenas uma operação abstrata, mas um instrumento que permite decompor sinais complexos em frequências fundamentais, interpretar vibrações, analisar circuitos, comprimir imagens e compreender fenômenos físicos.

É nesse ponto que a Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) se torna um complemento essencial. Ao propor desafios reais — como analisar o espectro de um pulso retangular, investigar ruídos em um sinal de áudio ou compreender como a série de Fourier evolui para a transformada contínua quando o período tende ao infinito — o professor cria um ambiente problematizador que exige investigação, colaboração e aplicação de conceitos. O estudante deixa de ser receptor passivo e passa a atuar como protagonista, mobilizando conhecimentos prévios, buscando novas informações e construindo significados mais profundos.

A transição da série de Fourier para a Transformada de Fourier, por exemplo, é um excelente problema para ABP: o aluno precisa compreender que, ao deixar o período T tender ao infinito, o espectro discreto se transforma em contínuo, e a soma de harmônicos se converte em uma integral. Esse processo matemático, que poderia parecer puramente formal, ganha sentido quando o estudante o relaciona a sinais reais como pulsos, transientes ou fenômenos não periódicos e percebe que a transformada é a ferramenta adequada para analisá-los.

Assim, a integração entre aprendizagem significativa e ABP fortalece o ensino da Transformada de Fourier ao: i) ativar conhecimentos prévios sobre ondas, sinais e funções periódicas; ii) promover a construção de significados ao relacionar teoria e aplicações reais; iii) estimular investigação e autonomia, características centrais da

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

ABP; iv) favorecer interdisciplinaridade, conectando Física, Matemática, Engenharia e Computação; v)transformar conteúdos abstratos em ferramentas cognitivas úteis, consolidando aprendizagem duradoura.

Dessa forma, a Transformada de Fourier deixa de ser apenas um tópico avançado da Matemática e se torna um exemplo concreto de como teorias educacionais contemporâneas como a aprendizagem significativa e a ABP podem transformar o ensino, tornando-o mais profundo, contextualizado e relevante para a formação acadêmica e profissional dos estudantes**.**

2.3 A Construção Matemática da Transformada de Fourier

Para compreender a Transformada de Fourier (TF) em sua plenitude, é imperativo revisitarmos sua gênese. Ela não surge como um postulado, mas como um caso limite da Série de Fourier, que por sua vez se fundamenta na ideia de que funções periódicas podem ser expressas como combinações lineares infinitas de exponenciais complexas. A construção a seguir detalha todo o formalismo algébrico e analítico necessário para atingir a espinha dorsal da teoria espectral. (KMITA; VILLAMIZAR, 2023

,2023)

A Série de Fourier na Forma Complexa é definida da seguinte maneira,

seja $f(t)$uma função periódica com período T(frequência fundamental $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$). A Teoria de Fourier estabelece que, sob condições de Dirichlet (continuidade por partes e convergência da integral do módulo), é possível representá-la pela série exponencial:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \cdot e^{in\omega_0 t} \quad (2)$$

Para determinar os coeficientes C_n(que representam a amplitude e fase de cada harmônico), utilizamos a propriedade de ortonormalidade da base exponencial:

$$\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} e^{i(m-n)\omega_0 t}\, dt = \delta_{mn} \quad (3)$$

Multiplicando ambos os lados de (1) por $e^{-im\omega_0 t}$e integrando ao longo de um

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

período:

$$\int_{-T/2}^{T/2} f\,(t)e^{-im\omega_0 t}dt = \sum_n C_n \int_{-T/2}^{T/2} e^{i(n-m)\omega_0 t}\,dt \tag{4}$$

Devido à ortonormalidade, a soma no lado direito colapsa para o termo onde $n = m$, restando apenas $C_n \cdot T$. Isolando o coeficiente, obtemos a fórmula de análise:

$$C_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f\,(t) \cdot e^{-in\omega_0 t}dt \tag{5}$$

A transição para o Domínio Contínuo para o Limite $T \to \infty$ que dever ser um resultado importante, pois se estende para ó conceito de funções não periódicas (como um pulso isolado), permitimos que o período T tenda ao infinito.

Consequentemente, a frequência fundamental $\omega_0 = \Delta\omega$ torna-se infinitesimal, e o espectro discreto de frequências $n\omega_0$evolui para um contínuo ω. (DELSUC,2024)
Reescrevendo a equação (2) substituindo (3):

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f\,(\tau)e^{-in\omega_0\tau}d\tau\right] e^{in\omega_0 t} \tag{6}$$

Sabendo que $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$, temos $\frac{1}{T} = \frac{\Delta\omega}{2\pi}$. Substituindo:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\int_{-T/2}^{T/2} f\,(\tau)e^{-in\Delta\omega\tau}d\tau\right] e^{in\Delta\omega t} \cdot \Delta\omega \tag{7}$$

Para o caso de limite contínuo, usa-se a Integral de Riemann quando se toma o limite $T \to \infty$, tem-se que $\Delta\omega \to 0$. A soma de Riemann converge para uma integral no domínio da frequência:

$$\lim_{\Delta\omega\to 0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} g\,(n\Delta\omega)\Delta\omega = \int_{-\infty}^{\infty} g\,(\omega)d\omega \tag{8}$$

Aplicando este conceito a (3), tem-se que,

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[\int_{-\infty}^{\infty} f\,(\tau)e^{-i\omega\tau}d\tau\right] e^{i\omega t}d\omega \tag{9}$$

A integral interna em (5) define a Transformada Direta de Fourier:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f\,(t) \cdot e^{-i\omega t}\,dt. \tag{10}$$

Substituindo (6) em (5), obtém-se que a Transformada Inversa de Fourier:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F\,(\omega) \cdot e^{i\omega t}\,d\omega. \tag{11}$$

Essas equações (6) e (7) constituem o Par de Transformadas de Fourier, a

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

base matemática fundamental para todo o referencial teórico subsequente. O fator de escala $\frac{1}{2\pi}$ garante a invertibilidade e a conservação da energia (Teorema de Parseval). O sinal negativo no expoente da equação (6) é uma convenção adotada para manter a coerência com a propagação de ondas planas no sentido positivo do tempo.

2.4 Teorema de Parseval

O Teorema de Parseval é um dos resultados mais importantes da análise de Fourier, pois estabelece a conservação da energia de um sinal quando este é transformado do domínio do tempo para o domínio da frequência. Em outras palavras, a energia total contida em um sinal permanece inalterada independentemente do domínio em que ele seja analisado.

Esse resultado possui grande relevância na Física, Engenharia Elétrica, Telecomunicações e Processamento Digital de Sinais, pois permite interpretar a distribuição de energia entre as diferentes componentes espectrais de um sinal sem perda de informação. Considere o par de Transformadas de Fourier:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f\,(t) e^{-i\omega t}\, dt \qquad (12)$$

E

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F\,(\omega) e^{i\omega t}\, d\omega \qquad (13)$$

Nessa convenção, o Teorema de Parseval afirma que

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\, f(t)\,|^2\, dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\, F(\omega)\,|^2\, d\omega \qquad (14)$$

onde: $|\, f(t)\,|^2$ representa a densidade de energia no domínio do tempo;
$|\, F(\omega)\,|^2$ representa a densidade de energia no domínio da frequência. Assim, a energia total calculada no tempo é exatamente igual à energia total calculada na frequência.

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

Demonstração do teorema

Partindo da definição da energia do sinal no domínio do tempo:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 \, dt. \tag{15}$$

Como

$$|f(t)|^2 = f(t)f^*(t), \tag{16}$$

tem-se

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)f^*(t) \, dt. \tag{17}$$

Substituindo a Transformada Inversa de Fourier para $f(t)$,

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{i\omega t} \, d\omega, \tag{18}$$

e tomando o complexo conjugado,

$$f^*(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F^*(\Omega)e^{-i\Omega t} \, d\Omega. \tag{19}$$

Logo,

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{i\omega t} d\omega\right)\left(\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F^*(\Omega)e^{-i\Omega t} d\Omega\right) dt. \tag{20}$$

Reorganizando as integrais,

$$E = \frac{1}{(2\pi)^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)F^*(\Omega)\left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{i(\omega-\Omega)t} \, dt\right] d\omega d\Omega. \tag{21}$$

Utiliza-se agora a identidade fundamental

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{i(\omega-\Omega)t} \, dt = 2\pi \, \delta(\omega - \Omega), \tag{22}$$

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

onde $\delta(\omega - \Omega)$é a função delta de Dirac. Substituindo,

$$E = \frac{1}{(2\pi)^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} F\,(\omega)F^*(\Omega)\,2\pi\,\delta(\omega-\Omega)\,d\omega d\Omega. \quad (23)$$

Aplicando a propriedade da delta de Dirac,

$$E = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F\,(\omega)F^*(\omega)\,d\omega. \quad (24)$$

Como

$$F(\omega)F^*(\omega) = |\,F(\omega)\,|^2, \quad (25)$$

obtém-se que,

$$E = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |\,F(\omega)\,|^2\,d\omega. \quad (26)$$

Portanto,

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\,f(t)\,|^2\,dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |\,F(\omega)\,|^2\,d\omega \quad (27)$$

o que demonstra o Teorema de Parseval.

O Teorema de Parseval mostra que a Transformada de Fourier não altera a energia total do sinal, apenas redistribui essa energia entre as frequências que o compõem. Em telecomunicações, por exemplo, essa propriedade permite determinar quanta energia está associada a cada componente espectral de um sinal transmitido. Em acústica, ela possibilita identificar como a potência sonora está distribuída entre diferentes frequências. Já em processamento digital de sinais, o teorema garante que análises realizadas no domínio da frequência preservam integralmente as informações energéticas do sinal original.

Dessa forma, o Teorema de Parseval constitui uma importante ponte entre os domínios do tempo e da frequência, fornecendo uma interpretação física clara para a Transformada de Fourier e justificando sua ampla utilização na modelagem e análise de sistemas físicos e tecnológicos.

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

Aplicação 1: Utilização do Teorema de Parseval em Telecomunicações

Em um sistema de comunicação digital, um engenheiro deseja determinar a energia de um sinal sem realizar integrações complexas no domínio do tempo. O sinal transmitido é dado por:

$$x(t) = e^{-a|t|},\ a > 0$$

Sabe-se que sua Transformada de Fourier é

$$X(\omega) = \frac{2a}{a^2 + \omega^2}.$$

Utilizando o Teorema de Parseval, determine a energia total do sinal.

Resolução

Pelo Teorema de Parseval,

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\, x(t)\, |^2\, dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\, X(\omega)\, |^2\, d\omega.$$

A energia do sinal será

$$E = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{2a}{a^2 + \omega^2}\right)^2 d\omega.$$

Logo,

$$E = \frac{4a^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{(a^2 + \omega^2)^2}.$$

Utiliza-se a integral conhecida

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{(a^2 + \omega^2)^2} = \frac{\pi}{2a^3}.$$

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

Substituindo,

$$E = \frac{4a^2}{2\pi} \cdot \frac{\pi}{2a^3}.$$

Simplificando,

$$E = \frac{1}{a}.$$

Portanto, a energia total do sinal é $E = \frac{1}{a}$.

Pode-se confirmar o resultado diretamente no domínio temporal:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |\, e^{-a|t|} \,|^2 \, dt = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2a|t|} \, dt.$$

Como a função é par,

$$E = 2\int_{0}^{\infty} e^{-2at} \, dt.$$

Integrando,

$$E = 2\left[-\frac{e^{-2at}}{2a}\right]_0^{\infty}.$$

Como

$$e^{-2at} \to 0 \text{ quando } t \to \infty,$$

obtém-se

$$E = 2\left(\frac{1}{2a}\right) = \frac{1}{a}.$$

Assim,

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\, x(t)\, |^2\, dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |\, X(\omega)\, |^2\, d\omega = \frac{1}{a}$$

confirmando o Teorema de Parseval.

Este resultado mostra que a energia total do sinal pode ser calculada tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência. Em telecomunicações, isso é extremamente útil porque muitos sistemas são analisados espectralmente. Em vez de estudar diretamente o sinal temporal, o engenheiro pode avaliar sua distribuição de energia nas frequências e obter exatamente o mesmo resultado. O Teorema de Parseval garante que a Transformada de Fourier preserva a energia do sinal, constituindo um importante princípio de conservação na análise de sistemas lineares e no processamento digital de sinais.

Aplicação 2 : Pulso de tensão em um cabo de transmissão

Um engenheiro de telecomunicações está analisando um pulso de tensão em um cabo de transmissão. Esse pulso é usado para representar um bit “1” em um sistema digital simples. O sinal no tempo é dado por:

$$f(t) = \begin{cases} A, & |\, t\, | \leq \dfrac{T}{2} \\ 0, & |\, t\, | > \dfrac{T}{2} \end{cases}$$

Ou seja, é um pulso retangular de amplitude Ae duração T, centrado em $t = 0$. O engenheiro quer saber: a) Qual é a Transformada de Fourier $F(\omega)$ desse pulso? b) Verificar a coerência com a Transformada Inversa. Use o par de transformadas:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f\,(t)\, e^{-i\omega t}\, dt$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F\,(\omega)\, e^{i\omega t}\, d\omega$$

Resolução

a) Cálculo da Transformada Direta $F(\omega)$

Pelo enunciado, tem-se que,

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

$$f(t) = \begin{cases} A, & |\ t\ | \leq \dfrac{T}{2} \\ 0, & |\ t\ | > \dfrac{T}{2} \end{cases}$$

A integral de Fourier dada no enunciado é,

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f\ (t)\ e^{-i\omega t}\ dt$$

como $f(t) = 0$ fora do intervalo $[-, T/2\ T/2]$, a integral se reduz a:

$$F(\omega) = \int_{-T/2}^{T/2} A\ e^{-i\omega t}\ dt \Longrightarrow F(\omega) = A \int_{-T/2}^{T/2} e^{-i\omega t}\ dt$$

Integrando, obtém-se que,

$$\int e^{-i\omega t}\ dt = \frac{e^{-i\omega t}}{-i\omega}$$

Logo:

$$F(\omega) = A \left[\frac{e^{-i\omega t}}{-i\omega}\right]_{t=-T/2}^{T/2} \Longrightarrow F(\omega) = A \cdot \frac{1}{-i\omega}\left(e^{-i\omega T/2} - e^{i\omega T/2}\right)$$

Como,

$$e^{-i\omega T/2} - e^{i\omega T/2} = -2i \sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)$$

Substituindo, obtém que,

$$F(\omega) = A \cdot \frac{1}{-i\omega} \cdot \left(-2i\ \text{sen}\left(\frac{\omega T}{2}\right)\right) \Longrightarrow F(\omega) = A \cdot \frac{2\ \text{sen}\left(\frac{\omega T}{2}\right)}{\omega}$$

Portanto, verifica-se que,

$$F(\omega) = \frac{2A\ \text{sen}\left(\frac{\omega T}{2}\right)}{\omega}$$

A transformada de Fourier do pulso retangular resulta em uma função do tipo $\text{sen}\left(\frac{\omega T}{2}\right)$, mostra que a energia do sinal se distribui por várias frequências. Observa-se que a maior concentração de energia ocorre em torno da frequência zero, enquanto os lóbulos laterais representam componentes adicionais geradas pelas descontinuidades do pulso.

O resultado também demonstra uma relação inversa entre os domínios do

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

tempo e da frequência: quanto maior for a duração do pulso no tempo, mais estreito será o seu espectro em frequência. Por outro lado, pulsos de curta duração apresentam um espectro mais largo, ocupando uma faixa maior de frequências e os sinais mais concentrados no tempo tendem a ser mais espalhados no domínio da frequência, caracterizando um princípio fundamental da análise de Fourier em sistemas de telecomunicações**.**

b) Verificando a coerência com a Transformada Inversa

Usando:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F\,(\omega)\, e^{i\omega t}\, d\omega$$

Se substituirmos $F(\omega) = \frac{2A\text{sin}\,(\omega T/2)}{\omega}$, do item a), e fazendo a devida substituição, vem que,

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2A\,\text{sin}\left(\frac{\omega T}{2}\right)}{\omega} e^{i\omega t}\, d\omega$$

Essa integral é um resultado clássico, pois reconstrói o pulso retangular no tempo, mostrando a invertibilidade garantida pelo fator $½\pi$ e pela forma do par de transformadas de Fourier mostradas nas equações anteriores. O sinal é concentrado em um intervalo finito $[-,T/2\,T/2]$. Quanto menor T, mais "curto" é o pulso, como mostrou a equação (6). O espectro $F(\omega)$ representa uma função tipo $\text{sem}\,(\frac{\omega T}{2})$, que se espalha em torno de $\omega = 0$. Quando T diminui, o argumento $\frac{\omega T}{2}$ também diminui, e $\text{sen}\,(\frac{\omega T}{2})$ se alarga em frequência. Isso mostra uma ideia central da Transformada de Fourier:

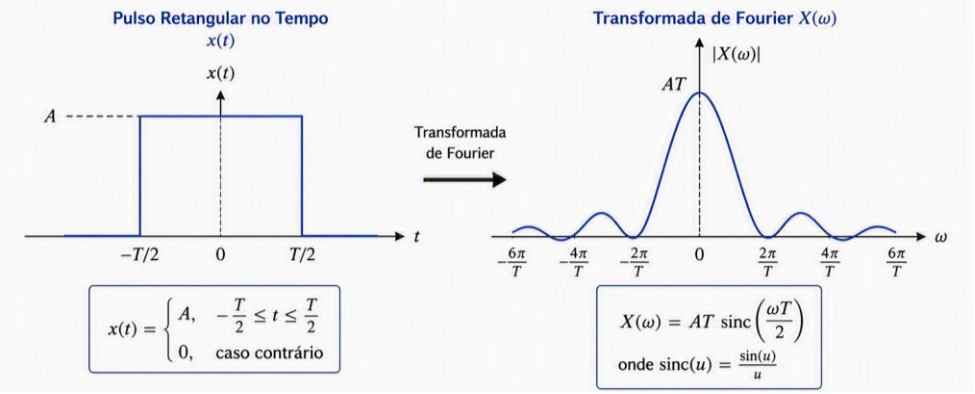
Quanto mais localizado o sinal no tempo, mais espalhado ele é em frequência. Essa relação é uma manifestação direta ao passar do somatório discreto (série de Fourier) para o contínuo (Transformada de Fourier), o espectro deixa de ser uma soma de harmônicos discretos e passa a ser um contínuo $F(\omega)$, que descreve como cada frequência contribui para formar o pulso no tempo. O gráfico 1 mostra melhor o comportamento da equação dada.

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

Gráfico 1- Pulso retangular no tempo e sua transformada de Fourier.



Fonte: Elaborada pelos autores

O gráfico 2 ilustra a relação entre um pulso retangular no domínio do tempo e sua Transformada de Fourier no domínio da frequência. Observa-se que a transformada gera uma função em sen($\frac{\omega T}{2}$), cuja energia está concentrada em torno da frequência zero e se espalha em lóbulos laterais. Além disso, a figura mostra que pulsos mais longos no tempo possuem espectro mais estreito, enquanto pulsos mais curtos apresentam maior largura de banda em frequência.

2.5 Aplicações para o ensino de Física e Matemática

A Transformada de Fourier, em suas diversas formulações, constitui um recurso matemático que transcende a abstração e se conecta diretamente com fenômenos físicos e tecnológicos. A definição da transformada contínua e sua inversa, bem como a simplificação de operações complexas como a convolução, demonstram que a matemática não é apenas um exercício formal, mas uma linguagem que organiza e traduz a realidade. Essa perspectiva dialoga com a aprendizagem significativa proposta por Marco Antonio Moreira, na qual novos conhecimentos são incorporados de forma substantiva às estruturas cognitivas já existentes, permitindo que o estudante atribua sentido às operações matemáticas.

Ao explorar a resolução da equação do calor e o teorema da convolução,

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

observa-se que o ensino pode ser potencializado quando o aluno é conduzido a relacionar cálculos abstratos com fenômenos concretos, como a difusão térmica ou a análise de sistemas lineares. Essa integração favorece a aprendizagem significativa, pois o estudante não apenas memoriza fórmulas, mas compreende o papel das operações em contextos reais. Nesse sentido, a Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP), oferece um caminho metodológico eficaz, ao propor situações desafiadoras que exigem a aplicação da transformada para a resolução de problemas práticos.

A análise da série de Fourier e do princípio da incerteza de Heisenberg reforça a ideia de que os conceitos matemáticos são interdependentes e constituem ferramentas de interpretação da realidade. Ao calcular coeficientes harmônicos ou derivar relações fundamentais da Mecânica Quântica (HALLIDAY,2016), o estudante percebe que os conteúdos não são isolados, mas articulados em uma rede de significados. Esse processo de construção de sentido, conforme Moreira, garante que o conhecimento seja retido e mobilizado em novas situações. A ABP, ao propor problemas contextualizados, estimula o aluno a aplicar tais conceitos de forma ativa, desenvolvendo autonomia intelectual e capacidade crítica.

O estudo do processamento de imagens e da Transformada de Fourier (FFT) evidencia a transição da teoria para a prática computacional, mostrando como a matemática se traduz em algoritmos eficientes e aplicáveis em ambientes digitais. Essa experiência fortalece a aprendizagem significativa, ao conectar saberes teóricos às demandas tecnológicas contemporâneas, e encontra na ABP o cenário ideal para que os alunos enfrentem problemas reais de engenharia e ciência da computação.

A partir dessa fundamentação, as aplicações da Transformada de Fourier serão apresentadas em detalhe na sequência, ilustrando como cada contexto reforça a integração entre teoria, prática e aprendizagem ativa.

2.5.1 Definição da Transformada

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

A Transformada de Fourier é uma ferramenta matemática utilizada para converter um sinal do domínio do tempo para o domínio da frequência. Ela permite identificar quais frequências compõem um determinado sinal e com quais intensidades essas frequências estão presentes. Essa técnica é amplamente aplicada em telecomunicações, processamento de sinais, eletrônica e sistemas de comunicação.VA Transformada de Fourier direta de um sinal $x(t)$é dada por:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\,(t) e^{-j\omega t}\, dt \qquad (12)$$

onde: $x(t)$ é o sinal no domínio do tempo; $X(\omega)$ é o espectro do sinal no domínio da frequência e ω é a frequência angular (rad/s); $j = \sqrt{-1}$. A Transformada de Fourier inversa permite reconstruir o sinal original a partir do seu espectro de frequências:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X\,(\omega) e^{j\omega t}\, d\omega \qquad (28)$$

onde: $X(\omega)$ representa o sinal no domínio da frequência e $x(t)$ é o sinal recuperado no domínio do tempo. Dessa forma, a Transformada de Fourier estabelece uma relação bidirecional entre os domínios do tempo e da frequência, permitindo analisar e compreender o comportamento espectral dos sinais.

Aplicação 3: Transformada de Fourier em Telecomunicações

Um engenheiro de telecomunicações está analisando um sinal transmitido por um sistema digital. O sinal que representa um bit "1" é descrito pela função:

$$x(t) = e^{-a|t|},\ a > 0$$

O engenheiro deseja determinar:

a) A Transformada de Fourier direta do sinal.

b) A Transformada de Fourier inversa para verificar a recuperação do sinal original.

c) Explicar a importância da Transformada de Fourier na análise de sistemas de comunicação.

Resolução

a) Cálculo da Transformada de Fourier Direta

A Transformada de Fourier direta é definida por:

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\,(t) e^{-j\omega t} dt$$

Substituindo $x(t) = e^{-a|t|}$:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-a|t|}\, e^{-j\omega t} dt$$

Utilizando um par de transformadas conhecido:

$$e^{-a|t|} \leftrightarrow \frac{2a}{a^2 + \omega^2}$$

obtém-se diretamente:

$$X(\omega) = \frac{2a}{a^2 + \omega^2}$$

Portanto, o espectro do sinal é uma função racional centrada em $\omega = 0$. Ou seja, o par de transformadas de Fourier é dada por,

$$e^{-a|t|} \overset{\mathcal{F}}{\leftrightarrow} \frac{2a}{a^2 + \omega^2},\ a > 0.$$

Assumindo a convenção de que,

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x\,(t) e^{-j\omega t}\, dt,$$

Tomando,

$$x(t) = e^{-a|t|}.$$

Pode-se separar a integral em dois intervalos. Isto é,

$$|\ t\ | = \begin{cases} t, & t \geq 0, \\ -t, & t < 0, \end{cases}$$

Logo,

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{0} e^{at}\, e^{-j\omega t}\, dt + \int_{0}^{\infty} e^{-at}\, e^{-j\omega t}\, dt.$$

Assim, obtém-se que,

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{0} e^{(a - j\omega)t}\, dt + \int_{0}^{\infty} e^{-(a + j\omega)t}\, dt.$$

Para a primeira integral. Ou seja,

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

$$I_1 = \int_{-\infty}^{0} e^{(a-j\omega)t}\ dt.$$

Como $a > 0$, vem que,

$$\lim_{t\to-\infty} e^{(a-j\omega)t} = 0.$$

Logo,

$$I_1 = \left[\frac{e^{(a-j\omega)t}}{a-j\omega}\right]_{-\infty}^{0} = \frac{1}{a-j\omega}.$$

Para a segunda integral. Ou seja,

$$I_2 = \int_{0}^{\infty} e^{-(a+j\omega)t}\ dt.$$

Assim,

$$I_2 = \left[-\frac{e^{-(a+j\omega)t}}{a+j\omega}\right]_{0}^{\infty} = \frac{1}{a+j\omega}.$$

Somando os resultados das duas integrais,

$$X(\omega) = \frac{1}{a-j\omega} + \frac{1}{a+j\omega}.$$

Colocando no mesmo denominador,

$$X(\omega) = \frac{(a+j\omega)+(a-j\omega)}{(a-j\omega)(a+j\omega)} =$$

O numerador se torna,

$$(a+j\omega)+(a-j\omega)2a,$$

e o denominador

$$(a-j\omega)(a+j\omega) = a^2+\omega^2.$$

Logo, verifica-se que,

$$X(\omega) = \frac{2a}{a^2+\omega^2}.$$

Portanto,

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

$$\mathcal{F}\{e^{-a|t|}\} = \frac{2a}{a^2 + \omega^2} \ (a > 0).$$

Uma prova alternativa ainda mais curta usa o fato de que $e^{-a|t|}$ é uma função par:

$$X(\omega) = 2\int_0^{\infty} e^{-at}\cos(\omega t)\, dt,$$

e a integral conhecida é dada por,

$$\int_0^{\infty} e^{-at}\cos(\omega t)\, dt = \frac{a}{a^2 + \omega^2},$$

resultando imediatamente em,

$$X(\omega) = \frac{2a}{a^2 + \omega^2}.$$

b) Aplicação da Transformada de Fourier Inversa

A Transformada Inversa de Fourier é dada por:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

Substituindo $X(\omega)$:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2a}{a^2 + \omega^2} e^{j\omega t} d\omega$$

Aplicando o par inverso conhecido:

$$\frac{2a}{a^2 + \omega^2} \leftrightarrow e^{-a|t|}$$

obtém-se:

$$x(t) = e^{-a|t|}$$

confirmando que a Transformada Inversa recupera exatamente o sinal original.

Observa-se que o sinal temporal exponencial possui seu espectro concentrado próximo da frequência zero. Quando o parâmetro $a$aumenta, o sinal torna-se mais estreito no tempo e mais espalhado no domínio da frequência. Quando $a$diminui, o sinal dura mais tempo e seu espectro torna-se mais concentrado. Esse comportamento demonstra a relação inversa existente entre os domínios do tempo e da frequência, uma das características fundamentais da Transformada de Fourier.

A Transformada de Fourier é uma ferramenta essencial em telecomunicações,

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

pois permite analisar sinais no domínio da frequência em vez do domínio do tempo. Com ela é possível determinar a largura de banda necessária para transmissão, projetar filtros, reduzir ruídos e avaliar a eficiência dos sistemas de comunicação. Além disso, a transformada auxilia na compressão e processamento digital de sinais, sendo amplamente utilizada em telefonia móvel, internet, rádio, televisão e redes de dados.

Aplicação 4: pulso retangular para representar o bit "1"

Em um sistema de comunicação digital, um engenheiro de telecomunicações utiliza um pulso retangular para representar o bit "1". O sinal transmitido é definido por:

$$x(t) = \begin{cases} A, & -\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} \\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases}$$

Considere amplitude $A = 5$V e duração $T = 2$ms. Determine:

a) A Transformada de Fourier do sinal.

b) O espectro para $\omega = 0$.

c) Explique o significado físico do resultado para sistemas de telecomunicações.

Resolução

a) Transformada de Fourier Direta

A Transformada de Fourier é dada por:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\,(t) e^{-j\omega t} dt$$

Como o sinal é diferente de zero apenas entre $-T/2$e $T/2$, temos:

$$X(\omega) = A \int_{-T/2}^{T/2} e^{-j\omega t}\, dt$$

Integrando:

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

$$X(\omega) = A\left[\frac{e^{-j\omega t}}{-j\omega}\right]_{-T/2}^{T/2} \Longrightarrow X(\omega) = A\frac{e^{-j\omega T/2} - e^{j\omega T/2}}{-j\omega}$$

Utilizando a identidade:

$$e^{-j\theta} - e^{j\theta} = -2j\sin(\theta)$$

obtém-se:

$$X(\omega) = A\frac{2\sin(\omega T/2)}{\omega}$$

ou

$$X(\omega) = AT\,\mathrm{sinc}\left(\frac{\omega T}{2}\right)$$

onde

$$\mathrm{sinc}(u) = \frac{\sin(u)}{u}$$

Substituindo $A = 5$e $T = 2 \times 10^{-3}$s, tem-se que,

$$X(\omega) = 0{,}01\,\mathrm{sinc}\left(\frac{\omega(2 \times 10^{-3})}{2}\right)$$

b) Valor do espectro em $\omega = 0$

Sabe-se que:

$$\lim_{u\to 0}\frac{\sin(u)}{u} = 1$$

Logo:

$$X(0) = AT \Longrightarrow X(0) = 5 \times 2 \times 10^{-3} \Longrightarrow X(0) = 0{,}01$$

Este é o valor máximo do espectro.

c) Significado físico do resultado para sistemas de telecomunicações.

O resultado mostra que um pulso retangular possui um espectro do tipo **sinc**, contendo infinitas componentes de frequência. A maior parte da energia está concentrada nas baixas frequências, enquanto os lóbulos laterais representam frequências adicionais necessárias para reconstruir o pulso. Em telecomunicações, isso significa que nenhum canal real consegue transmitir perfeitamente um pulso

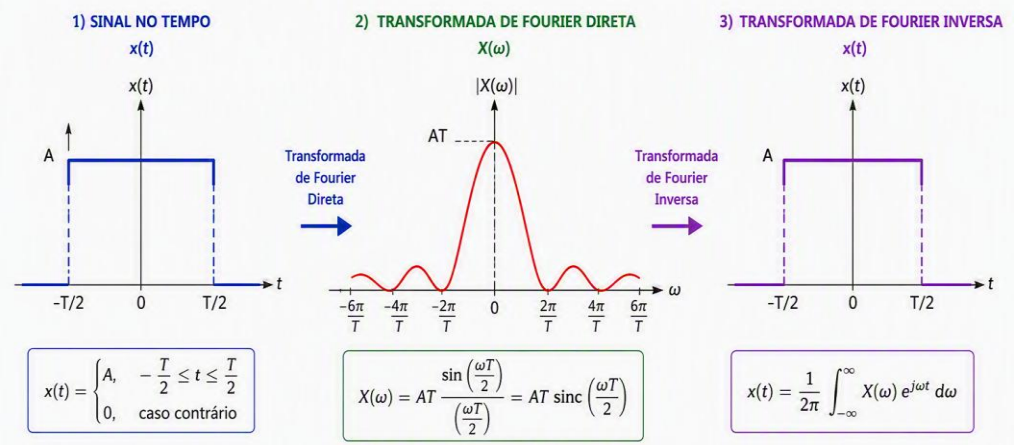
CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

retangular, pois seria necessária uma largura de banda infinita. Além disso, quanto menor a duração T do pulso, maior será o espalhamento espectral e maior a largura de banda exigida para a transmissão. O gráfico 2 mostra a transformada de Fourier de forma direta e inversa quando um pulso é propagado.

Gráfico 2- Transformada de Fourier direta e inversa para um pulso retangular.



Fonte: Elaborada pelos autores

A Transformada de Fourier permite analisar sinais no domínio da frequência e determinar a largura de banda necessária para sua transmissão. Essa ferramenta é fundamental em telecomunicações para o projeto de filtros, modulação, transmissão digital e análise de canais, possibilitando o desenvolvimento de sistemas mais eficientes e com menor interferência.

2.6 A Equação do Calor

A condução térmica é o processo de transferência de calor através de um material devido à diferença de temperatura entre suas regiões. O calor flui espontaneamente da região mais quente para a mais fria, sem que haja transporte macroscópico de matéria. Esse fenômeno ocorre pela interação entre as partículas do material, que transferem energia umas às outras. Combinando a Lei de Fourier com o princípio de conservação de energia, obtém-se a Equação do Calor unidimensional:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \tag{29}$$

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

onde: $u(x, t)$ representa a temperatura no ponto xe no instante t; α é a difusividade térmica do material (m^2/s); $\frac{\partial u}{\partial t}$ representa a variação da temperatura ao longo do tempo e $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ representa a curvatura da distribuição de temperatura no espaço.

A Equação do Calor descreve como a temperatura se distribui em um corpo ao longo do tempo. Regiões muito quentes tendem a transferir calor para regiões mais frias, fazendo com que as diferenças de temperatura diminuam gradualmente. Após um longo período, o sistema tende ao equilíbrio térmico, quando toda a estrutura apresenta a mesma temperatura.

Demonstração da Equação do Calor

A Equação do Calor pode ser obtida a partir da Lei de Fourier da Condução de Calor e do Princípio da Conservação da Energia. Seja uma barra homogênea de seção transversal A. Considere um pequeno elemento de comprimento dx. A temperatura é representada por: $u(x, t)$, onde: x é a posição na barra; t é o tempo e $u(x, t)$ é a temperatura.

O fluxo de calor unidimensional é dado por:

$$q(x, t) = -k\frac{\partial u}{\partial x} \tag{30}$$

onde: q é denominado de fluxo de calor; k é a condutividade térmica. A taxa de calor que entra no elemento é:

$$Q_e = -kA\frac{\partial u}{\partial x} \tag{31}$$

A taxa de calor que sai é:

$$Q_s = -kA\frac{\partial u}{\partial x} - kA\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}dx \tag{32}$$

obtida pela expansão de Taylor. O calor acumulado no elemento é,

$$Q_e - Q_s = kA\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}dx$$

Após as substituições das equações (16) e (17). Pela conservação da energia, esse calor provoca variação da energia interna:

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

$$\rho c A dx \frac{\partial u}{\partial t} \tag{33}$$

onde: ρ é a densidade; c representa o calor específico. Assim:

$$kA\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}dx = \rho c A dx \frac{\partial u}{\partial t} \tag{34}$$

Cancelando A e dx, vem que,

$$k\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \rho c \frac{\partial u}{\partial t} \tag{35}$$

Dividindo por ρc, obtém-se que,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{k}{\rho c}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \tag{36}$$

Definindo a difusividade térmica definida por,

$$\alpha = \frac{k}{\rho c} \tag{37}$$

obtém-se a forma clássica da Equação do Calor:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \tag{38}$$

A demonstração da Equação do Calor evidencia que a propagação térmica em um material é governada pela combinação da Lei de Fourier com o princípio da conservação da energia. A equação obtida descreve matematicamente como a temperatura varia ao longo do tempo e do espaço.

Sua solução permite prever a distribuição de calor em barras, placas, equipamentos eletrônicos e sistemas industriais. Além disso, a Equação do Calor mostra que regiões com temperaturas mais elevadas tendem a transferir energia para regiões mais frias até atingir o equilíbrio térmico. Dessa forma, ela constitui uma das ferramentas fundamentais da Física e da Engenharia para modelar e analisar fenômenos de condução de calor.

Aplicação 5: Condução de Calor em Regime Não Linear

Uma empresa de telecomunicações está desenvolvendo um amplificador de potência para transmissão de sinais de rádio. Durante a operação, o dispositivo gera

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

calor intenso e utiliza um material cuja condutividade térmica varia com a temperatura segundo a relação:

$$k(T) = k_0(1 + \beta T)$$

onde: $k_0 = 100\ W/mK$; $\beta = 0{,}01\ K^{-1}$ e T é a temperatura em °C.

A distribuição de temperatura em uma barra metálica é governada pela equação do calor não linear:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\alpha(1 + \beta T)\frac{\partial T}{\partial x}\right]$$

Determine a forma desenvolvida da equação e interprete seu significado físico.

Resolução

Equação do Calor Não Linear é dada por,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\alpha(1 + \beta T)\frac{\partial T}{\partial x}\right]$$

Aplicando a regra do produto, vem que,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha\left[\frac{\partial}{\partial x}(1 + \beta T)\frac{\partial T}{\partial x} + (1 + \beta T)\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right]$$

Como

$$\frac{\partial}{\partial x}(1 + \beta T) = \beta\frac{\partial T}{\partial x}$$

obtém-se:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha\left[\beta\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 + (1 + \beta T)\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right]$$

Portanto, a forma expandida da equação é

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha\beta\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 + \alpha(1 + \beta T)\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

A equação linear clássica é dada pela equação (23). Isto é,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

No regime não linear aparecem dois termos adicionais:

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

$$\alpha\beta\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2$$

e

$$\alpha\beta T\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Esses termos fazem com que a taxa de propagação do calor dependa da própria temperatura. Considerando um Exemplo Numérico com as grandezas: $\alpha = 0{,}5$; $T = 100°C$ e $\frac{\partial T}{\partial x} = 10$ $ºC/m$ e

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -5\ °C/m^2$$

Substituindo, vem que,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0{,}5(0{,}01)(10)^2 + 0{,}5(1{,}001 \times 100)(-5) = 0{,}5 - 5 \Longrightarrow \frac{\partial T}{\partial t} = -4{,}5\ °C/s$$

O resultado negativo indica que a temperatura naquele ponto está diminuindo ao longo do tempo. Observa-se que o material não conduz calor de for uma constante, pois sua condutividade aumenta com a temperatura. Dessa forma, regiões mais quentes dissipam energia mais rapidamente do que regiões frias. Esse comportamento gera uma equação diferencial parcial não linear, na qual a evolução térmica depende da própria temperatura e de seus gradientes espaciais.

Modelos desse tipo são amplamente utilizados em dispositivos eletrônicos de alta potência, componentes de telecomunicações, semicondutores e sistemas de refrigeração avançados. A análise não linear fornece previsões mais realistas do comportamento térmico quando comparada à equação linear clássica do calor.

2.7 Propagação de uma barra num regime não estacionário

A propagação de uma barra em regime não estacionário ocorre quando as grandezas físicas, como temperatura ou deformação, variam com o tempo e com a posição ao longo da barra. Nesse regime, não existe equilíbrio permanente. As mudanças se propagam gradualmente de uma região para outra. A análise exige equações diferenciais dependentes do tempo. Esse fenômeno é comum em processos de aquecimento, resfriamento e transmissão de ondas em materiais.

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

Com base nesse contexto, equação do calor para uma barra homogênea unidimensional em regime não estacionário é dada pela equação (38) Isto é,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2},$$

Partindo dessa Deduz-se a solução geral e mostrar como ela pode ser escrita tanto em função do tempo quanto em função da própria temperatura. A solução geral por separação de variáveis será,

$$T(x, t) = X(x)\tau(t). \tag{39}$$

Substituindo na equação do calor vem que,

$$X(x)\frac{d\tau}{dt} = \alpha\tau(t)\frac{d^2X}{dx^2} \tag{40}$$

Dividindo ambos os lados por $X\tau$, tem-se que,

$$\frac{1}{\tau}\frac{d\tau}{dt} = \alpha\frac{1}{X}\frac{d^2X}{dx^2}. \tag{41}$$

O lado esquerdo depende apenas de t e o direito apenas de x. Logo, ambos devem ser iguais a uma constante $-\lambda$. Ou seja,

$$\frac{1}{\tau}\frac{d\tau}{dt} = -\lambda, \tag{42}$$

$$\alpha\frac{1}{X}\frac{d^2X}{dx^2} = -\lambda. \tag{43}$$

Obtemos duas EDOs independentes. A primeira a equação temporal:

$$\frac{d\tau}{dt} + \lambda\tau = 0. \tag{44}$$

A solução da equação (44) é dada por:

$$\tau(t) = C\, e^{-\lambda t} \tag{45}$$

Equação espacial dada por (43), vem que,

$$\frac{d^2X}{dx^2} + \frac{\lambda}{\alpha}X = 0. \tag{46}$$

Definindo as constantes,

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

$$\beta^2 = \frac{\lambda}{\alpha}, \tag{47}$$

Substituindo (47) em (46(, vem que,

$$\frac{d^2X}{dx^2} + \beta^2 X = 0. \tag{48}$$

A solução da equação (48) é dada por,

$$X(x) = A\cos(\beta x) + B\sin(\beta x) \tag{49}$$

Levando (49) e ((45) em (39), obtém-se que,

$$T(x, t) = e^{-\lambda t}[A\cos(\beta x) + B\sin(\beta x)]. \tag{50}$$

Da relação (47). Isto é $\lambda = \alpha\beta^2$,pode-se escrever a solução geral:

$$T(x, t) = e^{-\alpha\beta^2 t}[A\cos(\beta x) + B\sin(\beta x)] \tag{51}$$

Essa é a solução elementar da equação do calor. A solução geral completa é uma combinação infinita dos modos dada:

$$T(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty}[A_n\cos(\beta_n x) + B_n\sin(\beta_n x)]\, e^{-\alpha\beta_n^2 t} \tag{52}$$

De acordo com a equação (52), verifica-se que todos os modos decaem exponencialmente com o tempo.

Substituindo a relação (47) na equação (45), obtém-se que,

$$\tau(t) = C\, e^{-\alpha\beta^2 t}, \tag{53}$$

Levando a equação (53) na equação (39), obtém-se que,

$$T(x, t) = F(x)e^{-\alpha\beta^2 t}, \tag{54}$$

Onde $F(x)$ é dada pela equação (49). Ou seja,

$$F(x) = A\cos(\beta x) + B\sin(\beta x), \tag{55}$$

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

Dividindo (54) por (55), vem que,

$$\frac{T(x,t)}{F(x)} = e^{-\alpha\beta^2 t}. \tag{56}$$

Aplicando logaritmo em ambos os lados da equação em (56), vem que,

$$\ln\left(\frac{T}{F(x)}\right) = -\alpha\beta^2 t. \tag{57}$$

Isolando t em (57), obtém-se:

$$t = -\frac{1}{\alpha\beta^2}\ln\left(\frac{T}{F(x)}\right) \Longrightarrow t = \frac{1}{\alpha\beta^2}\ln\left(\frac{F(x)}{T}\right) \tag{58}$$

Esta é a expressão do tempo em função da temperatura. O caso simples comum corresponde a uma barra de comprimento L com temperaturas prescritas nas extremidades. A solução transiente leva a solução:

$$T(x,t) = T_s(x) + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) e^{-\alpha n^2\pi^2 t/L^2}, \tag{59}$$

onde $T_s(x)$ é a solução estacionária. Para tempos maiores, o primeiro modo domina. Ou seja, para $n = 1$, vem que,

$$T(x,t) \simeq T_s(x) + C_1 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) e^{-\alpha\pi^2 t/L^2}. \tag{60}$$

Isolando o tempo e fazendo as operações básica, obtém-se que,

$$T - T_s = C_1 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) e^{-\alpha\pi^2 t/L^2} \Longrightarrow t = \frac{L^2}{\alpha\pi^2}\ln\left[\frac{C_1 \sin(\pi x/L)}{T - T_s}\right] \tag{61}$$

Que representa a expressão que determina em função da variação de temperatura entre as extremidades e do comprimento L da barra.

Aplicação 6: Condução do calor numa barra.

Considere uma barra homogênea de comprimento $L = 1\,m$, com difusividade térmica $\alpha = 10^{-4}\,m^2/s$. As extremidades são mantidas a temperaturas constantes:$T(0,t) = 100°C$ e $T(L,t) = 0°C$. Inicialmente a barra está a temperatura

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

uniforme: $T(x, 0) = 0°C$. *Determine: a)* A distribuição de temperatura em regime estacionário; b) A distribuição de temperatura em regime não estacionário e c) A expressão do fluxo de calor ao longo do tempo.

a) A equação de condução unidimensional é dada por,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}.$$

onde: $T(x, t)$= temperatura; x= posição na barra; t= tempo; e α= difusividade térmica. No regime estacionário a temperatura não varia com o tempo. Ou seja,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0.$$

Logo:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0.$$

Integrando duas vezes, tem-se que,

$$T(x) = C_1 x + C_2.$$

Aplicando as condições de contorno em $x = 0, T(0) = 100$ *obtém-se que* $C_2 = 100$. *Para* $x = L$, *vem que,*

$$T(L) = 0 \Longrightarrow C_1 L + 100 = 0 \Longrightarrow C_1 = -\frac{100}{L}.$$

Portanto:

$$T_s(x) = 100\left(1 - \frac{x}{L}\right)$$

Que representa a solução estacionária. Para $L = 1\,m$, vem que,

$$T_s(x) = 100(1 - x)$$

Que representa a temperatura que varia linearmente de $100°C$para $0°C$.

b)Pela lei de Fourier, tem-se que,

$$q = -k\frac{dT}{dx},$$

onde k representa a condutividade térmica. Como

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{100}{L},$$

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

Obtém-se que,

$$q_s = \frac{100k}{L}$$

que corresponde a constante ao longo da barra.

Pode-se definir como solução da equação do calor a expressão,

$$T(x, t) = T_s(x) + u(x, t).$$

Logo,

$$u(x, t) = T(x, t) - 100\left(1 - \frac{x}{L}\right).$$

Substituindo na equação do calor. Isto é,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.$$

Considerando as condições: $u(0, t) = 0, u(L, t) = 0,$ Logo,

$$u(x, 0) = -100\left(1 - \frac{x}{L}\right).$$

A solução geral é

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) e^{-\alpha n^2 \pi^2 t / L^2}.$$

Cujos coeficientes são dados por,

$$B_n = \frac{2}{L}\int_0^L u\,(x, 0) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx.$$

Calculando a integral, chega-se ao valor,

$$B_n = -\frac{200}{n\pi}.$$

Assim,

$$T(x, t) = 100\left(1 - \frac{x}{L}\right) - \frac{200}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) e^{-\alpha n^2 \pi^2 t / L^2}$$

Esta é a solução completa do problema transiente. Decorrido um certo tempo, o primeiro termo domina:

$$T(x, t) \approx 100\left(1 - \frac{x}{L}\right) - \frac{200}{\pi} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) e^{-\alpha \pi^2 t / L^2}$$

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

c)Fluxo de calor em função do tempo

Usando a lei de Fourier dada pela equação (30). Isto é,

$$q(x, t) = -k\frac{\partial T}{\partial x}.$$

Derivando a equação, obtém-se que.

$$q(x, t) = \frac{100k}{L} + \frac{200k}{L}\sum_{n=1}^{\infty}\cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)e^{-\alpha n^2\pi^2 t/L^2}$$

Essa expressão mostra a evolução temporal da condução de calor. No regime não estacionário (t pequeno), verifica-se que o calor começa a se propagar da extremidade quente. O perfil de temperatura é curvo e o fluxo de calor varia com a posição e com o tempo. No caso regime estacionário ($t \to \infty$), verifica-se que,

$$e^{-\alpha n^2\pi^2 t/L^2} \to 0,$$

todos os termos transientes desaparecem. Nesse caso, a expressão se torna,

$$T(x) = 100\left(1 - \frac{x}{L}\right),$$

e

$$q = \frac{100k}{L}.$$

Portanto, a solução transiente converge naturalmente para a solução estacionária, representando a estabilização completa da condução de calor na barra.

3. Metodologia

A presente pesquisa caracteriza-se como um estudo de natureza bibliográfica, qualitativa e aplicada, desenvolvido com o objetivo de analisar a Transformada de Fourier como ferramenta matemática e pedagógica para a compreensão de fenômenos físicos, tecnológicos e educacionais. O trabalho foi fundamentado na Teoria da Aprendizagem Significativa, proposta por Ausubel e desenvolvida por Moreira, e na Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP), buscando articular a

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

construção rigorosa do conhecimento matemático com situações contextualizadas capazes de promover maior engajamento dos estudantes.

Inicialmente, foi realizada uma revisão teórica sobre a Série de Fourier, a Transformada de Fourier e suas principais propriedades matemáticas, enfatizando a transição do espectro discreto para o espectro contínuo por meio do limite do período tendendo ao infinito. Em seguida, foram apresentados os pares fundamentais das transformadas direta e inversa, acompanhados de demonstrações matemáticas detalhadas, de modo a evidenciar a origem e o significado físico dos resultados obtidos.

Como estratégia metodológica para a contextualização do conteúdo, foram desenvolvidas aplicações envolvendo problemas reais de Física e Engenharia. A primeira aplicação analisou a Transformada de Fourier de um pulso retangular utilizado em telecomunicações, destacando a relação entre duração temporal e largura espectral. A segunda aplicação tratou da transformada do sinal exponencial $e^{-a|t|}$, amplamente empregado na modelagem de sistemas de comunicação, demonstrando seu comportamento no domínio da frequência. A terceira aplicação aprofundou a análise espectral de pulsos utilizados na transmissão digital de informações, discutindo a largura de banda necessária para a propagação de sinais. A quarta aplicação concentrou-se na Equação do Calor, relacionando a Transformada de Fourier à modelagem de fenômenos de condução térmica e à solução de equações diferenciais parciais. A quinta aplicação faz referência a condução de calor em regime não linear e a sexta se refere a condução do calor numa barra.

Ao longo do trabalho, os problemas foram apresentados segundo os princípios da ABP, estimulando a investigação, a interpretação física dos resultados e a conexão entre conceitos matemáticos e situações reais. Dessa forma, a metodologia buscou integrar teoria, prática e reflexão crítica, evidenciando o potencial da Transformada de Fourier como instrumento de aprendizagem significativa e interdisciplinar. Quadro 1 mostra sobre a estruturação das aplicações

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

da Transformada de Fourier segundo os princípios da Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP).

Quadro 1-Estruturação das aplicações segundo os princípios da Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP)",

Aplicação	Situação-problema e conhecimentos prévios	Desenvolvimento da ABP	Síntese da aprendizagem
1. Teorema de Parseval em Telecomunicações	Energia de sinais e Transformada de Fourier.	Investigação da energia do sinal nos domínios do tempo e da frequência.	O estudante compreende que a energia do sinal é preservada na transformação entre os dois domínios.
2. Pulso de tensão em um cabo de transmissão	Pulsos digitais e transmissão de informação.	Cálculo e interpretação da Transformada de Fourier de um pulso retangular.	O estudante relaciona duração temporal do pulso e largura de banda do espectro.
3. Transformada de Fourier em Telecomunicações	Função exponencial e sinais de comunicação.	Determinação do espectro do sinal exponencial e análise de seu comportamento.	O estudante compreende a relação entre concentração temporal e distribuição espectral.
4. Pulso retangular para representar o bit “1”	Comunicação digital e largura de banda.	Análise do espectro do tipo sinc e de suas implicações para transmissão.	O estudante compreende as limitações físicas dos sistemas de transmissão digital.
5. Condução de Calor em Regime Não Linear	Equação do calor e condução térmica.	Desenvolvimento e interpretação do modelo térmico não linear.	O estudante reconhece como a temperatura influencia a propagação do calor.
6. Condução do calor numa barra	Equação do calor e métodos de solução.	Análise dos regimes transiente e estacionário de condução térmica.	O estudante relaciona a solução matemática ao comportamento físico da difusão térmica.

Fonte: Elaborada pelos autores

O Quadro 1 apresenta a reorganização das aplicações desenvolvidas neste estudo de acordo com os princípios da Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP). Em cada atividade são explicitados a situação-problema, os conhecimentos prévios necessários, os procedimentos investigativos conduzidos pelos estudantes e os momentos de síntese e reflexão. Essa organização evidencia a articulação entre os conteúdos matemáticos e físicos da Transformada de Fourier e a construção de uma aprendizagem significativa e contextualizada.

Com o objetivo de explicitar os pressupostos da Aprendizagem Significativa presentes nas situações-problema desenvolvidas neste estudo, o Quadro 2 relaciona os conhecimentos prévios (subsunçores) mobilizados pelos estudantes e os novos

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

conceitos da Transformada de Fourier introduzidos em cada aplicação. Dessa forma, evidencia-se o processo de ancoragem cognitiva entre os conteúdos já conhecidos e os novos conhecimentos construídos ao longo das atividades.

Quadro 2 – Relação entre conhecimentos prévios e novos conceitos da Transformada de Fourier na perspectiva da Aprendizagem Significativa

APLICAÇÃO	SUBSUNÇOR (CONHECIMENTO PRÉVIO)	NOVO CONCEITO DE FOURIER	APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA
1. Teorema de Parseval em Telecomunicações	Energia de sinais e integrais	Conservação de energia entre os domínios do tempo e da frequência	O conceito de energia é ampliado para a análise espectral.
2. Pulso de tensão em um cabo de transmissão	Pulsos digitais e representação de bits	Transformada de Fourier de um pulso retangular	O sinal temporal passa a ser compreendido como composição de frequências.
3. Transformada de Fourier em Telecomunicações	Função exponencial e decaimento temporal	Espectro de sinais exponenciais	O estudante relaciona duração temporal e distribuição espectral.
4. Pulso retangular para representar o bit “1”	Comunicação digital e largura de banda	Função sinc e ocupação espectral	O conceito de transmissão digital é integrado à análise em frequência.
5. Condução de Calor em Regime Não Linear	Equação do calor e condução térmica	Análise de sistemas não lineares associada à Transformada de Fourier	Os fenômenos térmicos passam a ser interpretados por modelos matemáticos mais gerais.
6. Condução do calor numa barra	Equação do calor e séries trigonométricas	Modos espectrais e séries de Fourier na solução da equação do calor	Integram-se conceitos de Física Térmica, Equações Diferenciais e Fourier.

Fonte: Elaborada pelos autores

Quadro 2 – Relação entre os conhecimentos prévios dos estudantes e os novos conceitos da Transformada de Fourier**.** O quadro evidencia os subsunçores utilizados como ancoragem para a aprendizagem dos conceitos de Fourier em cada aplicação proposta. Nessa perspectiva, a aprendizagem significativa ocorre quando os novos conceitos são relacionados de forma não arbitrária aos conhecimentos já presentes na estrutura cognitiva dos estudantes.

4. Resultados e discussão

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

Os resultados obtidos demonstraram que a Transformada de Fourier constitui uma ferramenta extremamente eficiente para a análise de sinais e fenômenos físicos, permitindo converter informações originalmente descritas no domínio do tempo para o domínio da frequência. A dedução matemática apresentada evidenciou que a transformada surge naturalmente como uma extensão da Série de Fourier para sinais não periódicos, estabelecendo uma base teórica sólida para a compreensão de diversos fenômenos encontrados na Física e na Engenharia.

Nas aplicações relacionadas às telecomunicações, verificou-se que pulsos retangulares apresentam espectro do tipo sinc, revelando a presença de múltiplas componentes de frequência necessárias para reconstruir o sinal original. Os resultados mostraram que sinais mais concentrados no tempo ocupam uma faixa maior de frequências, enquanto sinais mais longos apresentam espectro mais estreito. Tal comportamento evidencia uma das propriedades fundamentais da análise de Fourier e possui implicações diretas no planejamento de sistemas de transmissão digital, dimensionamento de largura de banda e projeto de filtros eletrônicos.

A análise do sinal exponencial $e^{-a|t|}$permitiu observar que sua transformada resulta em uma função racional concentrada em torno da frequência zero, demonstrando claramente a relação inversa entre duração temporal e espalhamento espectral. Esse resultado possui grande relevância em telecomunicações, pois fornece informações importantes sobre a distribuição de energia dos sinais e sua ocupação espectral.

No estudo da Equação do Calor, verificou-se que os métodos espectrais associados à Transformada de Fourier simplificam significativamente a resolução de problemas envolvendo difusão térmica. A análise mostrou que a decomposição espectral permite interpretar a evolução temporal da temperatura como resultado da contribuição de diferentes componentes de frequência, estabelecendo uma importante conexão entre Matemática, Física e Engenharia.

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

Do ponto de vista educacional, as aplicações desenvolvidas evidenciam o potencial da Transformada de Fourier para articular conceitos matemáticos abstratos com fenômenos físicos e tecnológicos contextualizados. Sob a perspectiva da Aprendizagem Significativa e da Aprendizagem Baseada em Problemas, as situações-problema apresentadas constituem exemplos de organização didática que podem favorecer a integração entre teoria e prática. Entretanto, como o presente estudo possui caráter teórico, não é possível inferir ganhos efetivos de aprendizagem, aspecto que deverá ser investigado em estudos futuros envolvendo intervenções pedagógicas e acompanhamento de estudantes.

4.1 Limitações do estudo

O presente trabalho possui natureza teórica e propositiva, centrando-se na análise matemática da Transformada de Fourier e na elaboração de situações-problema fundamentadas na Teoria da Aprendizagem Significativa e na Aprendizagem Baseada em Problemas. Nesse sentido, algumas limitações devem ser consideradas. Primeiramente, não houve aplicação das atividades junto a estudantes, o que impossibilita avaliar empiricamente sua efetividade educacional.

Além disso, não foram realizadas medidas de aprendizagem, comparações entre desempenho inicial e final, nem análises quantitativas ou qualitativas que permitam inferir ganhos conceituais decorrentes da utilização da proposta. As aplicações apresentadas foram selecionadas pelos próprios autores em função de sua relevância para as áreas de telecomunicações e transferência de calor, não constituindo uma amostra representativa de todas as possibilidades de uso da Transformada de Fourier no ensino.

Adicionalmente, o estudo não realizou comparação com outras metodologias de ensino, limitando-se à discussão teórica de seu potencial pedagógico. Dessa forma, os resultados devem ser compreendidos como uma proposta didática fundamentada teoricamente, cuja validação demandará futuras intervenções em

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

contextos educacionais reais, envolvendo estudantes, instrumentos de avaliação da aprendizagem e análises comparativas com outras abordagens de ensino.

Conclusão

A análise desenvolvida ao longo deste trabalho permitiu concluir que a Transformada de Fourier representa uma das ferramentas matemáticas mais importantes para a compreensão de fenômenos físicos, tecnológicos e computacionais. Sua capacidade de relacionar os domínios do tempo e da frequência torna possível interpretar sinais complexos, resolver equações diferenciais e modelar sistemas presentes em áreas como telecomunicações, processamento digital de sinais, acústica, óptica, eletrônica e transferência de calor.

O objetivo proposto de analisar a Transformada de Fourier como ferramenta matemática e pedagógica foi alcançado por meio da apresentação de sua fundamentação teórica, de sua construção matemática a partir da Série de Fourier e da aplicação de seus conceitos em diferentes contextos científicos. As demonstrações desenvolvidas evidenciaram que a transformada não constitui apenas um procedimento algébrico, mas uma poderosa linguagem de interpretação da realidade física.

As aplicações estudadas mostraram que a Transformada de Fourier possui grande relevância prática. No campo das telecomunicações, permitiu compreender a distribuição espectral dos sinais e a influência da largura de banda nos processos de transmissão. Na análise de sistemas térmicos, revelou-se uma ferramenta eficiente para o estudo da condução de calor e da solução de equações diferenciais. Esses resultados demonstram a abrangência e versatilidade da técnica em diferentes áreas do conhecimento.

As aplicações estudadas evidenciaram a relevância prática da Transformada de Fourier no campo das telecomunicações e da transferência de calor, demonstrando como a análise no domínio da frequência pode contribuir para a compreensão e modelagem de fenômenos físicos e tecnológicos. Esses resultados reforçam a abrangência e a versatilidade da técnica em diferentes áreas do conhecimento.

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

No âmbito educacional, o trabalho permitiu identificar possibilidades de articulação entre a Teoria da Aprendizagem Significativa, a Aprendizagem Baseada em Problemas e o ensino da Transformada de Fourier. Argumenta-se que as situações-problema apresentadas podem subsidiar propostas didáticas contextualizadas, interdisciplinares e potencialmente significativas para estudantes de Física, Matemática e Engenharia. Contudo, a efetividade dessas propostas em termos de aprendizagem não foi investigada neste estudo, constituindo uma perspectiva relevante para pesquisas futuras baseadas em intervenções pedagógicas e análise de resultados educacionais.

Por fim, destaca-se que as potencialidades educacionais discutidas neste trabalho possuem caráter teórico e propositivo. A validação da sequência didática aqui apresentada requer futuras pesquisas empíricas envolvendo sua aplicação com estudantes, a utilização de instrumentos de avaliação da aprendizagem e a comparação com outras metodologias de ensino, de modo a verificar sua efetiva contribuição para a compreensão dos conceitos associados à Transformada de Fourier.

Referências

AUSUBEL, D. P. *The psychology of meaningful verbal learning*. New York: Grune & Stratton, 1963.

CARDOSO, J. A. S.; COSTA, J.F.S.; SOUSA, J. C. M.; LIMA, B. R. M.; MONTE, A. D.; CHAVES NETO, A. M. J.; NASCIMENTO, J. W. S.; SILVA, R. *A Física do Campo com Ênfase na Aprendizagem na Educação Não Formal com Utilização de Sequência Didática.* Revista Multidisciplinar do Núcleo de Estudos e Pesquisas em Educação e Ciências – REMUNOM, v. 13, n. 13, 2026.

CARDOSO, M. V. P.; COSTA, J. F. da Silva. Experiências práticas em sala de aula: uma abordagem da Astronomia para o ensino de Física. *Experiências em Ensino de Ciências*, v. 15, n. 1, p. 336–358, 2020.

COSTA, José Francisco da Silva; LOBATO, Marinaldo Carvalho; NASCIMENTO, José Wilton Serrão; CARDOSO, José Augusto dos Santos; TORRES, Mário dos Santos; CAVALHEIRO, Eliezer Pereira; PINHEIRO, Ilan de Jesus Baia; CHAVES NETO, Antonio Maia de Jesus. **Equação de Schroedinger: função de onda com aplicação no poço quadrado infinito e em partícula livre**. *REMUNOM - Revista*

CC BY

REMUNOM
ISSN 2178-6925

Received: 24/08/2026 - **Accepted:** 01/10/2026
Vol: 13.21
DOI: 10.66104/pkt61y37
Pages: 1-46

Multidisciplinar do Núcleo de Estudos e Pesquisas em Educação e Ciências, v. 13, n. 07, 2026. DOI: **10.66104/ev5dbr30**

DELSUC, Marc-André; O'CONNOR, Peter. *The Fourier Transform in Analytical Science*. Nature Reviews Methods Primers, v. 4, n. 49, 2024. DOI: 10.1038/s43586-024-00326-2.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. *Fundamentos de Física*. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016. v. 4.

MACHADO, L. S.; LEITE FILHO, B. S.; GONÇALVES, N. R.; ARRUDA, K. C.; SPADOTO, M.; MONTEIRO, O. L.; RIBEIRO, C. A.; SILVA, F. B. *Problem-based learning (PBL): constructivist foundations, competency development, and challenges in pedagogical mediation.* Artefactum – Revista de Estudos Interdisciplinares, v. 25, n. 3, 2026.

KMITA; VILLAMIZAR, 2023 *A didactic and visual approach to the Fourier transform*. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 45, 2023.

MOREIRA, M. A. *Teorias de aprendizagem*. São Paulo: EPU, 1999.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. S. *Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel*. São Paulo: Centauro, 2001.

PAIXÃO, J. L.; OLIVEIRA, É. G.P.; OLIVEIRA, R. A.; SANTOS, J. S.; MAÇALAI, G.; NOGUEIRA, H. A. *Aprendizagem baseada em problemas (PBL): fundamentos epistemológicos, potencialidades formativas e desafios de implementação na educação contemporânea.* Revista Ilustração, v. 7, n. 3, p. 227–238, 2026. DOI:

SILVA, T. B. *Aprendizagem baseada em problemas (ABP) no contexto da educação básica.* 2023. Dissertação (Mestrado em Educação: Teoria e Prática de Ensino) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2023.

SOLVANG, L.; HAGLUND, J.. *Preservice Physics Teachers' Expression of TPACK in Lesson Planning – Using Geogebra Simulations in Physics Teaching. Research in Science Education*, Springer, 23 jul. 2026.

RØNNING, Frode. *The Role of Fourier Series in Mathematics and in Signal Theory*. International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education, v. 7, n. 2, p. 189–210, jul. 2021. Springer.

CC BY